

Pierre Mayé



MOTEURS ÉLECTRIQUES POUR LA ROBOTIQUE

3^e ÉDITION

DUNOD



SHOUT
SHARE IT

Pierre Mayé

MOTEURS ÉLECTRIQUES POUR LA ROBOTIQUE

3^e édition

DUNOD

Tout le catalogue sur
www.dunod.com



Illustration de couverture :
Moteur hybride – © CPN – Fotolia.com

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée. Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



Illustrations intérieures : Alain et Ursula Bouteville

© Dunod, Paris, 2000, 2006, 2016

5 rue Laromiguière 75005 Paris

www.dunod.com

ISBN 978-2-10-074649-1

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2^o et 3^o a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.



TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
CHAPITRE 1 - GÉNÉRALITÉS	3
1.1 Actionneurs de la robotique	3
1.1.1 Particularités des moteurs utilisés en robotique	3
1.1.2 Avantages des actionneurs électriques	4
1.1.3 Types de moteurs utilisés	4
1.2 Lois de base de l'électromagnétisme	4
1.2.1 Champ magnétique	4
1.2.2 Forces magnétiques	6
1.2.3 Induction électromagnétique	9
1.3 Circuits magnétiques et aimants	10
1.3.1 Milieux ferromagnétiques	10
1.3.2 Circuits magnétiques	16
1.3.3 Aimants permanents	19
1.4 Conversion électromécanique	26
1.4.1 Étude générale	26
1.4.2 Cas particulier des circuits magnétiques linéaires	30
CHAPITRE 2 - PRINCIPE ET TECHNOLOGIE DES MOTEURS À COURANT CONTINU	36
2.1 Description	36
2.1.1 Constitution	36
2.1.2 Topographie du champ magnétique	37
2.1.3 Rôle du collecteur	39
2.1.4 Conception de l'enroulement	42
2.1.5 Machines multipolaires	44
2.1.6 Réaction d'induit	45

2.2	Étude mécanique	50
2.2.1	Couple électromagnétique	50
2.2.2	Principe fondamental de la dynamique	51
2.2.3	Moment d'inertie	51
2.2.4	Couple de pertes	52
2.3	Étude électrique	54
2.3.1	Force contre-électromotrice	54
2.3.2	Loi des mailles	55
2.3.3	Résistance	56
2.3.4	Inductance	57
2.4	Étude énergétique	58
2.4.1	Puissance électromagnétique	58
2.4.2	Bilan des puissances en régime permanent	58
2.4.3	Bilan des énergies en régime variable	59
2.5	Technologie	60
2.5.1	Moteurs de structure classique	60
2.5.2	Moteurs à rotor plat	62
2.5.3	Moteurs à rotor en cloche	63
CHAPITRE 3 - RÉGIMES DE FONCTIONNEMENT D'UN MOTEUR À COURANT CONTINU		65
3.1	Régime permanent	65
3.1.1	Équations de base	65
3.1.2	Bilan des puissances	65
3.1.3	Caractéristiques	66
3.1.4	Influence de la température	70
3.2	Régimes transitoires pour un moteur pouvant être considéré comme un système du premier ordre	71
3.2.1	Démarrage sous tension constante	71
3.2.2	Démarrage à courant constant	76
3.2.3	Ralentissement	78
3.2.4	Changement de charge	79
3.2.5	Transmittances	81
3.3	Régimes transitoires pour un moteur pouvant être considéré comme un système du deuxième ordre	83
3.3.1	Mise sous tension à rotor bloqué	83
3.3.2	Démarrage sous tension constante	84
3.3.3	Transmittances	89
3.3.4	Justification de l'étude approchée	90

CHAPITRE 4 - ALIMENTATION ÉLECTRONIQUE DES MOTEURS À COURANT CONTINU		92
4.1	Alimentation utilisant des composants actifs en régime linéaire .	92
4.1.1	Principe.	92
4.1.2	Améliorations	95
4.1.3	Insuffisance des circuits linéaires	101
4.2	Alimentation utilisant des composants actifs en commutation ..	102
4.2.1	Principe du hacheur	102
4.2.2	Choix de la fréquence de découpage	106
4.2.3	Réalisation du commutateur	108
4.2.4	Commande en modulation de largeur d'impulsion ..	110
4.2.5	Inversion du sens de rotation	112
4.2.6	Asservissement du courant.....	114
4.3	Exemples de réalisation	115
4.3.1	Alimentation en courant utilisant un seul circuit intégré	115
4.3.2	Alimentation en courant utilisant deux circuits intégrés.....	123
CHAPITRE 5 - MOTEURS À COURANT CONTINU SANS BALAIS ..		125
5.1	Généralités.....	125
5.1.1	Description	125
5.1.2	Principe.....	126
5.1.3	Avantages.....	128
5.2	Différentes configurations d'enroulements	129
5.2.1	Moteur à trois phases en étoile à alimentation bidirectionnelle.....	129
5.2.2	Moteur à trois phases en étoile à alimentation unidirectionnelle.....	130
5.2.3	Moteur à trois phases en triangle	133
5.2.4	Moteur à quatre phases en étoile à alimentation bidirectionnelle.....	135
5.2.5	Moteur à quatre phases en étoile à alimentation unidirectionnelle.....	137
5.2.6	Moteur à quatre phases en carré.....	138

5.3	Modélisation.....	139
5.3.1	Schéma électrique d'une phase.....	139
5.3.2	Modélisation de la machine.....	139
5.4	Technologie.....	140
5.4.1	Stator.....	140
5.4.2	Rotor.....	142
5.4.3	Moteurs à structure inversée.....	143
5.4.4	Moteurs à électronique intégrée.....	144

CHAPITRE 6 - ALIMENTATION ÉLECTRONIQUE DES MOTEURS À COURANT CONTINU SANS BALAIS.....	145
--	-----

6.1	Généralités.....	145
6.1.1	Structure globale.....	145
6.1.2	Alimentation en tension ou en courant.....	146
6.1.3	Alimentation unidirectionnelle ou bidirectionnelle....	146
6.2	Éléments de l'alimentation.....	146
6.2.1	Commutateur de puissance.....	146
6.2.2	Capteurs.....	148
6.2.3	Logique de commande.....	150
6.2.4	Commande de la tension ou du courant.....	151
6.3	Exemples de réalisations.....	152
6.3.1	Alimentation en courant utilisant un seul circuit intégré.....	152
6.3.2	Alimentation en courant utilisant plusieurs circuits intégrés.....	153

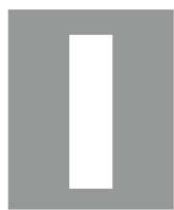
CHAPITRE 7 - MOTEURS PAS-À-PAS.....	157
-------------------------------------	-----

7.1	Généralités.....	157
7.1.1	Définition.....	157
7.1.2	Historique.....	158
7.1.3	Avantages.....	158
7.1.4	Inconvénients.....	158
7.1.5	Applications.....	158
7.2	Différents types.....	159
7.2.1	Moteur à aimant.....	159
7.2.2	Moteurs à réluctance variable.....	172
7.2.3	Moteur hybride.....	176

7.3	Modélisation	178
7.3.1	Moteur à réluctance variable	178
7.3.2	Moteur à aimant	181
7.3.3	Moteur hybride	184
7.4	Comportement mécanique	184
7.4.1	Positions d'équilibre	184
7.4.2	Déplacement d'un pas	185
7.4.3	Enchaînement des commutations	189
7.5	Exemple	192
CHAPITRE 8 - ALIMENTATION ÉLECTRONIQUE DES MOTEURS PAS-À-PAS		194
8.1	Généralités	194
8.1.1	Structure globale	194
8.1.2	Alimentation en tension ou en courant	195
8.1.3	Alimentation unidirectionnelle ou bidirectionnelle	196
8.1.4	Accessibilité des enroulements	196
8.2	Alimentation en tension	198
8.2.1	Circuit de base	198
8.2.2	Amélioration de la décroissance du courant	201
8.2.3	Amélioration de la montée du courant	206
8.3	Alimentation en courant	212
8.3.1	Structure de base	212
8.3.2	Fonctionnement avec mesure du maximum et du minimum du courant	214
8.3.3	Fonctionnement avec mesure du maximum du courant et temps de coupure constant	218
8.3.4	Fonctionnement en modulation de largeur d'impulsions	220
8.4	Exemples de réalisations	221
8.4.1	Alimentation unidirectionnelle en tension pour moteur à quatre phases	221
8.4.2	Alimentation bidirectionnelle en courant pour moteur à deux phases	223
8.4.3	Alimentation pour fonctionnement à pas réduit	223
8.4.4	Alimentation pour fonctionnement en micro-pas	226

CHAPITRE 9 - MÉCANISMES ASSOCIÉS AUX MOTEURS	230
9.1 Réducteur de vitesse	230
9.1.1 Principe	230
9.1.2 Modèle du réducteur idéal	232
9.1.3 Optimisation d'un réducteur	233
9.1.4 Réalisations industrielles	233
9.1.5 Autre système de conversion entre mouvements de rotation	233
9.2 Mécanismes assurant la conversion d'un mouvement d'une rotation en translation	234
9.2.1 Système poulies et courroies crantées	234
9.2.2 Système vis et écrou	236
CHAPITRE 10 - ÉCHAUFFEMENT DES MOTEURS	238
10.1 Généralités	238
10.1.1 Causes	238
10.1.2 Conséquences	239
10.2 Étude générale des échanges thermiques	239
10.2.1 Lois de base	239
10.2.2 Analogie électrique	241
10.3 Modélisation thermique des moteurs	242
10.3.1 Machine pouvant être considérée comme un système à un corps	242
10.3.2 Machine pouvant être considérée comme un système à deux corps	242
10.4 Régimes de fonctionnement thermique	243
10.4.1 Régime continu	243
10.4.2 Régime temporaire	247
10.4.3 Régime intermittent	248
10.5 Couple thermiquement équivalent	251
CHAPITRE 11 - MESURE DES PARAMÈTRES D'UN MOTEUR	252
11.1 Matériel de mesure	252
11.1.1 Banc de test	252
11.1.2 Mesures électriques	253
11.1.3 Mesures mécaniques	254

11.2	Mesure de la constante du moteur	254
11.2.1	Cas du moteur à courant continu	254
11.2.2	Cas du moteur à courant continu sans balais	256
11.3	Mesure des paramètres électriques	257
11.3.1	Résistance	257
11.3.2	Inductance	258
11.4	Mesure des paramètres mécaniques	260
11.4.1	Couple de pertes	260
11.4.2	Moment d'inertie	261
CHAPITRE 12 - ASSERVISSEMENT DE LA VITESSE ET DE LA POSITION		267
12.1	Asservissement de vitesse	267
12.1.1	Nécessité	267
12.1.2	Description du système	268
12.1.3	Principe de fonctionnement	269
12.1.4	Exemples de réalisations	270
12.2	Asservissement de position	270
12.2.1	Nécessité	270
12.2.2	Description du système	272
12.2.3	Principe de fonctionnement	273
12.3	Servomoteur	273
12.3.1	Description	273
12.3.2	Commande	274
Annexe		275
Lexique		283
Bibliographie		285
Index		286



INTRODUCTION

La robotique est une technique qui s'est beaucoup développée dans les dernières décennies. Le moteur électrique a pris une place prépondérante parmi les actionneurs utilisés dans ce domaine. L'étude de ces dispositifs suppose des connaissances variées : électrotechnique, électronique, mécanique et automatique.

Cet ouvrage se propose d'aborder de façon simple les différents problèmes liés à l'utilisation des moteurs électriques en robotique : les propriétés de la machine elle-même, mais aussi son alimentation électronique et les mécanismes associés. Nous étudierons les trois principaux types d'actionneurs électriques employés : le moteur à courant continu, le moteur à courant continu sans balais et le moteur pas-à-pas. Certains points sont spécifiques à un type de machine tandis que d'autres peuvent être traités en commun.

Le lecteur trouvera en annexe les notices techniques d'un moteur de chaque catégorie et un petit lexique des termes techniques rencontrés qui facilitera la lecture des documents des constructeurs souvent rédigés en langue anglaise. L'auteur tient à remercier les fabricants qui lui ont fourni des renseignements sur leurs matériels et en particulier ceux qui ont autorisé la reproduction de leurs notices ou de leurs photographies.



ÉNÉRALITÉS

Ce chapitre a pour but de préciser le cadre de notre étude et de rappeler quelques notions d'électromagnétisme utiles pour la suite.

1.1 Actionneurs de la robotique

1.1.1 Particularités des moteurs utilisés en robotique

Un robot réalise des fonctions mécaniques telles qu'un déplacement ou un positionnement. Pour cela, il a besoin d'un actionneur qui va réaliser à la fois une transmission d'information et une conversion d'énergie. Plusieurs technologies existent : on rencontre des actionneurs électriques, pneumatiques et hydrauliques. Les premiers sont le plus souvent des moteurs en rotation, un mécanisme permettant éventuellement de modifier la nature du mouvement. Ce sont ces machines qui nous intéressent ici.

Les moteurs employés font appel aux mêmes principes que ceux qu'on utilise en électrotechnique classique, mais leurs caractéristiques et leurs technologies sont différentes. Tout d'abord, la puissance en général modeste des machines fait qu'on fait souvent appel à des aimants permanents plutôt qu'à des inducteurs bobinés, ce qui simplifie la réalisation et élimine les pertes par effet Joule correspondantes. Ensuite, on ne cherche pas à optimiser les mêmes paramètres. Les grandeurs liées à la conversion d'énergie (puissance, rendement) sont certes importantes, mais les grandeurs liées à l'information (précision, rapidité de réponse) sont primordiales. Ainsi, on minimise l'inertie des parties tournantes en adoptant des structures particulières ou une géométrie adaptée pour réaliser des moteurs à réponse rapide.

Les performances d'un actionneur électrique sont intimement liées à celles de son environnement : le convertisseur d'énergie et sa commande électronique, l'éventuel asservissement avec ses capteurs et les mécanismes associés à la charge. Il est important d'en tenir compte lors d'une comparaison de coût entre plusieurs solutions.

1.1.2 Avantages des actionneurs électriques

Par rapport à leurs concurrents hydrauliques et pneumatiques, les actionneurs électriques présentent un certain nombre d'avantages parmi lesquels :

- une énergie facilement disponible, soit à partir du secteur, soit à partir de batteries pour les engins autonomes ;
- une adaptation aisée de l'actionneur et de sa commande du fait de la nature électrique de l'ensemble des grandeurs.

Les progrès récents ont permis un élargissement du domaine d'emploi des actionneurs électriques. On peut citer :

- l'amélioration des performances des moteurs grâce en particulier à la disponibilité d'aimants plus efficaces et à l'optimisation obtenue par l'utilisation de logiciels de simulation ;
- la simplification de l'électronique associée grâce aux avancées dans le domaine des composants (circuits intégrés, transistors de puissance ...).

1.1.3 Types de moteurs utilisés

Les machines rencontrées dans le domaine de la robotique sont essentiellement de trois types :

- le moteur à courant continu représente la solution traditionnelle lorsqu'on a besoin de commander une vitesse ou une position, mais nécessite un asservissement ;
- le moteur à courant continu sans balais est en fait une machine alternative associée à un commutateur électronique qui peut remplacer le moteur à courant continu classique avec des caractéristiques similaires ;
- le moteur pas-à-pas est à la base un actionneur de positionnement ne nécessitant pas d'asservissement, mais peut être aussi utilisé pour une commande de déplacement.

1.2 Lois de base de l'électromagnétisme

On rappelle ici brièvement quelques formules fondamentales qui seront utilisées dans les chapitres suivants. On trouvera plus de détails ainsi que les démonstrations dans tous les ouvrages classiques d'électromagnétisme.

1.2.1 Champ magnétique

Définition

Le champ magnétique est caractérisé par ses effets. En chaque point de l'espace, on définit un vecteur champ magnétique, noté $\mathbf{B}$. Sa direction et son sens sont repérés

en plaçant une petite aiguille aimantée au point considéré. Sa norme est exprimée à partir de l'action exercée sur une particule chargée en mouvement. La force $\mathbf{F}$ exercée par un champ magnétique $\mathbf{B}$ sur une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $\mathbf{v}$ a les caractéristiques suivantes :

- sa direction est orthogonale au plan défini par $\mathbf{v}$ et $\mathbf{B}$;
- son sens est tel que la base $(q\mathbf{v}, \mathbf{B}, \mathbf{F})$ soit directe (*figure 1.1*) ;
- sa norme est proportionnelle à $|q|$, $|\mathbf{v}|$ et $|\sin \alpha|$, α étant l'angle entre $\mathbf{v}$ et $\mathbf{B}$.

Par définition, le coefficient de proportionnalité est $\|\mathbf{B}\|$, norme du vecteur champ magnétique :

$$\|\mathbf{F}\| = |q| \cdot \|\mathbf{v}\| \cdot \|\mathbf{B}\| \cdot |\sin \alpha|$$

L'unité de $\|\mathbf{B}\|$ est le tesla (T). L'ensemble des propriétés précédentes montre que le résultat peut s'écrire sous forme d'un produit vectoriel :

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

$\mathbf{F}$ est appelée force de Lorentz.

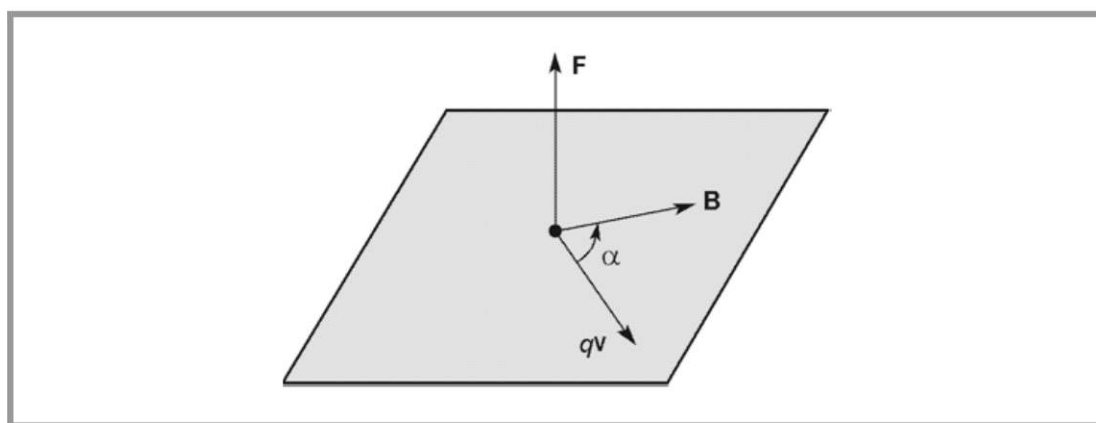


Figure 1.1 – Direction et sens de la force exercée par un champ magnétique sur une particule chargée.

Lignes de champ

On appelle ligne de champ magnétique une courbe tangente au vecteur $\mathbf{B}$ en chacun de ses points. Il y a une infinité de lignes de champ pour un dispositif donné, mais on se contente d'en tracer quelques-unes pour avoir une idée de la topographie du champ magnétique.

REMARQUE

Le tracé des lignes de champ est nécessaire pour une étude détaillée du fonctionnement interne des machines. Hormis dans des dispositifs très simples, leur détermination est difficile. Heureusement, il existe des logiciels permettant d'effectuer cette tâche.

Flux magnétique

Le flux magnétique φ à travers une surface (S) est défini par :

$$\varphi = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$d\mathbf{S}$ est le vecteur surface élémentaire. Sa norme est égale à la surface élémentaire dS . Sa direction et son sens sont ceux de la normale orientée au point considéré. Si la surface est fermée, la normale est orientée par convention vers l'extérieur. Si la surface est limitée par un contour fermé (C), on fixe le sens du vecteur unitaire normal $\mathbf{n}$ en concordance avec l'orientation de (C) (figure 1.2). Pratiquement, on utilise la règle de Maxwell : un tire-bouchon tournant comme le montre la flèche placée sur le contour progresse dans le sens de la normale orientée.

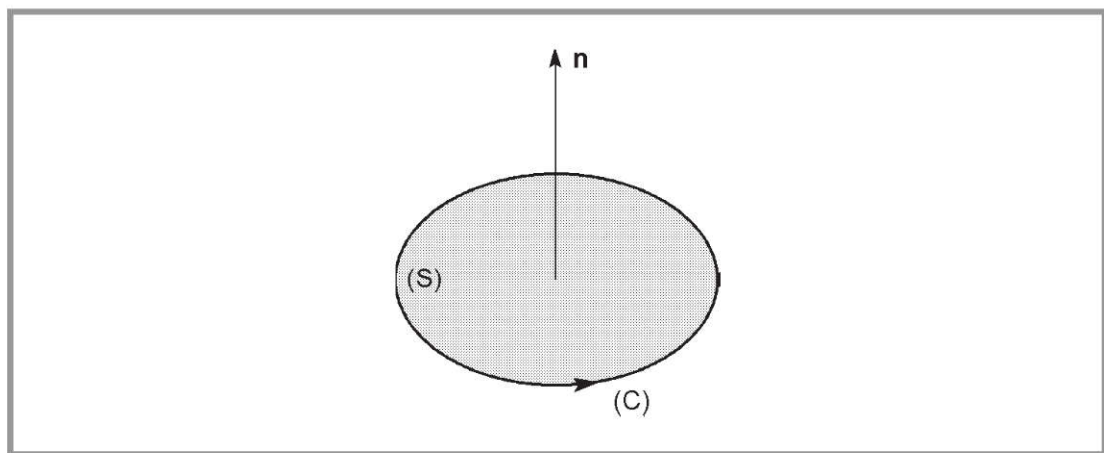


Figure 1.2 – Orientation de la normale.

L'unité de flux magnétique est le weber (Wb). Une propriété importante de $\mathbf{B}$ est d'être un champ à flux conservatif, c'est-à-dire que le flux magnétique à travers une surface fermée quelconque est nul. Un cas particulier important est celui où la surface considérée est un tube de champ, c'est-à-dire un ensemble de lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé (figure 1.3). Le flux sortant du tube de champ est nul puisque $\mathbf{B}$ est toujours tangent aux lignes de champ. Il en résulte que les flux magnétiques à travers deux sections (S_1) et (S_2) d'un même tube de champ sont égaux.

1.2.2 Forces magnétiques

Loi de Laplace

Un circuit parcouru par un courant est soumis à une force quand il est placé dans un champ magnétique : c'est la force de Laplace. Un élément $d\mathbf{l}$ d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité i et placé dans un champ magnétique $\mathbf{B}$ (figure 1.4) est soumis à une force :

$$d\mathbf{F} = i d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$$

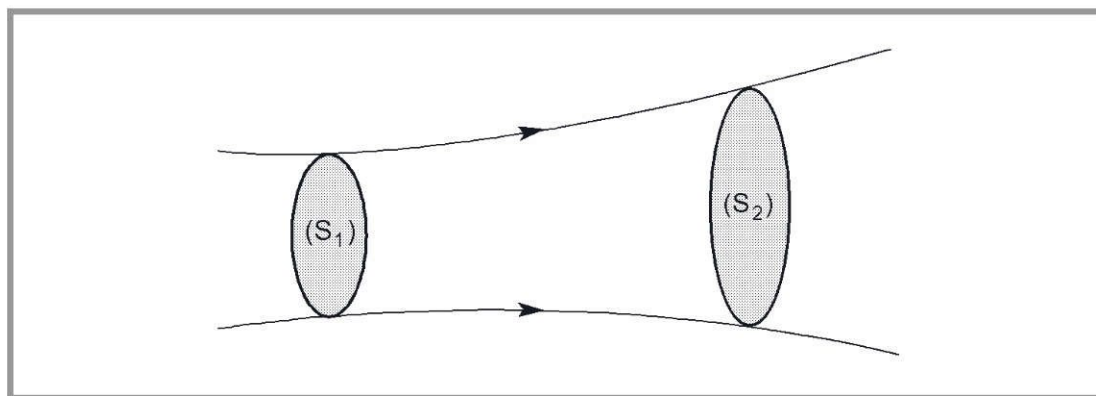


Figure 1.3 – Tube de champ magnétique.

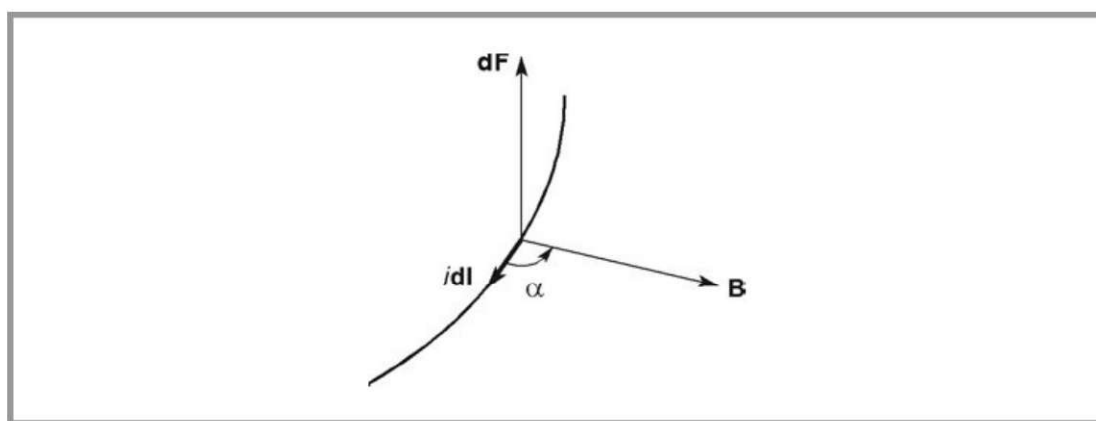


Figure 1.4 – Direction et sens de la force de Laplace.

Travail des forces magnétiques

On considère le déplacement d'un circuit fermé (C) dans un champ magnétique B . Si le conducteur est parcouru par un courant d'intensité i , un de ses éléments $d\mathbf{l}$ est soumis à une force de Laplace $d\mathbf{F}$. Le travail de cette force au cours d'un déplacement élémentaire $d\mathbf{r}$ est :

$$\delta^2 \mathcal{E} = d\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = i (d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{r}$$

Soit, en modifiant l'ordre des termes de ce produit mixte :

$$\delta^2 \mathcal{E} = i \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{r} \wedge d\mathbf{l})$$

Le travail des forces de Laplace sur l'ensemble du circuit est obtenu en intégrant :

$$\delta \mathcal{E} = \int_{(C)} i \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{r} \wedge d\mathbf{l})$$

Le vecteur $d\mathbf{r} \wedge d\mathbf{l}$ a pour norme l'aire balayée par l'élément $d\mathbf{l}$ au cours de son déplacement. Par définition, on appelle flux coupé par le circuit (C) la quantité :

$$\delta \varphi_c = \int_{(C)} \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{r} \wedge d\mathbf{l})$$

On a alors :

$$\delta \mathcal{T} = i \delta \varphi_c$$

Si le champ magnétique est permanent, on peut modifier l'expression précédente. On considère pour cela le tube engendré par le déplacement du circuit (*figure 1.5*). Soit φ le flux à travers une surface s'appuyant sur le contour (C) dans sa position initiale. Après le déplacement, ce flux est devenu $\varphi + d\varphi$ pour la position finale. $\delta\varphi_c$ est le flux à travers la surface latérale du tube, orientée vers l'intérieur (à cause du produit vectoriel). Le flux magnétique étant conservatif, on peut écrire :

$$-\varphi - \delta\varphi_c + \varphi + d\varphi = 0$$

On en déduit :

$$\delta\varphi_c = d\varphi$$

et donc :

$$\delta \mathcal{T} = i d\varphi$$

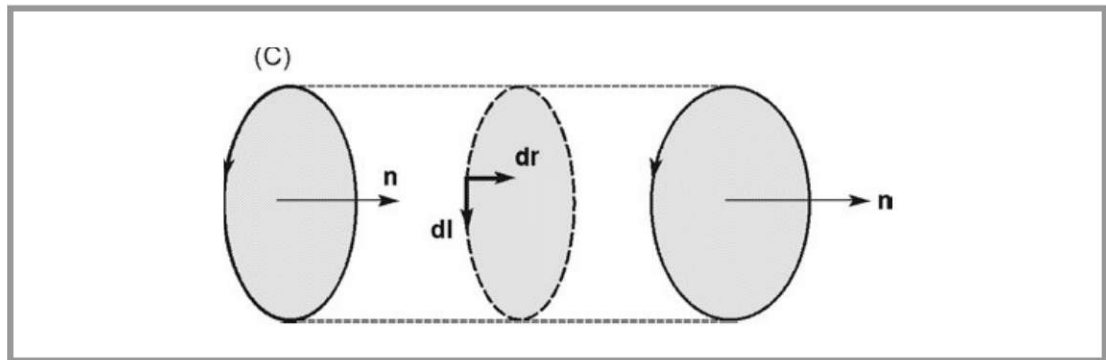


Figure 1.5 – Flux coupé par le déplacement d'un circuit.

REMARQUE

On a noté le travail élémentaire et le flux coupé élémentaire avec le symbole δ alors que pour la force ou le flux, on utilise la lettre d . Cette distinction est due au fait que $\delta \mathcal{T}$ et $\delta\varphi_c$ ne sont pas en général les différentielles d'une fonction.

Si le courant est constant, on peut exprimer le travail pour un déplacement fini :

$$\mathcal{T} = i(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Ce travail ne dépend pas du chemin suivi. On peut donc définir une énergie potentielle (ou énergie mutuelle du circuit et du champ magnétique) :

$$E_p = -i\varphi$$

Un équilibre stable correspond à une énergie potentielle minimale, et donc à un flux maximal puisque le courant est constant. On en déduit la règle suivante : un circuit abandonné à lui-même dans un champ magnétique se déplace sous l'effet des forces de Laplace jusqu'à ce que le flux qui le traverse soit maximal.

1.2.3 Induction électromagnétique

Phénomènes observés

Quand on approche ou qu'on éloigne un aimant d'une bobine, on constate qu'il apparaît un courant si le circuit est fermé, une tension entre les deux bornes si le circuit est ouvert. La même chose se produit si c'est la bobine qu'on déplace. Par ailleurs, quand on met une bobine dans un champ magnétique variable (obtenu par exemple en modifiant le courant dans un solénoïde inducteur), on observe également l'apparition du courant ou de la tension.

Loi de Faraday

Les expériences précédentes recouvrent deux aspects du phénomène d'induction électromagnétique. Celui-ci consiste en l'apparition d'une force électromotrice lors d'une variation de flux :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt}$$

La variation de flux peut être due à une modification du champ magnétique pour un circuit fixe (cas de Neumann) ou à un déplacement relatif du circuit par rapport à un champ magnétique permanent (cas de Lorentz). Les deux causes peuvent se combiner (déplacement d'un circuit dans un champ magnétique variable). La formule s'applique également en cas de déformation du circuit. Il faut toutefois s'assurer que les variations des paramètres du circuit ne sont pas discontinues. Cela exclut le cas où il existe des commutations dans le dispositif.

Quand on considère une bobine de N spires, on peut définir la force électromotrice par spire :

$$e_1 = -\frac{d\varphi}{dt}$$

Dans cette formule, φ est le flux à travers la spire considérée. En admettant que ce flux est identique pour toutes les spires (pas de fuites), et comme ces éléments sont en série, la force électromotrice induite dans la bobine est :

$$e = -N \frac{d\varphi}{dt}$$

On définit alors le flux total dans la bobine :

$$\psi = N\varphi$$

ce qui conduit à :

$$e = -\frac{d\psi}{dt}$$

Dans les moteurs, ou plus généralement les récepteurs, la force électromotrice induite s'oppose à la force électromotrice du générateur. Pour éviter des signes – dans les formules, il est souvent intéressant de définir la notion de force contre-électromotrice :

$$e' = \frac{d\varphi}{dt}$$

Une force électromotrice positive tend à faire circuler un courant positif (c'est-à-dire dans le sens de parcours de (C)) tandis qu'une force contre-électromotrice positive tend à faire circuler un courant négatif.

Dans un certain nombre de cas pratiques, on ne connaît pas précisément les variations du flux en fonction du temps et il n'est donc pas possible de calculer la force électromotrice à chaque instant. Par contre, on peut le plus souvent déterminer la variation de flux $\Delta\Phi$ obtenue pendant une durée finie Δt . On calcule alors une force électromotrice moyenne :

$$E_{\text{moy}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Dans le cas particulier du circuit qui se déplace dans un champ magnétique permanent, il est en général plus commode d'évaluer le flux Φ_c coupé pendant la durée Δt et d'exprimer la force électromotrice moyenne par :

$$E_{\text{moy}} = -\frac{\Phi_c}{\Delta t}$$

Pour les moteurs, on utilisera aussi la force contre-électromotrice moyenne :

$$E'_{\text{moy}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Ainsi, dans le cas du déplacement d'un circuit dans un champ magnétique permanent :

$$E'_{\text{moy}} = \frac{\Phi_c}{\Delta t}$$

Cette dernière formule sera par exemple employée dans l'étude du moteur à courant continu.

1.3 Circuits magnétiques et aimants

1.3.1 Milieux ferromagnétiques

Vecteur aimantation

Les propriétés magnétiques des milieux matériels proviennent de dipôles magnétiques élémentaires à l'échelle atomique. Ampère avait déjà eu l'intuition de décrire ces phénomènes par de petites boucles de courant (ampèriens). Les théories modernes sur la structure de l'atome ont permis de préciser les choses. Du point de vue macroscopique, on peut se contenter de considérer que le milieu comporte une distribution de boucles élémentaires de surface S et parcourues par un courant i dont on définit le moment magnétique par :

$$\mathcal{M} = iS$$

Sa norme s'exprime en $A \cdot m^2$. On caractérise la matière par la densité volumique de moments magnétiques, c'est par définition le vecteur aimantation :

$$\mathbf{J} = \frac{d\mathcal{M}}{d\nu}$$

L'unité d'aimantation est l'ampère par mètre ($A \cdot m^{-1}$).

Vecteur excitation magnétique

Pour simplifier l'étude des champs magnétiques dans les milieux matériels, on définit un vecteur auxiliaire, l'excitation magnétique, par :

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J}$$

μ_0 est une constante appelée perméabilité magnétique du vide. Sa valeur est :

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

L'intérêt du vecteur excitation magnétique est d'être lié directement aux causes du champ magnétique. Le théorème d'Ampère affirme en effet que la circulation de $\mathbf{H}$ sur un contour fermé (C) est égale à la somme des intensités des courants qui traversent ce contour :

$$\oint_{(C)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{k=1}^N i_k$$

Cette relation montre que l'unité d'excitation magnétique est l'ampère par mètre.

REMARQUE

Autrefois, c'est le vecteur $\mathbf{H}$ qu'on appelait champ magnétique tandis que $\mathbf{B}$ était nommé induction magnétique. Cela s'explique par le fait qu'on attribuait à $\mathbf{H}$ le rôle fondamental qui en faisait l'analogue du champ $\mathbf{E}$ en électrostatique. Le vecteur $\mathbf{B}$ n'avait alors qu'un rôle auxiliaire comme le vecteur $\mathbf{D}$ en électrostatique. Cependant, cette façon de voir est erronée et la véritable analogie physique est bien celle des vecteurs $\mathbf{B}$ et $\mathbf{E}$. Malheureusement, on rencontre encore parfois les anciennes dénominations.

Caractéristiques magnétiques

La grande difficulté de l'étude des dispositifs électromagnétiques vient du fait que la relation entre $\mathbf{B}$ et $\mathbf{H}$ dans la matière n'est pas simple. Dans le cas des matériaux ferromagnétiques — les seuls qui ont un intérêt pratique en électrotechnique — le champ magnétique n'est pas lié seulement à l'excitation magnétique, mais dépend également de l'utilisation antérieure du matériau. On peut cependant tracer une courbe qui relie B et H indépendamment du passé en démagnétisant complètement la matière. On parle alors de courbe de première aimantation. Pour le relevé, on utilise un tore de matériau ferromagnétique sur lequel on a bobiné un enroulement. Les vecteurs $\mathbf{B}$ et $\mathbf{H}$ restent colinéaires et il suffit de s'intéresser à

leurs mesures algébriques B et H sur la ligne de champ moyenne. On peut mesurer (indirectement) B et H et en déduire par calcul l'aimantation J . On trace la courbe de J en fonction de H (figure 1.6). La croissance est d'abord lente, devient plus rapide puis se ralentit de nouveau quand la courbe se dirige vers une asymptote horizontale dont l'ordonnée J_S est l'aimantation à saturation. Il est également possible de tracer B en fonction de H . La courbe présente alors une asymptote oblique de pente μ_0 (figure 1.7).

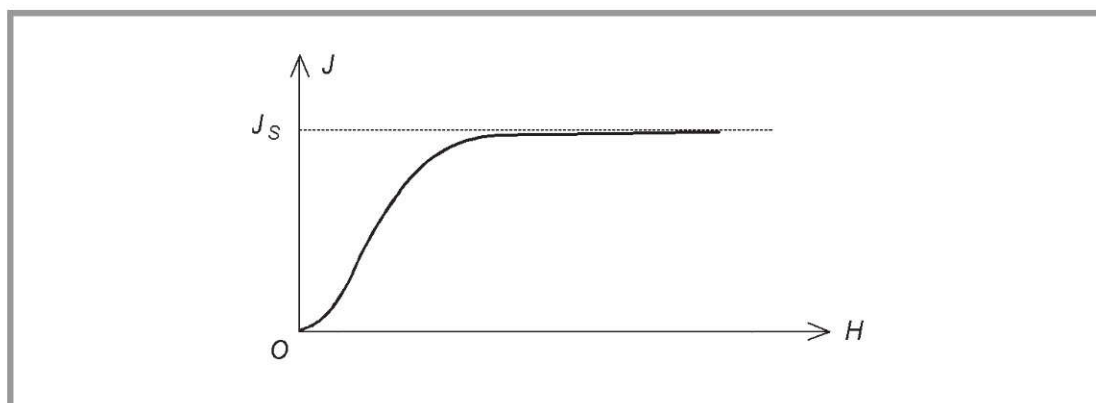


Figure 1.6 – Courbe de première aimantation (coordonnées H, J).

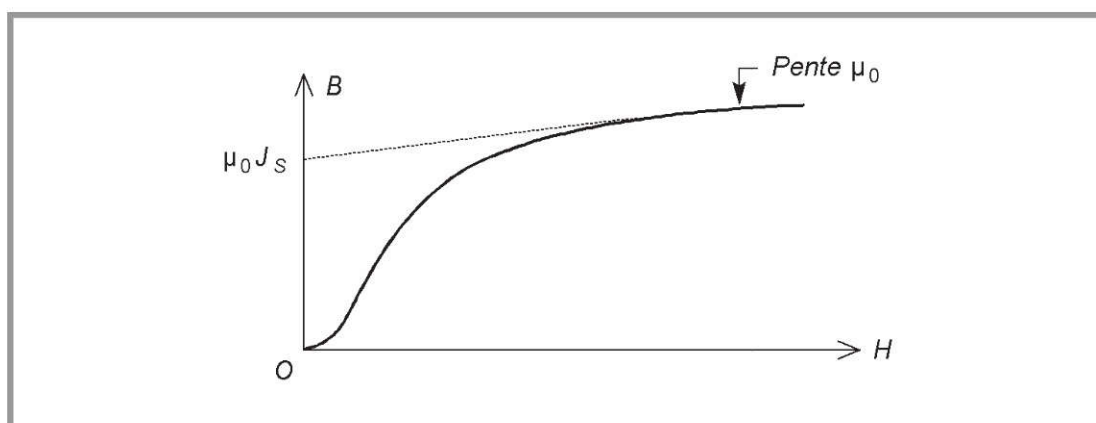


Figure 1.7 – Courbe de première aimantation (coordonnées H, B).

Lorsque le matériau est à saturation, on fait décroître le courant dans la bobine, donc la valeur de H . On constate que les points obtenus ne sont pas sur la courbe de première aimantation, mais au-dessus. Quand H s'annule, J conserve une valeur J_r appelée aimantation rémanente. On inverse ensuite le sens du courant dans le bobinage pour donner à H des valeurs négatives : J s'annule pour une valeur $-H_c$ de H . H_c est appelée excitation coercitive pour l'aimantation. On continue à diminuer H jusqu'à une valeur opposée à celle qui a permis d'atteindre la saturation au départ. Ensuite, lorsqu'on augmente de nouveau H , le point de fonctionnement décrit une nouvelle courbe passant en dessous de la première. Après quelques allers et retours entre les valeurs extrêmes de l'excitation, le point représentatif parcourt une courbe fermée invariable appelée cycle d'hystérésis (figure 1.8).

On peut aussi utiliser une représentation avec les coordonnées H et B (figure 1.9). On définit ainsi un champ magnétique rémanent B_r et une excitation coercitive pour le champ H'_c . La valeur de H qui annule B est inférieure à celle qui annule J : H_c et H'_c sont donc différents.

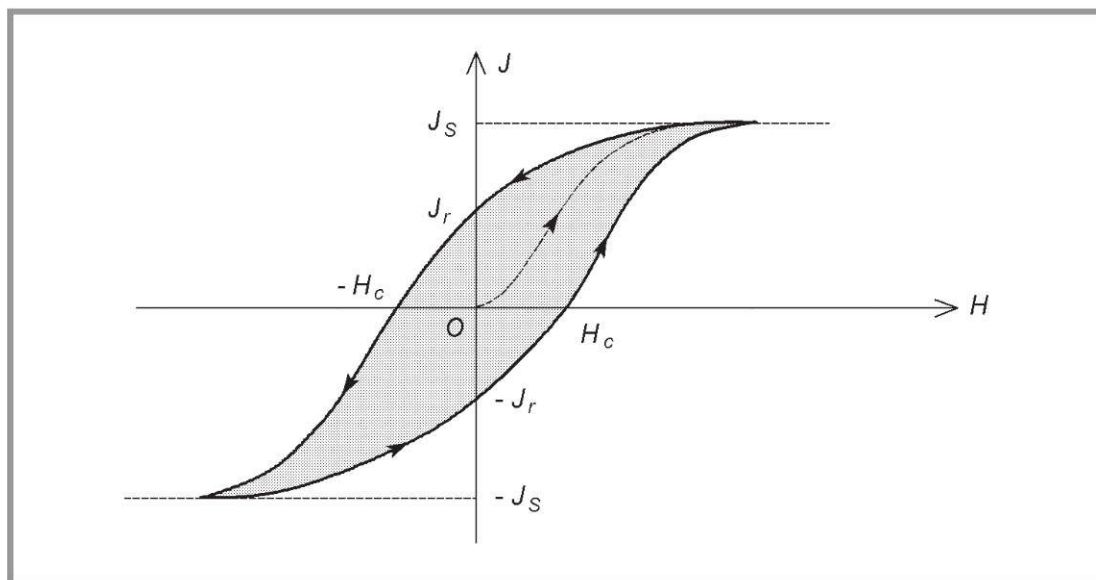


Figure 1.8 – Cycle d'hystérésis (coordonnées H, J).

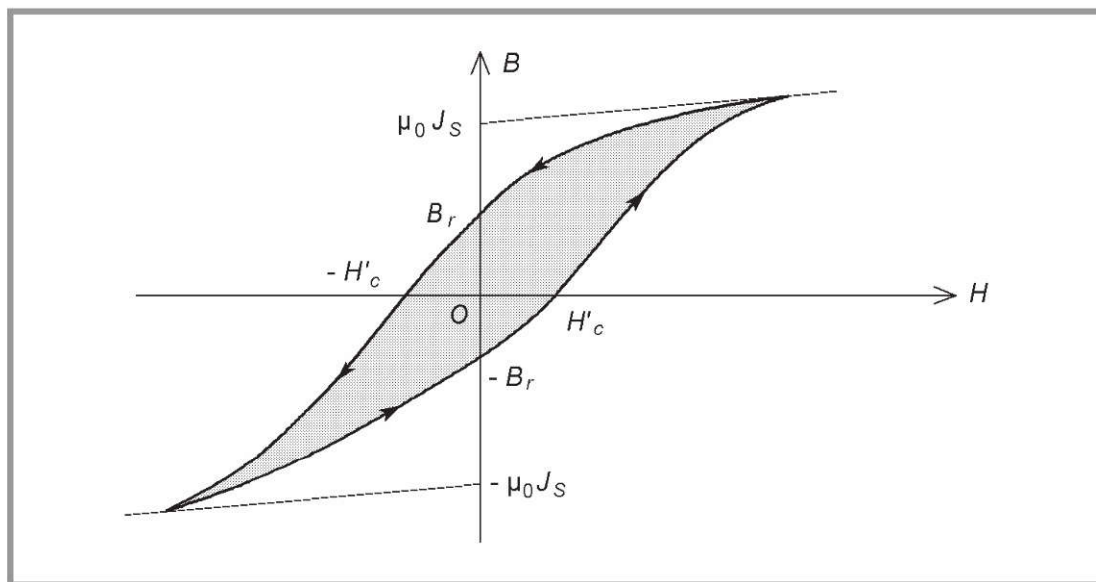


Figure 1.9 – Cycle d'hystérésis (coordonnées H, B).

On distingue les matériaux ferromagnétiques doux et durs. Les premiers ont une faible excitation coercitive, leur cycle est étroit : ils sont destinés à canaliser les flux. Au contraire, les seconds ont une forte excitation coercitive : ils servent à fabriquer les aimants.

Perméabilité magnétique

Pour les matériaux non ferromagnétiques, les vecteurs $\mathbf{B}$ et $\mathbf{H}$ sont proportionnels :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

μ est la perméabilité du milieu et s'exprime en henry par mètre ($\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$). On emploie surtout la perméabilité relative μ_r en rapportant μ à μ_0 , perméabilité du vide :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Pour les matériaux ferromagnétiques, on généralise ces définitions en considérant la courbe de première aimantation. Toutefois, la perméabilité dépend dans ce cas du point de fonctionnement. On peut par exemple tracer la courbe de μ_r en fonction de H (figure 1.10). Tant que le matériau n'est pas saturé, la perméabilité relative est très grande devant 1. Par contre, elle diminue lorsqu'apparaît la saturation et tend vers 1 aux très fortes excitations.

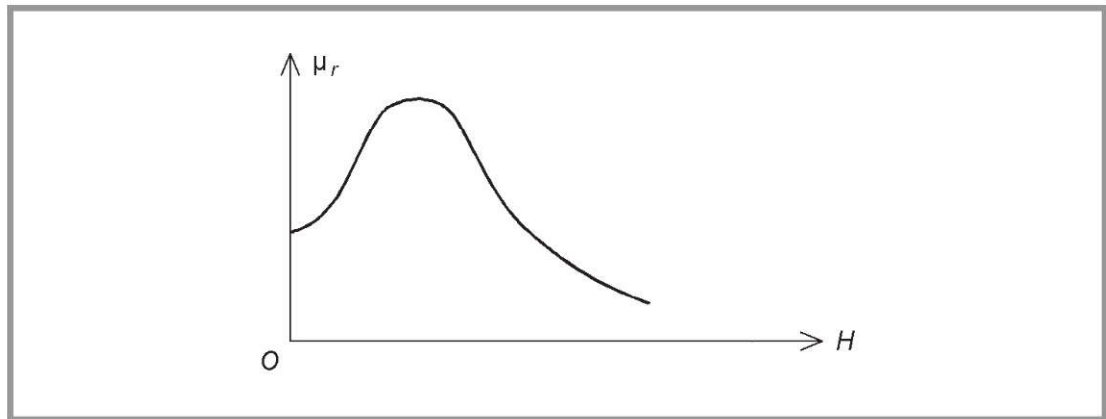


Figure 1.10 – Variations de la perméabilité relative d'un matériau ferromagnétique.

Réfraction des lignes de champ

On considère la surface de séparation entre deux milieux différents, par exemple un matériau ferromagnétique doux et l'air (figure 1.11). La conservation du flux entraîne la continuité de la composante normale du champ magnétique :

$$B_{N1} = B_{N2}$$

Par ailleurs, le théorème d'Ampère implique, en l'absence de courants surfaciques, la continuité de la composante tangentielle de l'excitation magnétique :

$$H_{T1} = H_{T2}$$

En introduisant les perméabilités des deux milieux, on peut écrire :

$$\frac{B_{T1}}{\mu_1} = \frac{B_{T2}}{\mu_2}$$

Si α_1 et α_2 sont les angles entre les lignes de champ dans chaque milieu et la normale au point de passage, on a :

$$\tan \alpha_1 = \frac{B_{T1}}{B_{N1}}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{B_{T2}}{B_{N2}}$$

On en déduit :

$$\frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

Si le milieu 2 est l'air, on peut introduire la perméabilité relative :

$$\tan \alpha_2 = \frac{1}{\mu_r} \tan \alpha_1$$

Comme μ_r est très élevé pour un matériau ferromagnétique, $\tan \alpha_2$ est très faible et donc α_2 est presque nul. On en déduit une propriété très importante : dans l'air, les lignes de champ sont presque orthogonales à la surface des matériaux ferromagnétiques doux.

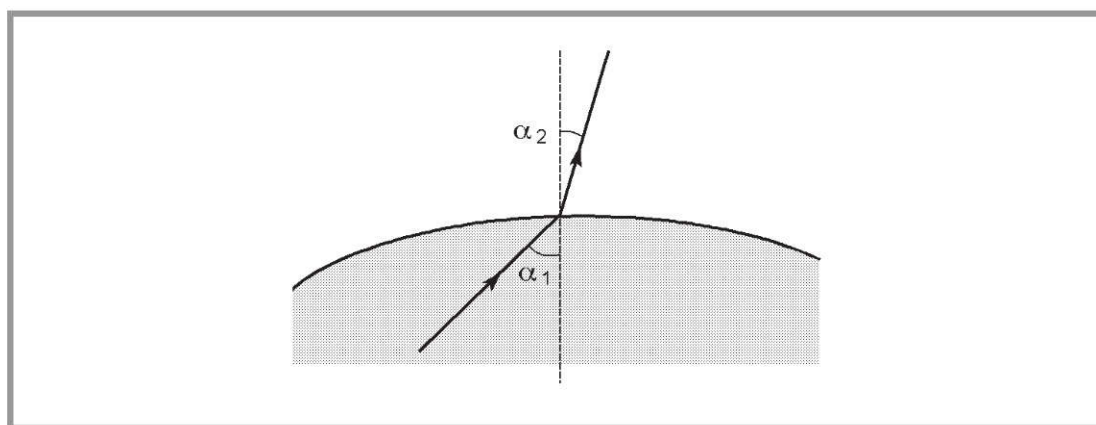


Figure 1.11 – Réfraction des lignes de champ.

Énergie magnétique

Une certaine énergie est emmagasinée dans une bobine parcourue par un courant. On peut considérer que cette énergie est localisée dans le volume où règne le champ magnétique avec une densité volumique w . L'énergie totale est calculée en intégrant dans le volume considéré :

$$W = \iiint_{(V)} w \, dv$$

La densité volumique élémentaire d'énergie magnétique est :

$$dw = \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}$$

On obtient w par intégration. Compte tenu de la complexité de la relation entre H et B dans les milieux ferromagnétiques, le calcul est difficile, mais on peut donner

une interprétation graphique de w : c'est l'aire du domaine hachuré limité par la caractéristique magnétique (figure 1.12). Par ailleurs, dans l'étude des convertisseurs d'énergie, il est intéressant de définir une grandeur auxiliaire, la coénergie. Sa densité volumique élémentaire est :

$$dw' = B \cdot dH$$

w' est alors l'aire d'un second domaine hachuré sur la figure. La somme de l'énergie et de la coénergie a une expression simple car c'est l'aire d'un domaine rectangulaire :

$$w + w' = H \cdot B$$

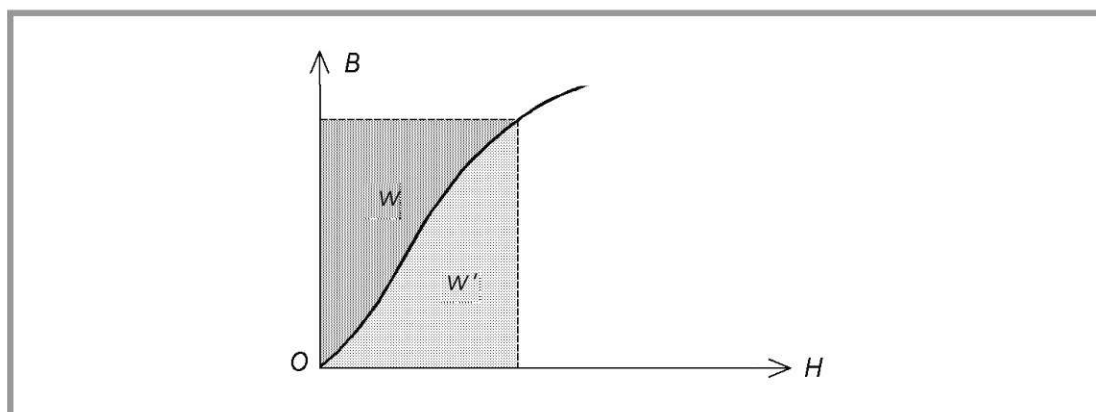


Figure 1.12 – Interprétation graphique des densités volumiques d'énergie et de coénergie.

REMARQUE

Avec le langage et les notations de la thermodynamique, l'énergie magnétique est l'énergie libre F et la coénergie est l'opposé de l'enthalpie libre magnétique G .

1.3.2 Circuits magnétiques

Loi d'Hopkinson

On considère un tore de matière ferromagnétique douce sur lequel est bobiné un enroulement de N spires parcouru par un courant d'intensité i (figure 1.13). La perméabilité μ du matériau étant très élevée par rapport à celle de l'air, on peut admettre en première approximation que toutes les lignes de champ se referment dans la matière. Le tore est appelé circuit magnétique puisqu'il canalise les lignes de champ. Le théorème d'Ampère appliqué à la ligne de champ moyenne (C) donne :

$$\int_{(C)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Ni$$

Comme le vecteur excitation magnétique est tangent à la ligne de champ, on obtient :

$$\int_{(C)} H dl = Ni$$

On peut introduire dans la formule le champ magnétique $B = \mu H$ puis le flux $\varphi = BS$ (S étant la section du tore) :

$$\int_{(C)} \frac{1}{\mu} \frac{\varphi}{S} dl = Ni$$

Le flux est constant puisque le tore forme un tube de champ. Par ailleurs, si la section est constante, on a, en faisant intervenir la longueur l de la ligne de champ moyenne :

$$\frac{1}{\mu} \frac{l}{S} \varphi = Ni$$

On définit la réluctance du circuit magnétique par :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$$

L'unité de réluctance est l'inverse du henry (H^{-1}). On utilise aussi la perméance qui est :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}}$$

On définit également la force magnétomotrice de la bobine par :

$$\mathcal{F} = Ni$$

La force magnétomotrice s'exprime en ampères (A). On disait autrefois ampères-tours, dénomination que l'on rencontre encore souvent dans le langage pratique. Avec ces nouvelles grandeurs, la formule devient :

$$\mathcal{F} = \mathcal{R} \varphi$$

Cette relation est connue sous le nom de loi d'Hopkinson.

Plus généralement, un circuit magnétique est un ensemble constitué de matériaux magnétiques doux, d'entrefers, de bobines et d'aimants. Ces deux derniers sont les sources de champ magnétique, les parties en matériau ferromagnétique doux servant à canaliser les lignes de champ pour les amener dans les entrefers où l'on va utiliser les effets du champ magnétique.

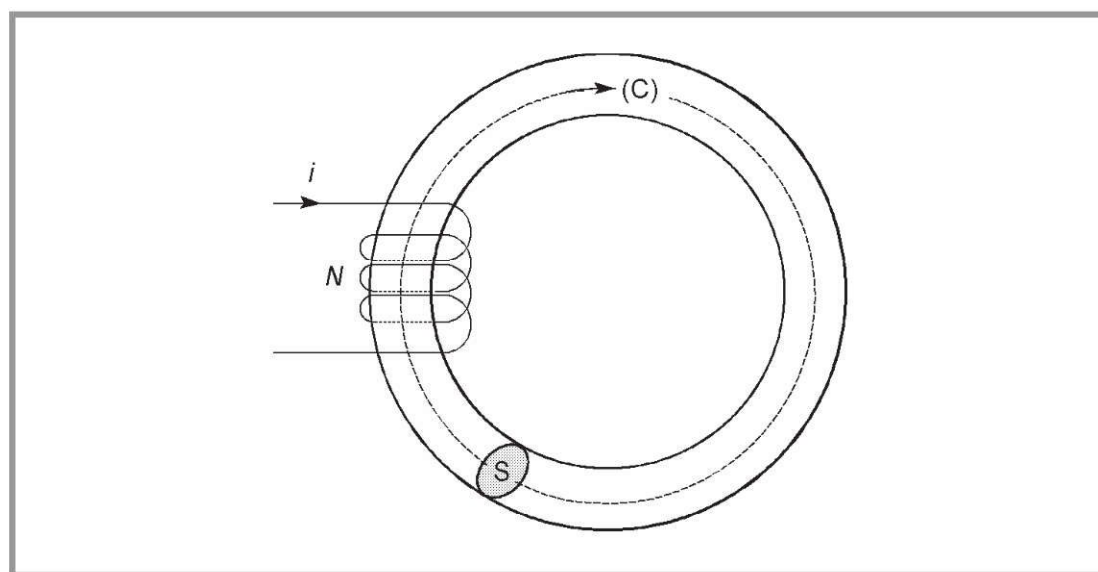


Figure 1.13 – Circuit magnétique.

Analogie électrique

On constate une analogie formelle avec les grandeurs et les lois de l'électrocinétique. Les correspondances sont précisées dans le *tableau 1.1*.

Tableau 1.1 – Analogie entre circuits magnétiques et circuits électriques.

Circuits magnétiques	Circuits électriques
Flux φ	Intensité i
Force magnétomotrice $\mathcal{F}$	Force électromotrice e
Réductance $\mathcal{R}$	Résistance R
$\mathcal{F} = \mathcal{R}\varphi$	$e = Ri$
$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$	$R = \rho \frac{l}{S}$
Perméabilité μ	Conductivité $\gamma = 1/\rho$
Perméance $\mathcal{P}$	Conductance G

On peut représenter un circuit électrique analogue (*figure 1.14*). Si le circuit magnétique comporte plusieurs tronçons de perméabilités différentes ou de sections différentes, on peut considérer qu'il s'agit d'une mise en série : les réductances s'ajoutent. Si plusieurs enroulements sont bobinés sur le circuit magnétique, les forces magnétomotrices s'ajoutent algébriquement (signe + si un courant positif crée un flux positif). Si le flux peut se partager dans deux branches de circuit magnétique, celles-ci sont en parallèle et leurs perméances s'ajoutent. Toutes ces propriétés s'utilisent très facilement en considérant les circuits électriques analogues.

Il faut cependant bien noter que l'analogie n'est que purement formelle et n'a aucun fondement physique. Un certain nombre de différences apparaissent. Tout d'abord, la réductance n'est pas constante puisque μ dépend de H . En fait, cette variation n'a de conséquence importante que si le matériau atteint la saturation. En second lieu, il n'existe pas d'isolant pour les circuits magnétiques. L'air, même si sa perméabilité est petite, laisse passer les lignes de flux particulièrement si l'épaisseur du tronçon correspondant est très faible (entrefer). Même si le circuit magnétique se referme dans un matériau ferromagnétique, il y a toujours quelques lignes de champ dans l'air environnant qui engendrent un flux de fuite qu'on peut représenter par une branche supplémentaire dans le schéma analogue du circuit magnétique, bien qu'il n'existe pas de support matériel. Malgré ces quelques restrictions qu'il faut garder à l'esprit, la méthode d'analogie est très intéressante par sa facilité de mise en œuvre.

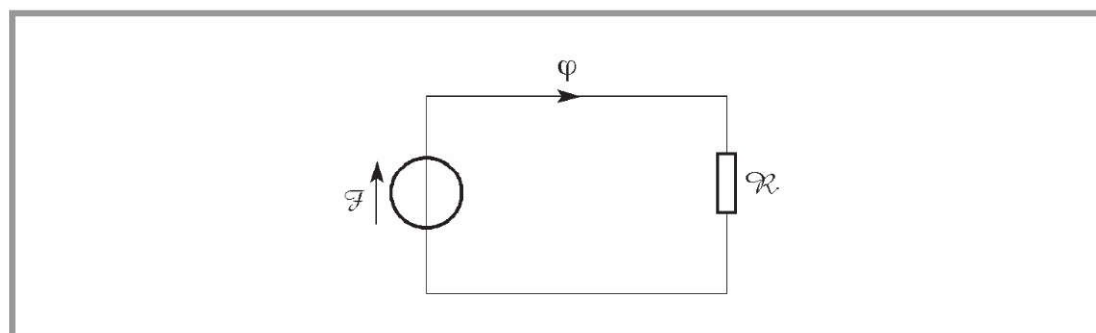


Figure 1.14 – Circuit électrique analogue.

Pertes ferromagnétiques

Deux phénomènes sont à l'origine des pertes dans les matériaux ferromagnétiques : l'hystérésis et les courants de Foucault. Ces pertes se traduisent par un échauffement du circuit magnétique. On a vu plus haut que lorsque le champ magnétique augmente de dB , la densité d'énergie varie de $H dB$. Quand le point de fonctionnement parcourt un cycle d'hystérésis, la variation totale de densité d'énergie est égale à l'aire du cycle (avec les coordonnées H et B). Si le champ magnétique varie périodiquement avec une fréquence f , la puissance perdue à cause de cette variation d'énergie magnétique est proportionnelle à f . Par ailleurs, on constate que ces pertes sont approximativement proportionnelles au carré de l'amplitude B_M du champ magnétique. On peut donc exprimer les pertes par hystérésis par la formule :

$$p_H = k_H B_M^2 f$$

Les matériaux ferromagnétiques étant conducteurs, des courants induits prennent naissance dans leur masse lorsque le champ magnétique est variable : ce sont les courants de Foucault. Il en résulte de l'effet Joule. On montre que les pertes correspondantes sont proportionnelles au carré de la fréquence ainsi qu'au carré de l'amplitude du champ magnétique :

$$p_F = k_F B_M^2 f^2$$

Pour réduire les pertes par hystérésis, on utilise des matériaux dont le cycle est étroit pour que l'aire qu'il délimite soit la plus petite possible : c'est le cas des matériaux ferromagnétiques doux qui forment le circuit magnétique des machines. Une diminution des pertes par courant de Foucault peut être obtenue en réalisant les parties ferromagnétiques soumises à des flux variables par un empilage de tôles minces isolées entre elles (circuit magnétique feuilleté).

1.3.3 Aimants permanents

Point de fonctionnement d'un aimant

Un aimant permanent est en général associé à un circuit magnétique pour créer un champ dans un entrefer (*figure 1.15*). La perméabilité des pièces de matériau

ferromagnétique doux étant très élevée, la réluctance de ces tronçons de circuit magnétique est négligeable devant celle de l'entrefer. Soient l_a la longueur de l'aimant, e la largeur de l'entrefer, H l'excitation magnétique dans l'aimant et H_e l'excitation magnétique dans l'entrefer (mesures algébriques). Le théorème d'Amperè donne :

$$H l_a + H_e e = 0$$

Par ailleurs, si S_a est la section de l'aimant et S_e la section de l'entrefer, la conservation du flux s'écrit :

$$B S_a = B_e S_e$$

B est le champ magnétique dans l'aimant et B_e le champ magnétique dans l'entrefer. Enfin, la perméabilité de l'entrefer étant μ_0 , on a :

$$B_e = \mu_0 H_e$$

À partir des trois équations précédentes, on peut écrire une relation entre B et H :

$$B = -\mu_0 \frac{S_e}{S_a} \frac{l_a}{e} H$$

C'est l'équation d'une droite dans le plan H, B , on la nomme droite d'entrefer. Comme l'aimant impose une seconde relation entre B et H par sa caractéristique magnétique, on obtient le point de fonctionnement par intersection de la droite et de la courbe (*figure 1.16*). On constate que l'excitation magnétique H est toujours négative, c'est-à-dire qu'à l'intérieur de l'aimant, les vecteurs $\mathbf{B}$ et $\mathbf{H}$ sont de sens opposés. Par ailleurs, on voit que pour obtenir un champ magnétique important, il faut utiliser pour l'aimant des matériaux qui possèdent à la fois un champ rémanent important et une excitation coercitive élevée.

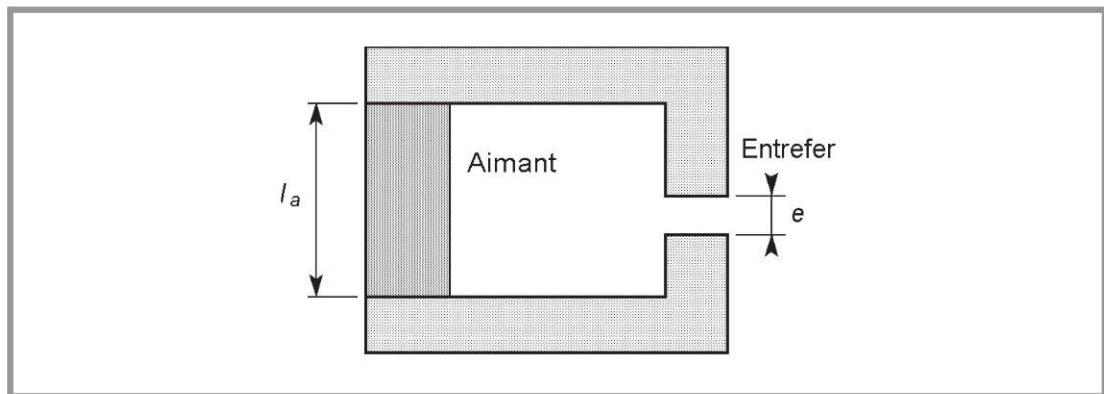


Figure 1.15 – Circuit magnétique associé à un aimant.

Droite de recul

En partant d'un point S du cycle, on réduit la largeur de l'entrefer. Le point de fonctionnement se déplace sur un arc de courbe ST si l'on va jusqu'au court-circuit magnétique (absence d'entrefer). On élargit ensuite l'entrefer jusqu'à ses dimensions de départ. Le point de fonctionnement décrit une nouvelle portion de

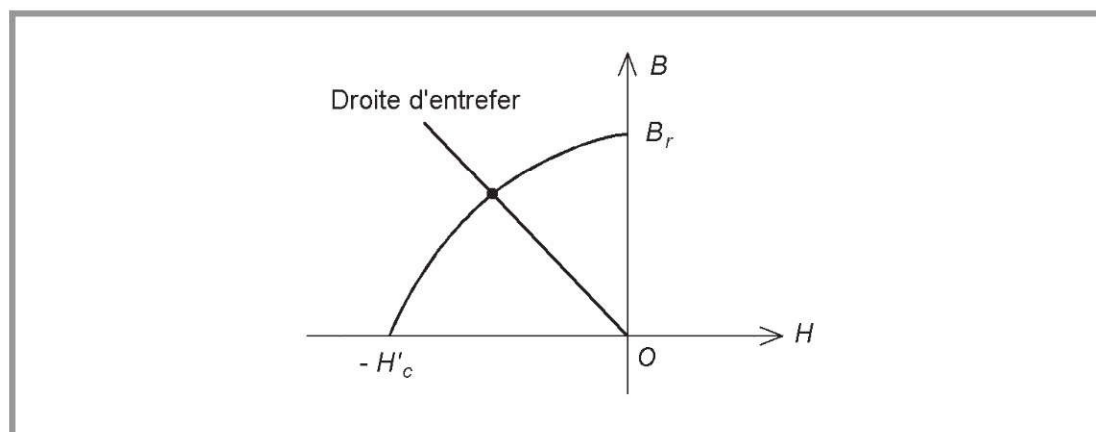


Figure 1.16 – Détermination du point de fonctionnement.

courbe TS' (figure 1.17). Après quelques allers et retours, le point représentatif parcourt une courbe fermée appelée cycle de recul. En pratique, ce cycle est assez étroit pour être assimilé à un segment de droite (figure 1.18). Le support Δ de ce segment est appelé droite de recul. La pente μ_c de cette droite est nommée perméabilité de recul. Si B_0 est l'ordonnée du point d'intersection de Δ et de l'axe des champs magnétiques, on peut écrire l'équation de la droite sous la forme :

$$B = B_0 + \mu_c H$$

On peut aussi introduire l'abscisse $-H_0$ du point d'intersection de Δ et de l'axe des excitations, ce qui donne :

$$H = \frac{B}{\mu_c} - H_0$$

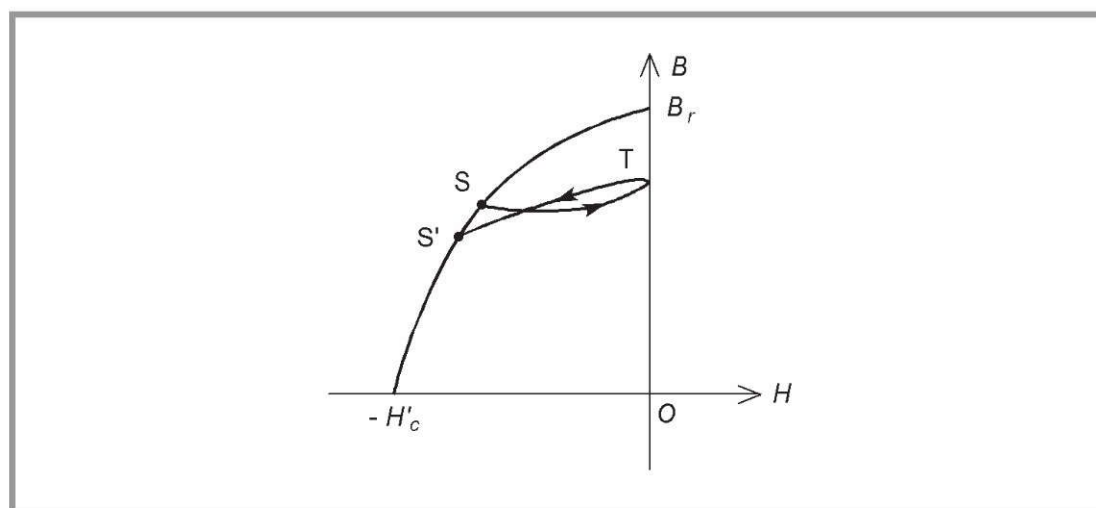


Figure 1.17 – Cycle de recul.

Il existe deux possibilités pour magnétiser un aimant. La première solution consiste à aimanter le matériau après constitution de son circuit magnétique définitif. Le point de fonctionnement est alors en S . La deuxième possibilité est d'aimanter la

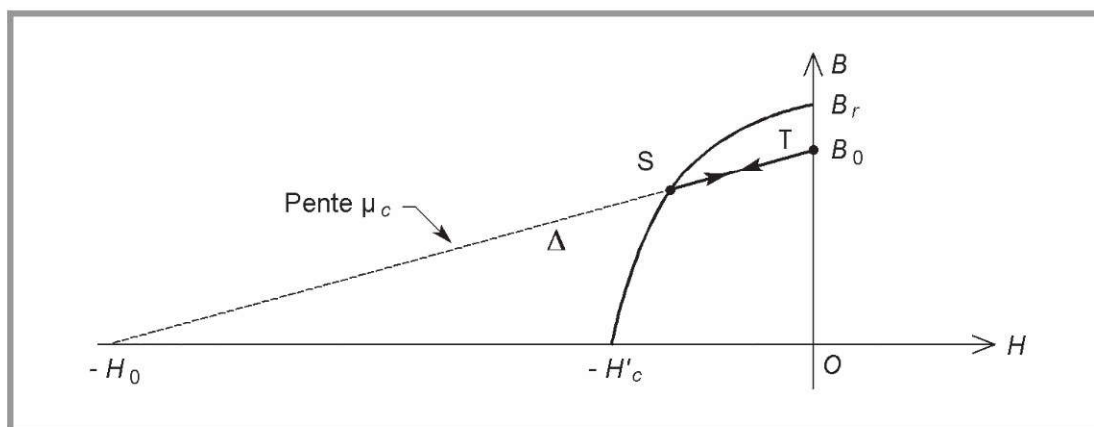


Figure 1.18 – Droite de recul.

matière avant la réalisation du dispositif complet. Dans ce cas, la magnétisation se fait avec un circuit externe différent du circuit d'utilisation. Le point de fonctionnement est initialement en S_0 lors de la magnétisation. Il passe en T_0 quand on ferme le circuit magnétique, puis arrive en P lorsqu'on place l'aimant dans le dispositif définitif (figure 1.19). Le champ magnétique a donc diminué. Il faut toutefois remarquer que ces problèmes se posent assez peu avec les aimants modernes qui ont une caractéristique presque linéaire sur une plage importante à gauche de B_r et pour lesquels les droites de recul sont pratiquement confondues avec cette zone linéaire (voir plus loin les matériaux pour aimants).

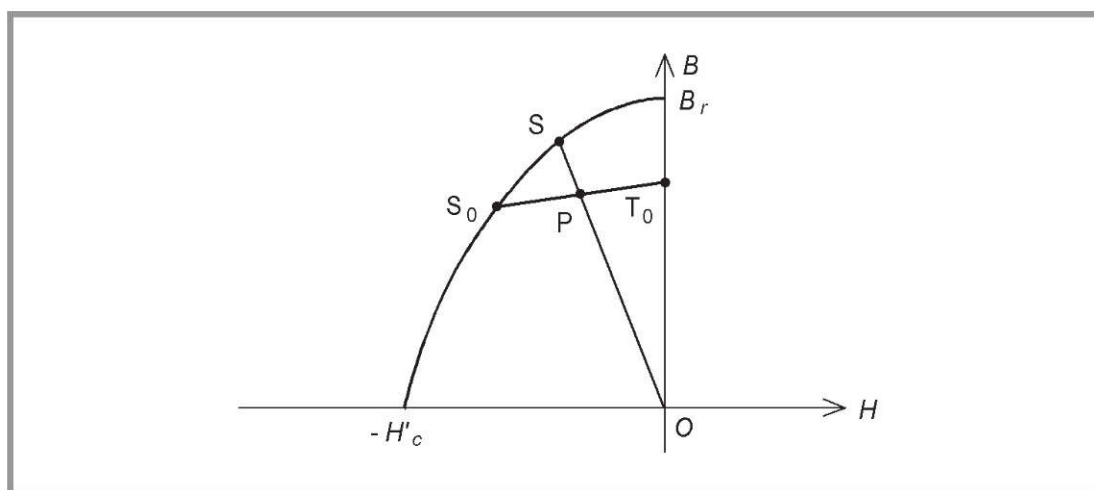


Figure 1.19 – Magnétisation de l'aimant.

Fonctionnement à entrefer variable

Dans beaucoup de machines, l'entrefer n'a pas une largeur constante lors de la rotation. Le stator ou le rotor ne présente pas une surface lisse et il en résulte une variation périodique de la largeur d'entrefer. De ce fait, le champ magnétique varie entre deux limites (figure 1.20) (on a choisi le cas où l'aimant a été magnétisé avec un circuit externe différent).

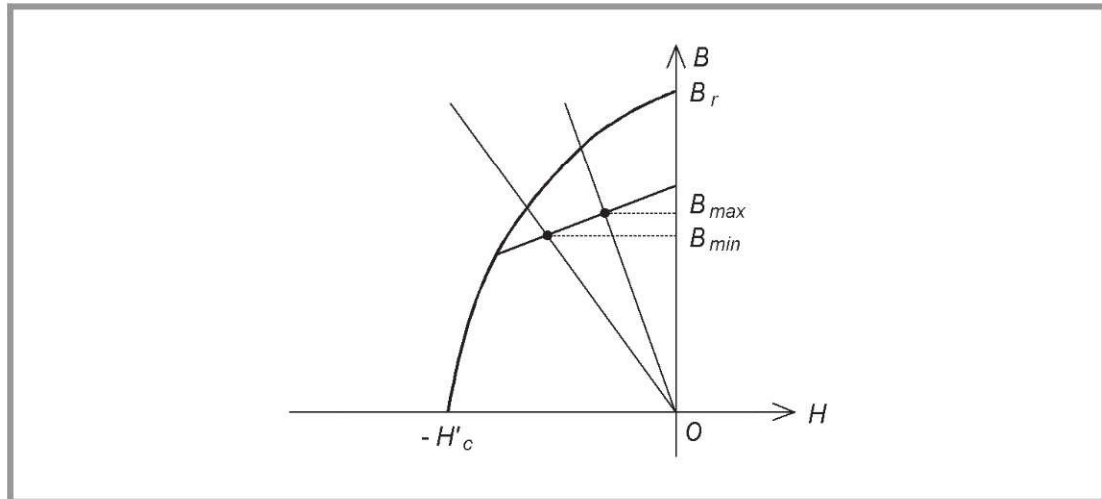


Figure 1.20 – Influence de la largeur d'entrefer.

Fonctionnement avec une force magnétomotrice antagoniste

Très souvent, l'aimant n'est pas la seule source de flux dans la machine car il existe des enroulements parcourus par des courants. Considérons par exemple le circuit magnétique élémentaire sur lequel on ajoute un bobinage de force magnétomotrice :

$$\mathcal{F} = Ni$$

Le théorème d'Ampère donne :

$$Hl_a + H_e e = \mathcal{F}$$

Par ailleurs, on a toujours :

$$BS_a = B_e S_e$$

et :

$$B_e = \mu_0 H_e$$

On obtient à partir de ces trois relations :

$$H = \frac{\mathcal{F}}{l_a} - \frac{S_a}{S_e} \frac{e}{l_a} \frac{B}{\mu_0}$$

On peut alors construire le point de fonctionnement (*figure 1.21*). Si $\mathcal{F}$ est nulle, le point est en P. Si $\mathcal{F}$ est positive, le point est en P' : la bobine a une action magnétisante. Si $\mathcal{F}$ est négative, le point est en P'' : la bobine a une action démagnétisante. Quand on coupe le courant dans l'enroulement, le point revient en P. Il y a toutefois une limite de bon fonctionnement. En effet, si la force magnétomotrice est très négative, le point peut passer en D sur le cycle (*figure 1.22*). La droite de recul est alors plus basse et l'aimant est partiellement démagnétisé. Ce phénomène peut se produire lors de l'apparition d'une surintensité importante dans le fonctionnement d'une machine.

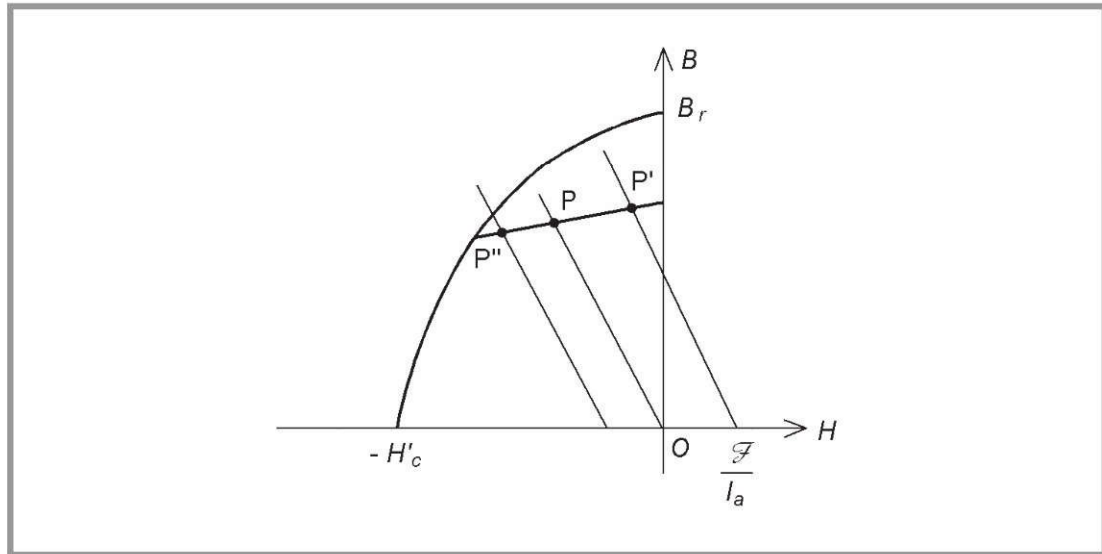


Figure 1.21 – Influence d’une force magnétomotrice externe.

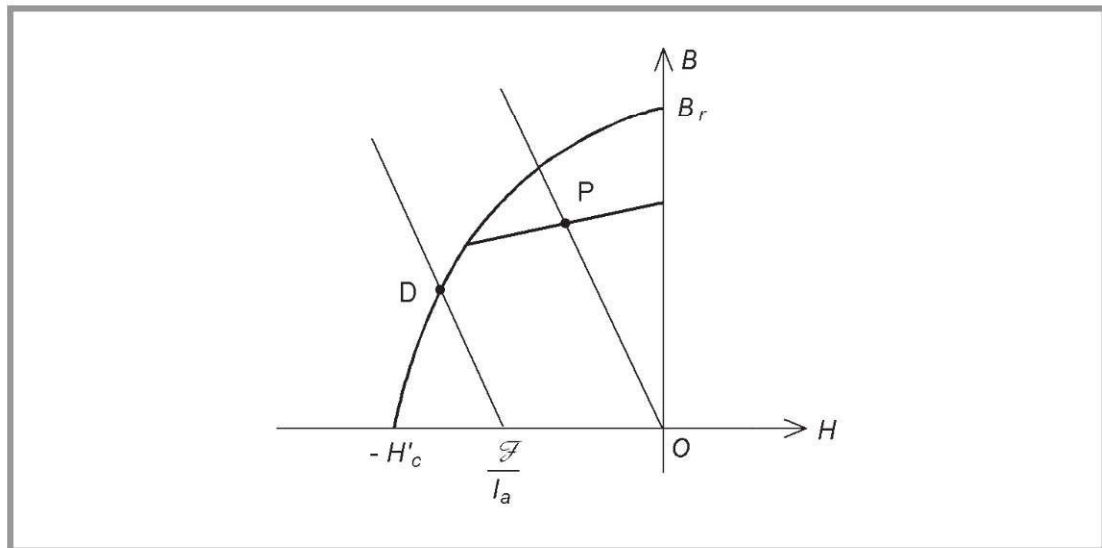


Figure 1.22 – Démagnétisation de l’aimant.

Modèle équivalent à un aimant

On revient au cas de l’aimant seul qui crée un champ magnétique dans un entrefer. Le théorème d’Ampère s’écrit :

$$H l_a + H_e e = 0$$

Lorsque le point de fonctionnement est sur une droite de recul donnée, on a également :

$$H = \frac{B}{\mu_c} - H_0$$

Pour l’entrefer, on a :

$$B_e = \mu_0 H_e$$

La relation peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\frac{B}{\mu_c} l_a + \frac{B_e}{\mu_0} e = H_0 l_a$$

Le flux à travers une section du circuit magnétique est :

$$\varphi = B S_a = B_e S_e$$

On en déduit :

$$\frac{1}{\mu_c} \frac{l_a}{S_a} \varphi + \frac{1}{\mu_0} \frac{e}{S_e} \varphi = H_0 l_a$$

On reconnaît dans cette équation la réluctance de l'entrefer :

$$\mathcal{R}_e = \frac{1}{\mu_0} \frac{e}{S_e}$$

On définit la réluctance interne de l'aimant par :

$$\mathcal{R}_i = \frac{1}{\mu_c} \frac{l_a}{S_a}$$

On définit également la force magnétomotrice de l'aimant :

$$\mathcal{F}_a = H_0 l_a$$

Avec ces grandeurs, on arrive à :

$$(\mathcal{R}_i + \mathcal{R}_e) \varphi = \mathcal{F}_a$$

On peut alors tracer un schéma électrique analogue (*figure 1.23*). Cette représentation permet de traiter de façon semblable les aimants et les bobines dans l'étude des convertisseurs.

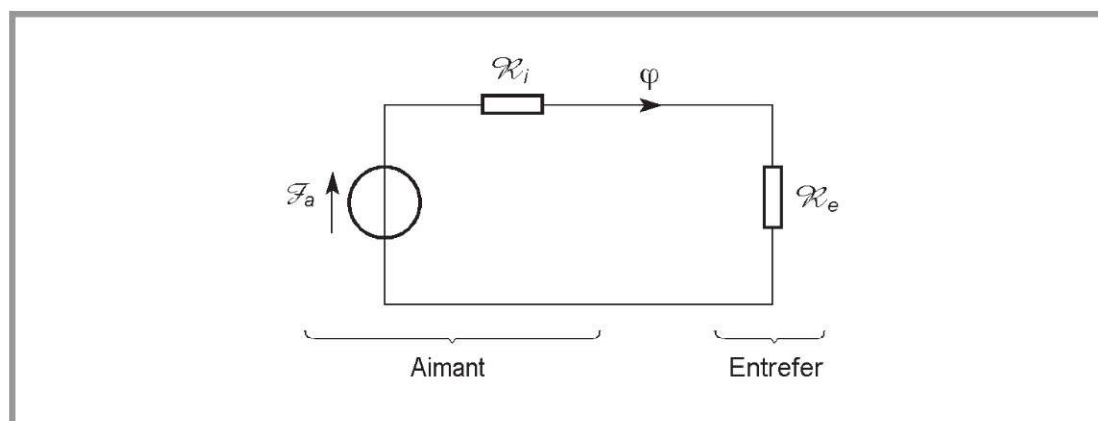


Figure 1.23 – Schéma électrique analogue.

Matériaux pour aimants

On peut distinguer trois grandes catégories de matériaux utilisés pour la réalisation des aimants : les Alnico, les ferrites et les terres rares. Leurs caractéristiques magnétiques sont assez différentes (*figure 1.24*).

Les Alnico sont des alliages de fer, d'aluminium, de nickel et de cobalt. Leur champ rémanent est élevé, mais leur excitation coercitive est faible. Ils sont obligatoirement magnétisés dans le sens de la longueur de l'aimant. Leur coût est moyen. On les trouve dans quelques machines électriques, mais leur faible excitation coercitive les rend sensibles aux champs antagonistes et aux éventuels démontages. De ce fait, leur part de marché est assez réduite aujourd'hui et continue à décroître alors qu'elle était largement majoritaire jusque dans les années 1970.

Les ferrites sont des composés d'oxyde ferrique et d'oxyde de strontium ou de baryum. Leur champ rémanent n'est pas très élevé, mais leur excitation coercitive est importante. Les aimants en ferrites peuvent être magnétisés dans le sens de la largeur, ce qui autorise des configurations intéressantes. Ils sont plus sensibles à la température que leurs concurrents. Leur faible coût fait que les ferrites occupent aujourd'hui la majorité du marché des aimants. On les trouve dans toutes les machines de bas de gamme.

Enfin, la dernière catégorie est formée par des composés de cobalt et de terres rares comme le samarium. Ces matériaux ont d'excellentes performances techniques. Leur champ rémanent et leur excitation coercitive sont élevés. Leur inconvénient reste le coût important. On trouve donc ces aimants dans les machines de haut de gamme. Leur part de marché, si elle n'est pas encore très importante, est en développement. Au fur et à mesure de la baisse des prix, ces aimants équiperont de plus en plus de moteurs électriques.

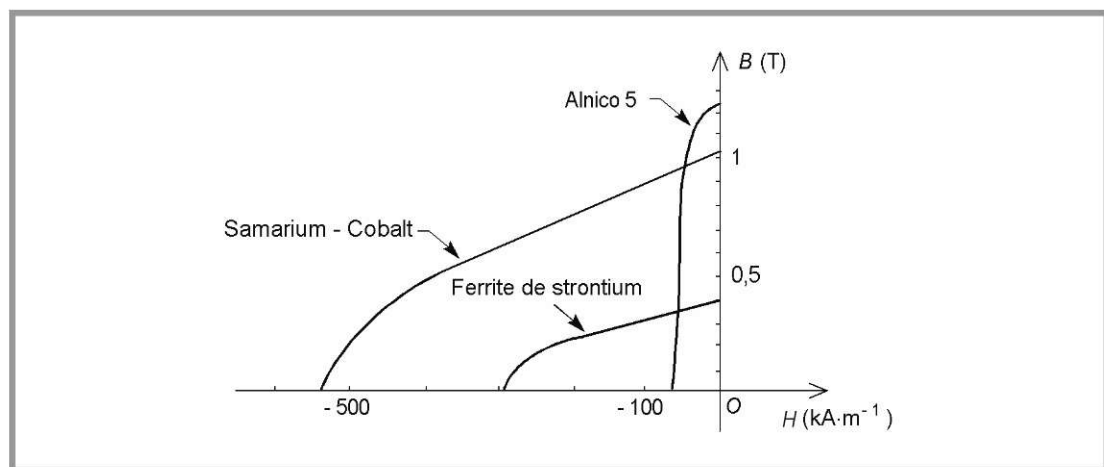


Figure 1.24 – Caractéristiques magnétiques de quelques matériaux.

1.4 Conversion électromécanique

1.4.1 Étude générale

Description du système

De manière générale, un convertisseur électromécanique est un dispositif destiné à transformer l'énergie électrique en énergie mécanique par l'intermédiaire d'un

champ magnétique. Il est formé d'un circuit magnétique comportant une partie fixe et une partie mobile (en rotation en ce qui nous concerne), sur lesquelles sont placés un ou plusieurs enroulements et éventuellement des aimants.

Le dispositif comporte M circuits électriques repérés par l'indice k (entier compris entre 1 et M). Pour le circuit numéro k , appelons respectivement R_k la résistance, v_k et i_k la tension et l'intensité en convention récepteur (figure 1.25) et ψ_k le flux totalisé avec une orientation en concordance avec le courant. Ces grandeurs sont liées par la relation :

$$v_k = R_k i_k + \frac{d\psi_k}{dt}$$

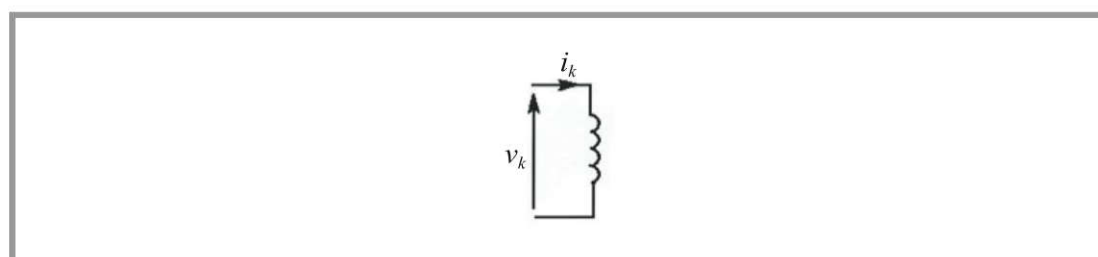


Figure 1.25 – Circuit en convention récepteur.

La position du rotor est repérée par l'angle α et le moment du couple électromagnétique est noté γ .

Énergie et coénergie

On peut établir les équations du système en étudiant les variations de l'énergie magnétique emmagasinée W , ou celles de la coénergie W' . Procédons à un bilan énergétique. La variation élémentaire d'énergie magnétique pendant la durée dt est :

$$dW = \delta W_e + \delta Q_j + \delta W_m$$

Dans cette expression apparaissent :

- le travail électrique fourni par les sources :

$$\delta W_e = \sum_{k=1}^M v_k i_k dt$$

- le transfert thermique par effet Joule dans les bobines (le signe – provenant du fait que l'on compte positivement les transferts thermiques reçus par le système) :

$$\delta Q_j = - \sum_{k=1}^M R_k i_k^2 dt$$

- le travail du couple exercé sur le rotor, opposé du couple électromagnétique γ :

$$\delta W_m = -\gamma d\alpha$$

Nous en déduisons :

$$dW = \sum_{k=1}^M v_k i_k dt - \sum_{k=1}^M R_k i_k^2 dt - \gamma d\alpha$$

soit, en tenant compte de la relation qui existe entre les grandeurs électriques :

$$dW = \sum_{k=1}^M i_k d\psi_k - \gamma d\alpha$$

La coénergie W' est définie par :

$$W + W' = \sum_{k=1}^M \psi_k i_k$$

Sa différentielle dW' est obtenue en écrivant :

$$dW + dW' = d\left(\sum_{k=1}^M \psi_k i_k\right) = \sum_{k=1}^M \psi_k di_k + \sum_{k=1}^M i_k d\psi_k$$

ce qui conduit à :

$$dW' = \sum_{k=1}^M \psi_k di_k + \gamma d\alpha$$

La coénergie n'a pas de signification physique, mais c'est une grandeur commode pour déterminer l'expression du moment du couple électromagnétique.

Pour déterminer les expressions de l'énergie et de la coénergie pour une position α du rotor, nous pouvons considérer une transformation où la partie mobile est bloquée. Il n'y a alors aucun travail mécanique et les différentielles s'écrivent :

$$\begin{aligned} dW &= \sum_{k=1}^M i_k d\psi_k \\ dW' &= \sum_{k=1}^M \psi_k di_k \end{aligned}$$

Nous obtenons ensuite W et W' par intégration, sur les variables $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M$ pour l'énergie et sur les variables $i_1, i_2, \dots, i_M$ pour la coénergie. Il n'est pas possible en général de calculer littéralement ces intégrales car les relations entre les courants i et les flux ψ ne sont pas linéaires : la courbe a même forme que la caractéristique magnétique du matériau en coordonnées H, B (figure 1.26). En revanche, on peut donner une interprétation géométrique : W et W' représentent les aires des deux domaines hachurés sur la figure.

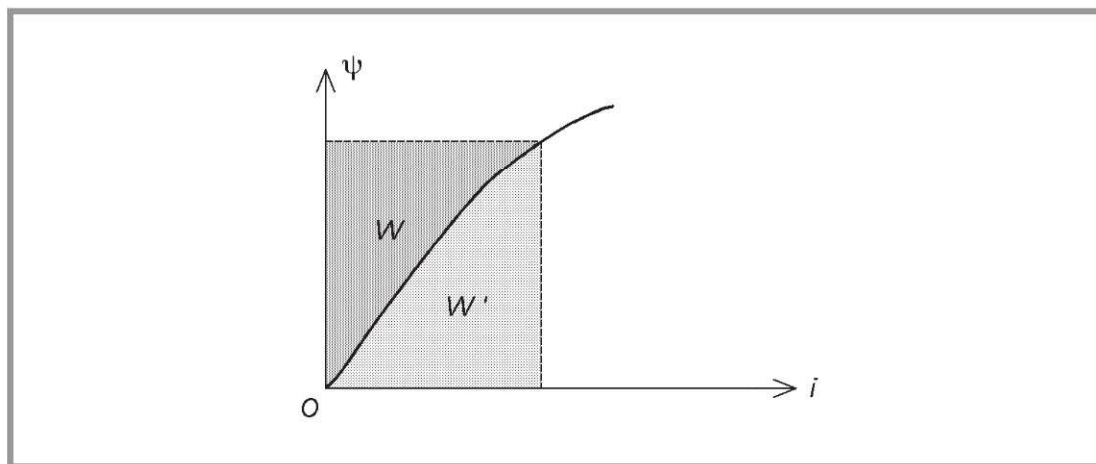


Figure 1.26 – Caractéristique magnétique en coordonnées i, ψ .

Expressions du moment du couple électromagnétique

L'énergie W emmagasinée dans le circuit magnétique est fonction des variables ψ_k et α . Sa différentielle peut donc s'écrire à l'aide des dérivées partielles :

$$dW = \sum_{k=1}^M \frac{\partial W}{\partial \psi_k} d\psi_k + \frac{\partial W}{\partial \alpha} d\alpha$$

Identifions alors l'expression précédente :

$$i_k = \frac{\partial W}{\partial \psi_k}$$

$$\gamma = -\frac{\partial W}{\partial \alpha}$$

C'est surtout la seconde formule qui est intéressante puisque nous cherchons en priorité à exprimer le moment du couple dans l'étude d'une machine tournante.

Une autre formulation du moment du couple peut être obtenue en utilisant la coénergie W' . Celle-ci est fonction des variables i_k et α . Sa différentielle s'écrit :

$$dW' = \sum_{k=1}^M \frac{\partial W'}{\partial i_k} di_k + \frac{\partial W'}{\partial \alpha} d\alpha$$

Nous obtenons par identification :

$$\psi_k = \frac{\partial W'}{\partial i_k}$$

$$\gamma = \frac{\partial W'}{\partial \alpha}$$

1.4.2 Cas particulier des circuits magnétiques linéaires

Inductances

Circuit magnétique à excitation simple

On considère le dispositif à excitation simple. L'enroulement de N spires parcouru par un courant i crée un flux φ . Si le fonctionnement est linéaire, on peut définir la réluctance $\mathcal{R}$ du circuit magnétique et tracer le schéma électrique analogue (*figure 1.27*) qui fait également apparaître la force magnétomotrice $\mathcal{F} = Ni$ de la bobine. La relation d'Hopkinson donne :

$$\mathcal{F} = \mathcal{R}\varphi$$

soit :

$$\varphi = \frac{Ni}{\mathcal{R}}$$

On en déduit le flux total dans la bobine :

$$\psi = \frac{N^2}{\mathcal{R}} i$$

On constate que ce dernier est proportionnel au courant. Par définition, le coefficient est l'inductance propre de l'enroulement :

$$\psi = L i$$

On a ainsi :

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

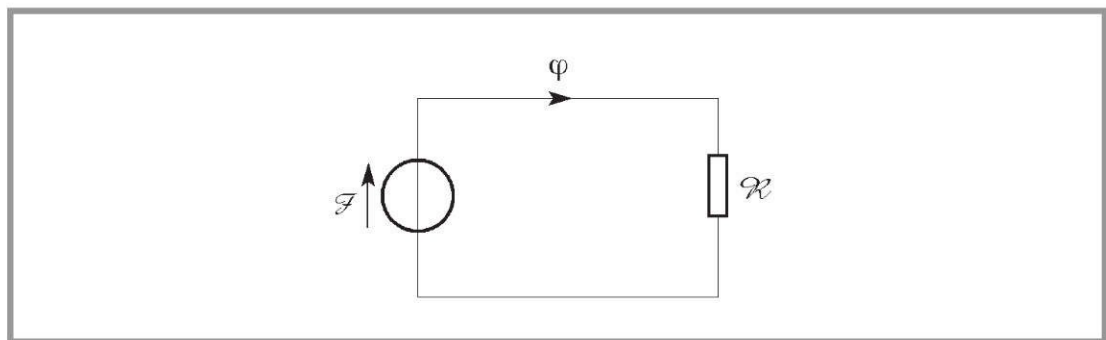


Figure 1.27 – Modèle analogue du circuit magnétique à excitation simple.

Circuit magnétique à excitation double

On considère maintenant deux enroulements bobinés sur le même circuit magnétique (*figure 1.28*). On n'a pas représenté ici de partie mobile car cela ne change rien aux expressions des inductances. Après avoir tracé le schéma électrique analogue (*figure 1.29*) si le fonctionnement est linéaire, on peut calculer les flux par le principe de superposition. Lorsque la bobine 1 est seule alimentée, le flux à travers

une spire de cet enroulement est :

$$\varphi_{11} = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_1 + \frac{\mathcal{R}_2 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_0}}$$

Dans les mêmes conditions, le flux à travers une spire de la bobine 2 est :

$$\varphi_{21} = \frac{\mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}_2} \varphi_{11}$$

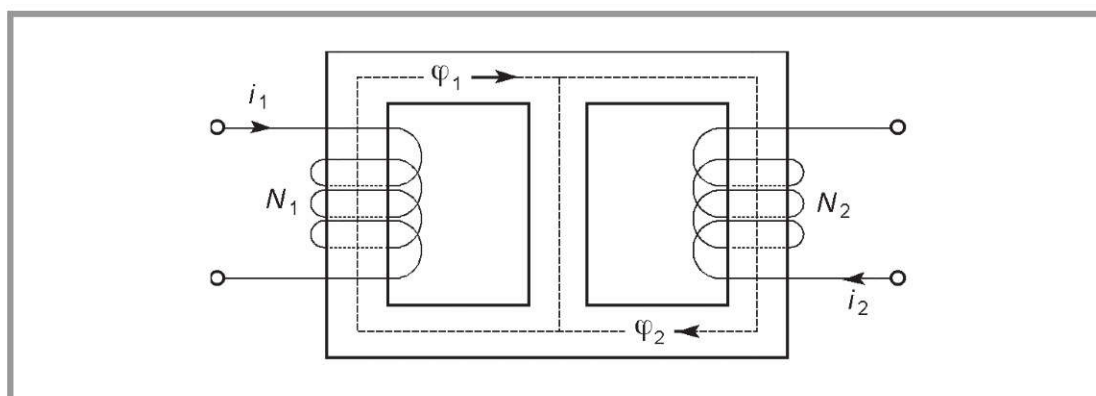


Figure 1.28 – Circuit magnétique à excitation double.

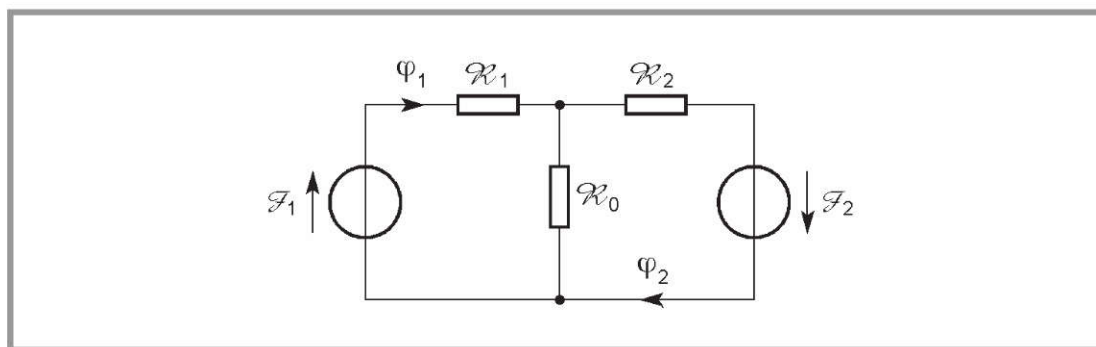


Figure 1.29 – Modèle analogue du circuit magnétique à excitation double.

De la même façon, lorsque la bobine 2 est seule alimentée, le flux à travers une spire de cet enroulement est :

$$\varphi_{22} = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_2 + \frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_0}}$$

Dans les mêmes conditions, le flux à travers une spire de la bobine 1 est :

$$\varphi_{12} = \frac{\mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}_1} \varphi_{22}$$

Lorsque les deux bobines sont parcourues par des courants simultanément, on a :

$$\varphi_1 = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_1 + \frac{\mathcal{R}_2 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_0}} + \frac{\mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}_1} \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_2 + \frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_0}}$$

$$\varphi_2 = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_2 + \frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_0}} + \frac{\mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_0 + \mathcal{R}_2} \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_1 + \frac{\mathcal{R}_2 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_0}}$$

Les flux totaux dans les deux enroulements, $\psi_1 = N_1 \varphi_1$ et $\psi_2 = N_2 \varphi_2$ peuvent s'écrire :

$$\psi_1 = L_1 i_1 + M i_2$$

$$\psi_2 = L_2 i_2 + M i_1$$

avec :

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_1 + \frac{\mathcal{R}_2 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_0}}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_2 + \frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_0}}$$

$$M = \frac{N_1 N_2 \mathcal{R}_0}{\mathcal{R}_0 \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_0 \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2}$$

Le coefficient M est appelé inductance mutuelle entre les deux bobines.

Circuit magnétique à excitation multiple

De façon générale, si le circuit magnétique comporte M bobines, on peut écrire le flux total dans l'enroulement numéro j sous la forme :

$$\psi_j = N_j \sum_{k=1}^M N_k \mathcal{P}_{jk} i_k$$

Les coefficients $\mathcal{P}_{jk}$ sont les perméances mutuelles entre les enroulements j et k lorsque j et k sont différents tandis que les coefficients $\mathcal{P}_{jj}$ sont les perméances propres de chaque bobine. On peut alors définir des inductances en écrivant :

$$\psi_j = \sum_{k=1}^M L_{jk} i_k$$

Les inductances L_{jk} sont des inductances mutuelles lorsque j est différent de k . On note que $L_{jk} = L_{kj}$. Les inductances L_{jj} sont des inductances propres et on les note souvent avec un seul indice L_j .

Circuit magnétique comportant un aimant

Considérons un circuit magnétique associé à une bobine et à un aimant (*figure 1.30*). On peut toujours décrire ce dispositif par un modèle analogue (*figure 1.31*). Le flux à travers une spire de l'enroulement est :

$$\varphi = \frac{Ni}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_i} + \frac{\mathcal{F}_a}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_i}$$

Le flux total dans la bobine s'écrit :

$$\psi = \frac{N^2 i}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_i} + \frac{N \mathcal{F}_a}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_i}$$

On retrouve une formulation analogue à ce qui précède. La seule différence est que l'aimant est décrit par une force magnétomotrice, mais pas par un courant. On ne peut donc pas définir une inductance mutuelle entre aimant et bobine. L'inductance propre de la bobine s'écrit ici :

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_i}$$

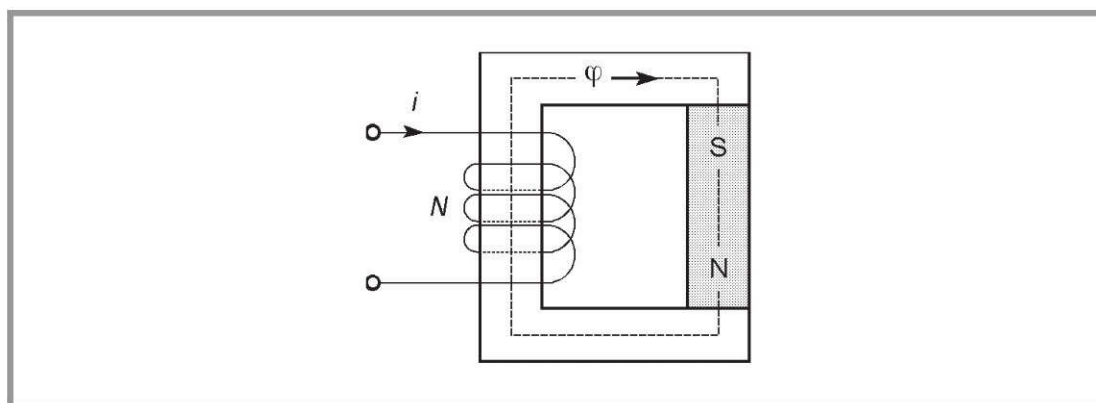


Figure 1.30 – Circuit magnétique comportant un aimant.

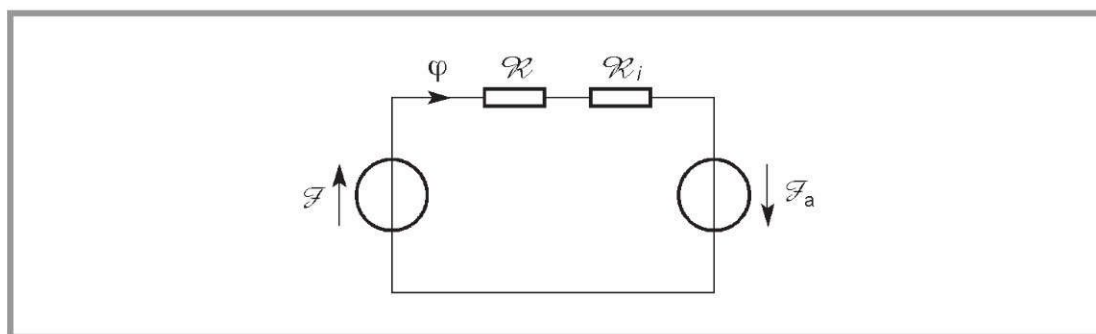


Figure 1.31 – Modèle analogue du circuit magnétique comportant un aimant.

Expressions de l'énergie et de la coénergie

Dans le cas d'un système linéaire, la caractéristique magnétique, considérée en coordonnées i, ψ pour un système à simple excitation, est une droite (figure 1.32). On constate que $W = W'$ car ces deux grandeurs sont représentées par deux aires identiques sur la figure. On peut alors calculer l'intégrale :

$$W = \int_0^\psi i \, d\psi = \int_0^\psi \frac{\psi}{L} \, d\psi = \frac{1}{2} \frac{\psi^2}{L}$$

D'autres formulations sont possibles :

$$W = W' = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \mathcal{R} \varphi^2$$

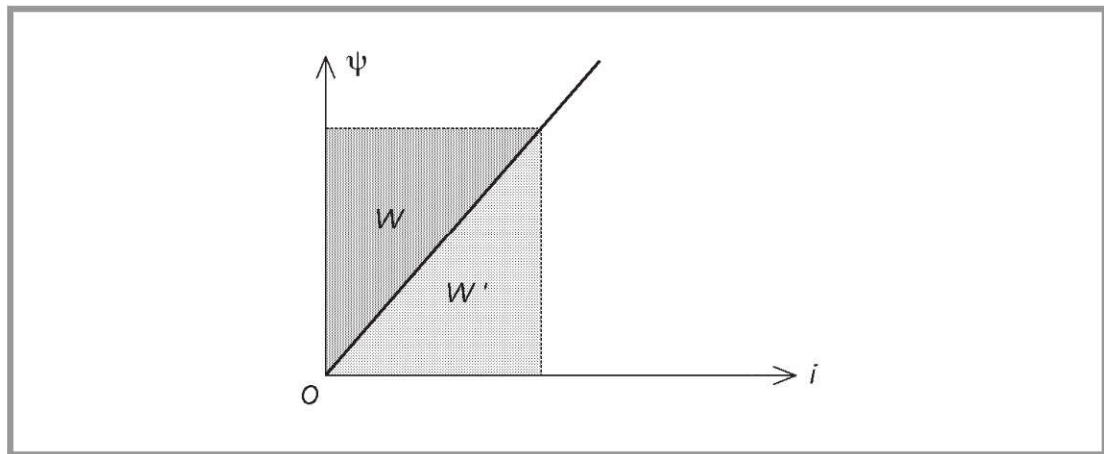


Figure 1.32 – Caractéristique magnétique linéaire.

Expressions du couple

On peut calculer les dérivées partielles de W et W' grâce aux expressions précédentes et ainsi obtenir des formules simplifiées pour le couple. L'énergie doit être considérée comme fonction de la position avec le flux constant, ce qui donne, toujours pour le système à simple excitation :

$$W = \frac{1}{2} \mathcal{R} \varphi^2$$

$$\gamma = -\frac{1}{2} \frac{d\mathcal{R}}{d\theta} \varphi^2$$

La coénergie doit être considérée comme fonction de la position avec le courant constant, ce qui conduit à :

$$W' = \frac{1}{2} L i^2$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\theta} i^2$$

Le raisonnement se généralise aisément pour un système à excitation multiple. On arrive alors aux formules suivantes :

$$\gamma = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \frac{dL_{jk}}{d\theta} i_j i_k$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \frac{d\mathcal{P}_{jk}}{d\theta} \mathcal{F}_j \mathcal{F}_k$$

Force électromotrice induite

Dans le cas d'un circuit magnétique à excitation simple, on peut écrire pour la force contre-électromotrice :

$$e' = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

ce qui donne :

$$e' = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{d\theta} \omega$$

Dans cette formule, $\omega = d\theta / dt$ est la vitesse angulaire de la partie mobile.

Le résultat se généralise facilement à un circuit magnétique à excitation multiple. Ainsi, pour l'enroulement numéro j , on a :

$$e'_j = \sum_{k=1}^M L_{jk} \frac{di_k}{dt} + \sum_{k=1}^M i_k \frac{dL_{jk}}{d\theta} \omega$$

Le premier terme est appelé force contre-électromotrice de transformation tandis que le second est nommé force contre-électromotrice de rotation.

RINCIPE ET TECHNOLOGIE DES MOTEURS À COURANT CONTINU

Le moteur à courant continu est l'actionneur électrique le plus classique. Utilisé depuis longtemps, il est toujours présent dans de nombreuses applications. Beaucoup de structures différentes existent, mais le principe de base est le même, avec en particulier le rôle fondamental du collecteur et des balais.

2.1 Description

On s'intéresse ici aux moteurs « classiques », c'est-à-dire ceux qui sont conçus à peu près de la même façon que les machines de forte puissance. Les autres réalisations possibles seront étudiées dans le paragraphe 2.5 consacré à la technologie.

2.1.1 Constitution

Comme toute machine tournante, le moteur à courant continu comporte une partie fixe, le stator et une partie mobile, le rotor, séparées par un entrefer (*figure 2.1*). Le stator porte des aimants qui sont chargés de créer le champ magnétique dans l'entrefer. Dans les machines de puissance, le champ est créé par un bobinage inducteur, mais cette solution n'est pas retenue pour les actionneurs électriques (les avantages des aimants seront expliqués au paragraphe 2.5.1).

Le moteur représenté sur la figure ne comporte qu'un pôle nord et un pôle sud : il est bipolaire. Les deux demi-culasses permettent de canaliser les lignes de champ. Dans certains cas, les aimants peuvent être munis de pièces polaires soit pour concentrer le flux, soit au contraire pour répartir ce flux sur une surface supérieure à celle de l'aimant. La figure suivante représente un stator sans pièces polaires. Le rotor porte un bobinage appelé induit. Dans la configuration classique, les conducteurs utiles sont placés suivant les génératrices du cylindre rotorique. Les connexions avec le générateur qui alimente le moteur se font par l'intermédiaire de contacts mobiles : les balais, solidaires du stator, frottent sur le collecteur lié au rotor. Le rôle de ce dispositif sera précisé par la suite. Les conducteurs sont reliés entre eux pour former l'enroulement d'induit qui sera également décrit plus loin.

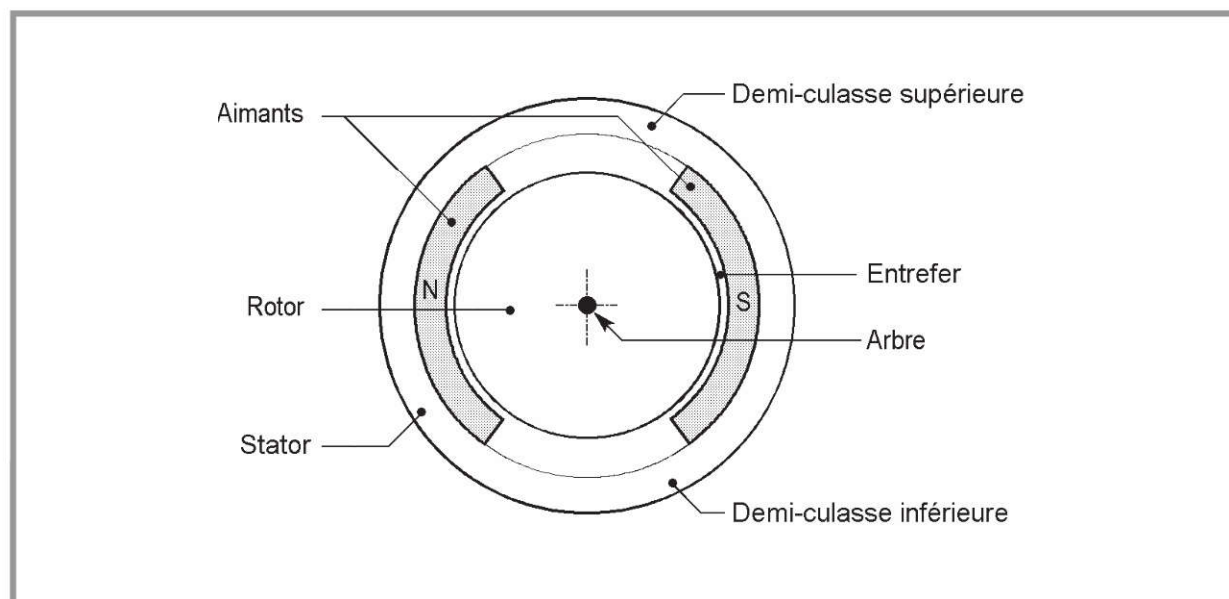


Figure 2.1 – Constitution d'un moteur à courant continu à aimants sans pièces polaires (enroulements non représenté).

2.1.2 Topographie du champ magnétique

Les lignes de champ sortent du pôle nord de l'aimant, traversent l'entrefer puis le rotor et entrent dans le pôle sud de l'autre aimant après un nouveau passage d'entrefer. Elles se referment enfin dans les deux demi-culasses (*figure 2.2*). Dans l'entrefer, les lignes de champ sont radiales (on a montré au chapitre 1 qu'elles sont orthogonales à la surface de séparation entre le matériau ferromagnétique et l'air).

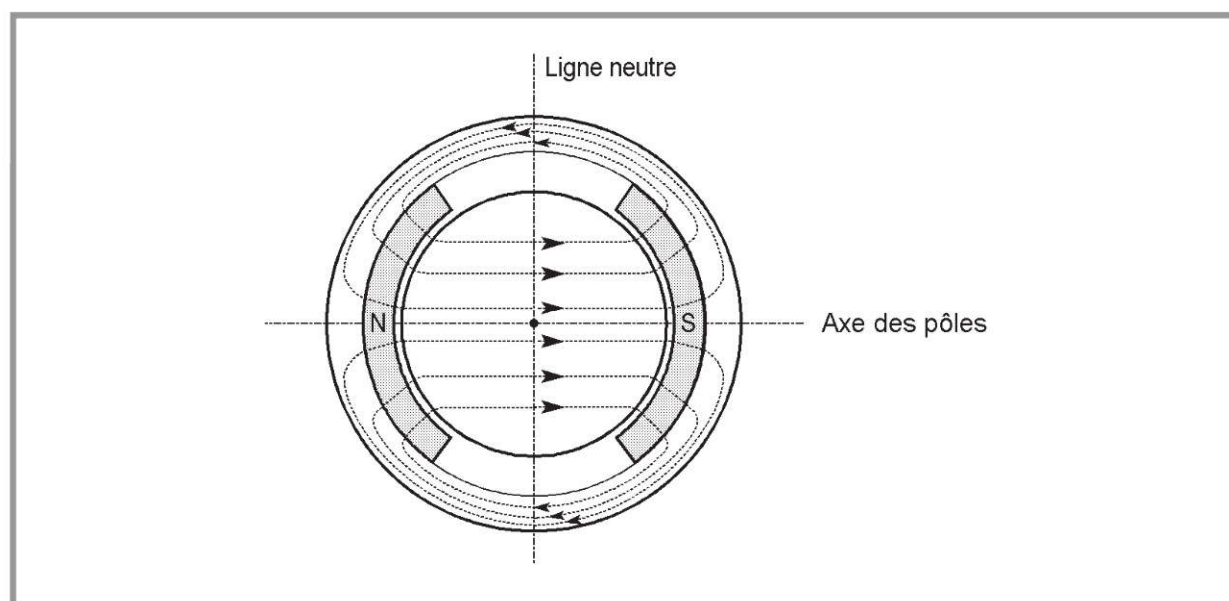


Figure 2.2 – Allure des lignes de champ dans un moteur à courant continu à aimants sans pièces polaires.

La mesure algébrique B du champ magnétique sur l'axe radial (figure 2.3) dépend de la variable angulaire θ . Sous les aimants, le champ est à peu près constant. Avec l'orientation choisie, B est positif sous le pôle sud et négatif sous le pôle nord. Entre les aimants, le champ varie (figure 2.4) en s'annulant au passage par la droite perpendiculaire à l'axe des pôles, appelé ligne neutre (trace du plan neutre sur la figure en coupe).

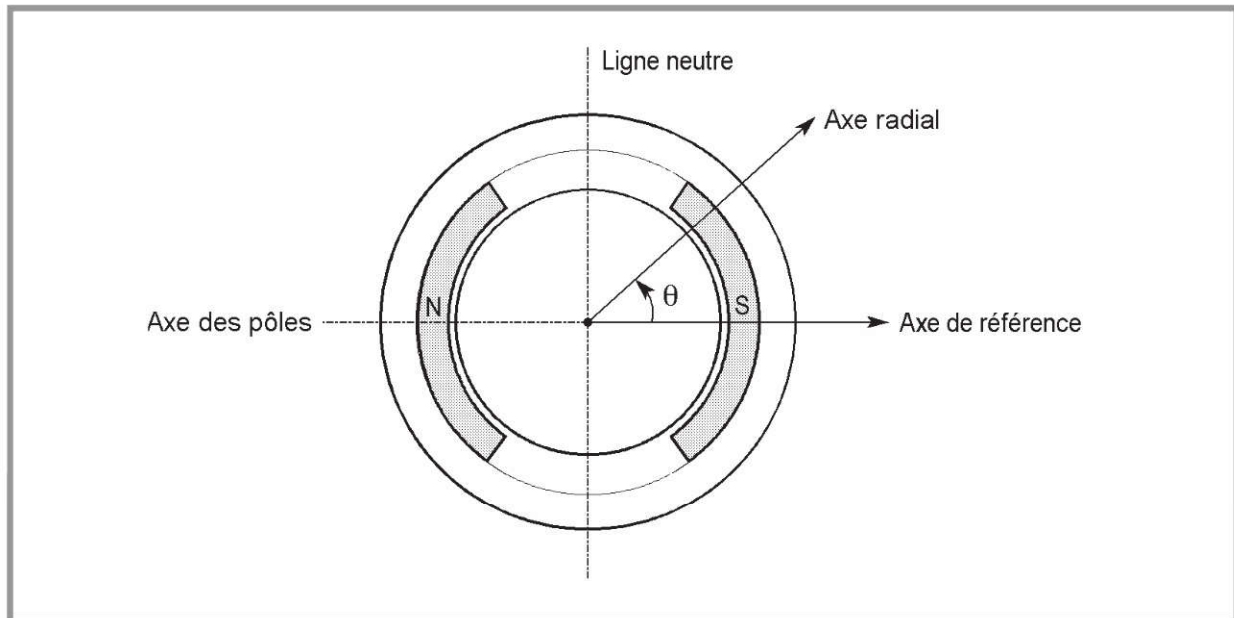


Figure 2.3 – Définition de l'axe radial utilisé pour la mesure algébrique du champ magnétique.

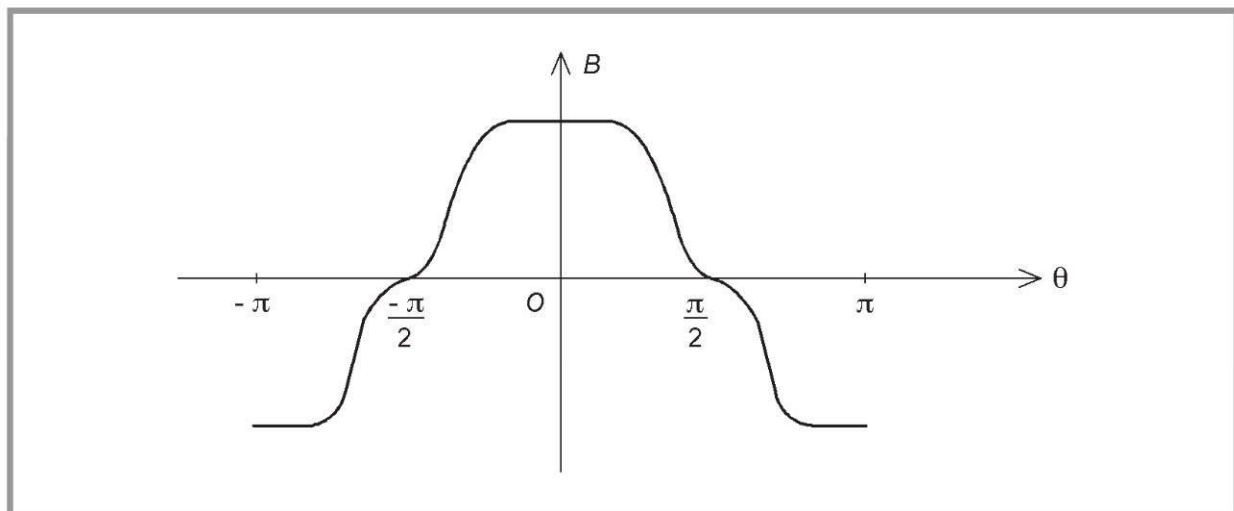


Figure 2.4 – Allure des variations de la mesure algébrique du champ magnétique dans l'entrefer en fonction de la position angulaire.

On a supposé dans notre étude que le champ magnétique n'était dû qu'aux aimants. En réalité, l'enroulement d'induit, parcouru par un courant, contribue également à la création de flux dans la machine. Si le moteur est à vide et qu'il

tourne à vitesse constante, le courant est très faible et on observe effectivement les variations de B précédentes. Par contre, si le moteur est en charge ou si la vitesse est variable, un courant non négligeable parcourt le bobinage, ce qui a pour effet de déformer les lignes de champ et de modifier la courbe de B en fonction de θ . Toutefois, ce phénomène n'a en général que peu de conséquences et sera précisé au paragraphe 2.1.6 : réaction d'induit.

2.1.3 Rôle du collecteur

Dans la structure classique, les conducteurs formant l'enroulement d'induit sont placés dans des encoches usinées à la périphérie du rotor. Compte tenu de la forte perméabilité magnétique des dents séparant ces encoches, les lignes de champ y sont canalisées et le champ magnétique est très faible dans les encoches. De ce fait, les forces de Laplace ne s'exercent pas directement sur les conducteurs (ce qui est souhaitable pour la solidité mécanique), elles sont en réalité appliquées aux dents.

L'étude des efforts appliqués au rotor est ainsi relativement compliquée. Pour simplifier le raisonnement, nous allons considérer que les forces de Laplace s'appliquent sur les conducteurs comme si ces derniers étaient directement placés à la périphérie du rotor, sans encoches. On montre que globalement le résultat obtenu est le même.

On considère un conducteur placé à la périphérie du rotor (*figure 2.5*).

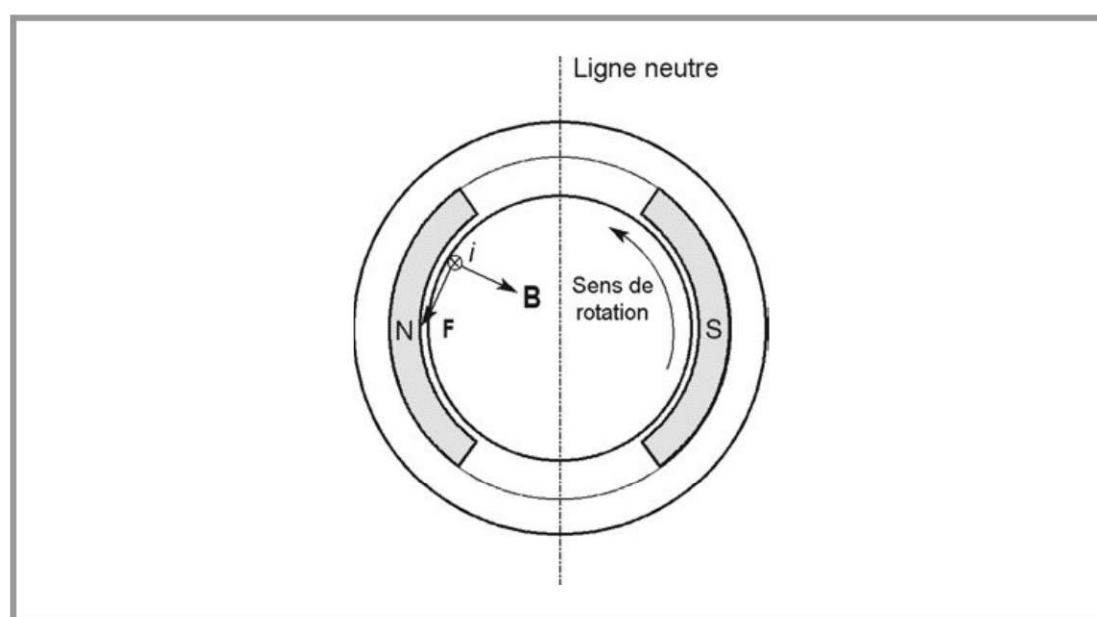


Figure 2.5 – Force de Laplace s'exerçant sur un conducteur.

Un générateur fait circuler un courant dans le sens indiqué sur la figure. Une force de Laplace s'exerce sur le conducteur qui est soumis au champ magnétique créé par les aimants. Cette force a pour direction la tangente au rotor et comme sens celui qui est indiqué sur la figure. Le moteur se met à tourner.

Cependant, lorsque le conducteur traverse la ligne neutre, la force change de sens (figure 2.6) : il est donc impossible d'obtenir ainsi une rotation continue du moteur. Pour résoudre le problème, il faut inverser le sens du courant lorsque le conducteur arrive sur la ligne neutre. Pour cela, on associe deux conducteurs diamétralement opposés afin de former une spire (figure 2.7).

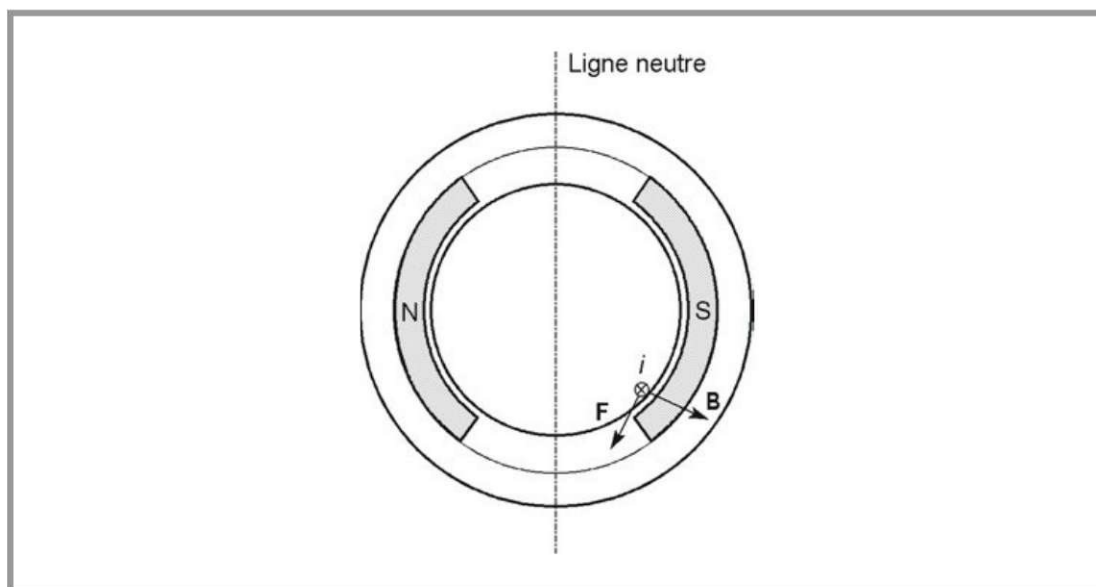


Figure 2.6 – Lorsque le conducteur a traversé la ligne neutre, la force de Laplace s'oppose au mouvement précédent.

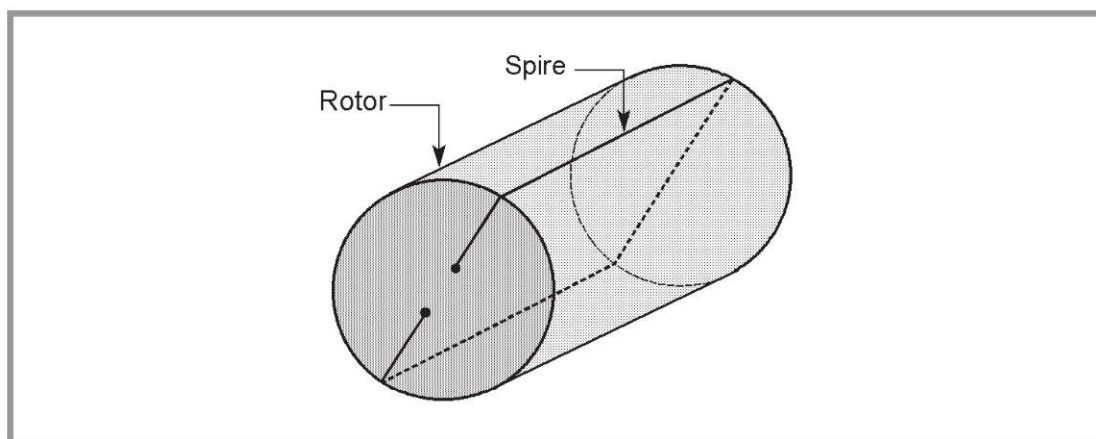


Figure 2.7 – Formation d'une spire avec deux conducteurs diamétralement opposés.

Du fait de l'orientation contraire des courants, les deux forces de Laplace tendent à faire tourner le rotor dans le même sens. Ensuite, on soude les extrémités de la spire à deux lames conductrices séparées par un isolant : c'est le collecteur. Deux balais sont disposés dans l'axe des pôles et frottent sur le collecteur. Le générateur qui alimente le moteur est relié à ces deux balais (figure 2.8).

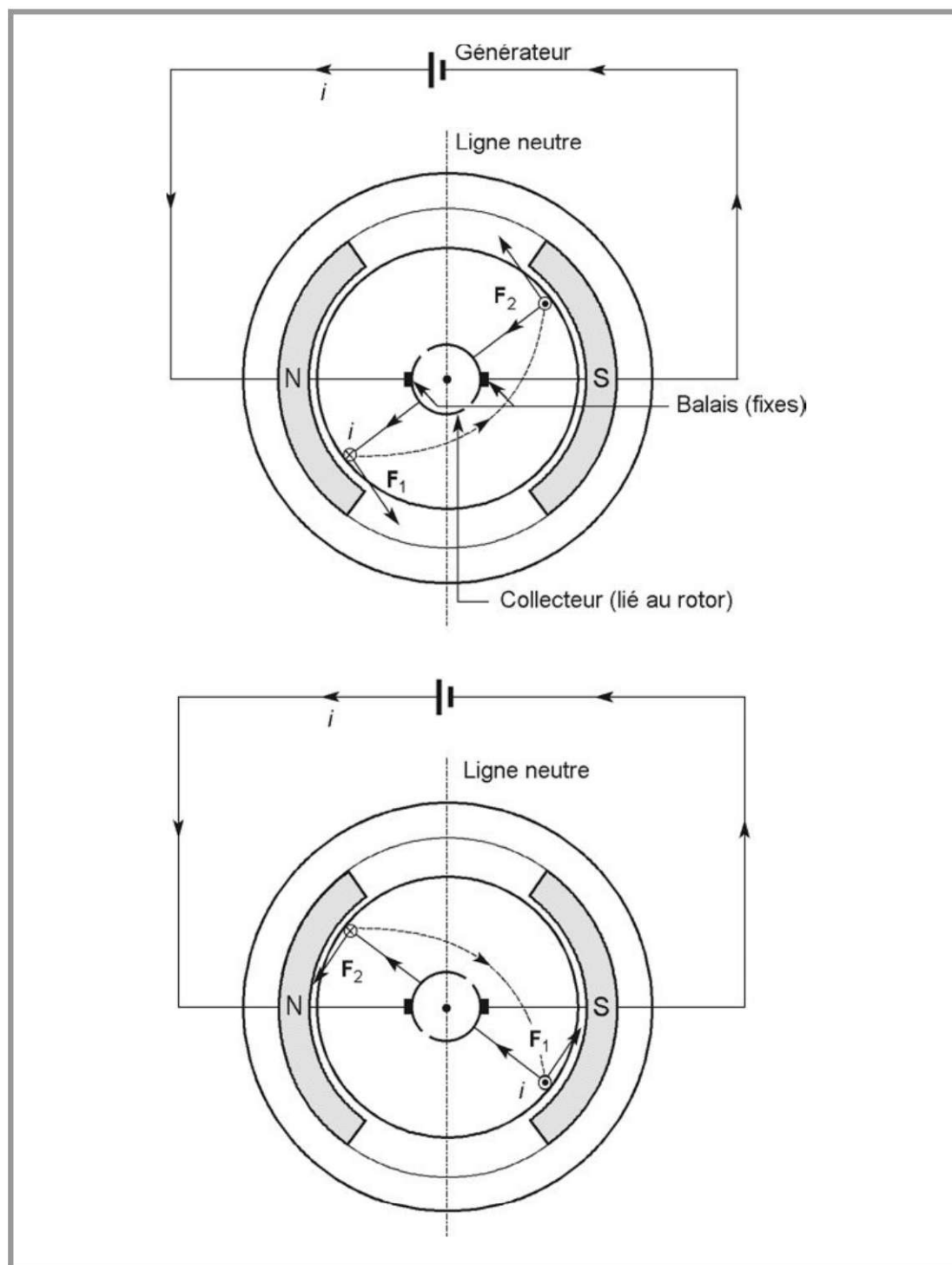


Figure 2.8 – Fonctionnement de l'ensemble collecteur-balais.

On a représenté en pointillés la liaison réalisée à l'arrière de la machine. Lorsque les conducteurs passent par la ligne neutre, les connexions du générateur sont inversées ce qui permet aux forces de Laplace d'entraîner le rotor toujours dans le même sens. Les deux forces F_1 et F_2 forment un couple. Si i est le courant dans la spire, l la longueur des conducteurs utiles (ceux qui sont placés dans le champ

magnétique) et R le rayon du rotor, le moment du couple par rapport à l'axe de rotation est proportionnel à la norme du champ magnétique (égale à la valeur absolue de la mesure algébrique B) :

$$\gamma = 2 R i l |B|$$

Lorsque le moteur tourne à vitesse constante, la courbe de γ en fonction du temps a même allure que celle qui représente la valeur absolue de B en fonction de θ puisque le déplacement est proportionnel au temps (*figure 2.9*). On a bien obtenu un fonctionnement en moteur, mais les performances sont médiocres : le couple est faible et il n'est pas constant car il présente une forte ondulation. Pour remédier à cela, on multiplie le nombre de conducteurs et on les répartit le long de l'entrefer comme nous le verrons dans le paragraphe suivant.

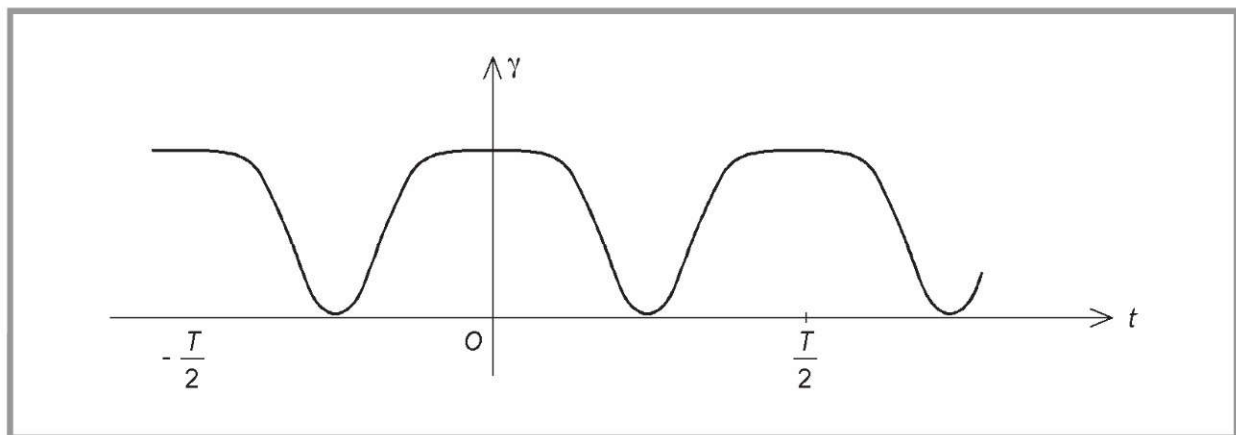


Figure 2.9 – Allure des variations du couple en fonction du temps.

2.1.4 Conception de l'enroulement

Pour augmenter le couple, on remplace les deux conducteurs utiles précédents par deux faisceaux qui forment un ensemble de spires groupées au même endroit. On obtient la même forme de courbe pour γ en fonction de t , mais l'amplitude est multipliée par le nombre de spires par rapport au cas précédent.

Ensuite, pour obtenir un fonctionnement plus satisfaisant pour le collecteur, on ferme l'enroulement sur lui-même. Pour cela, on dispose deux faisceaux superposés (*figure 2.10*). Chaque faisceau est représenté sur le schéma comme un conducteur unique. Avec les liaisons réalisées, on obtient bien un circuit fermé sans passer par le collecteur et le générateur qui alimente le moteur.

Pour diminuer l'ondulation de γ il faut répartir les conducteurs le long de l'entrefer. Pour expliquer les effets de cette opération, on considère un cas élémentaire (*figure 2.11*). On a placé huit faisceaux en quatre positions régulièrement décalées. Le collecteur comporte maintenant quatre lames. Le couple créé par un groupe de faisceaux diamétralement opposés varie de la même façon que précédemment.

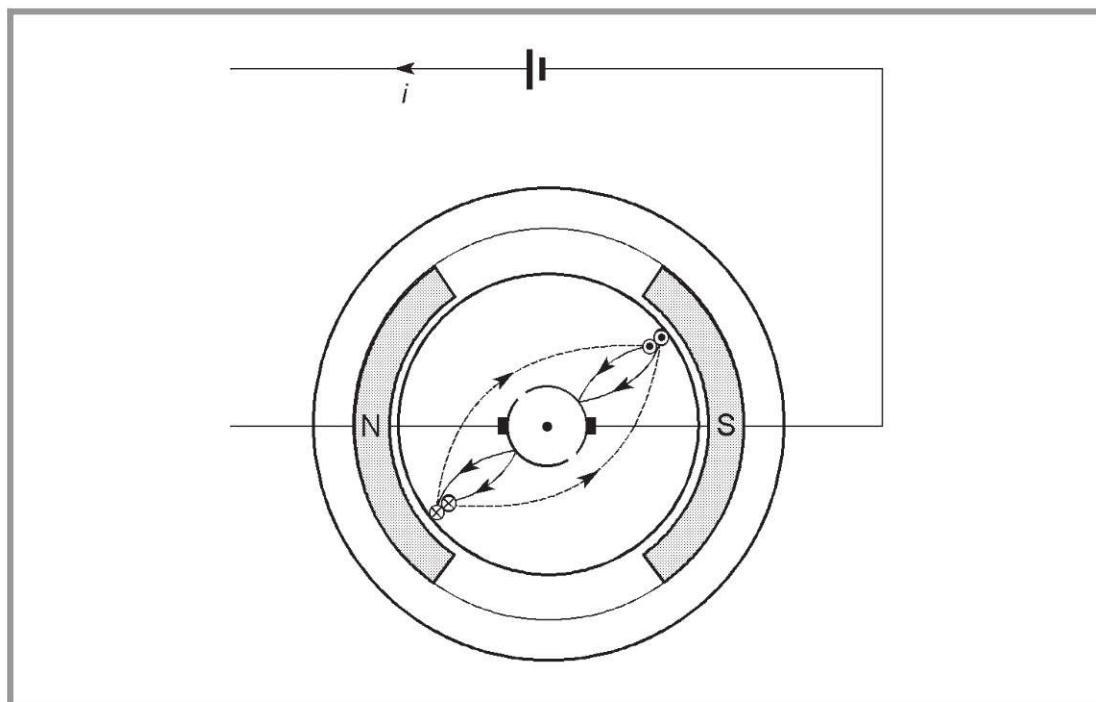


Figure 2.10 – Fermeture de l'enroulement.

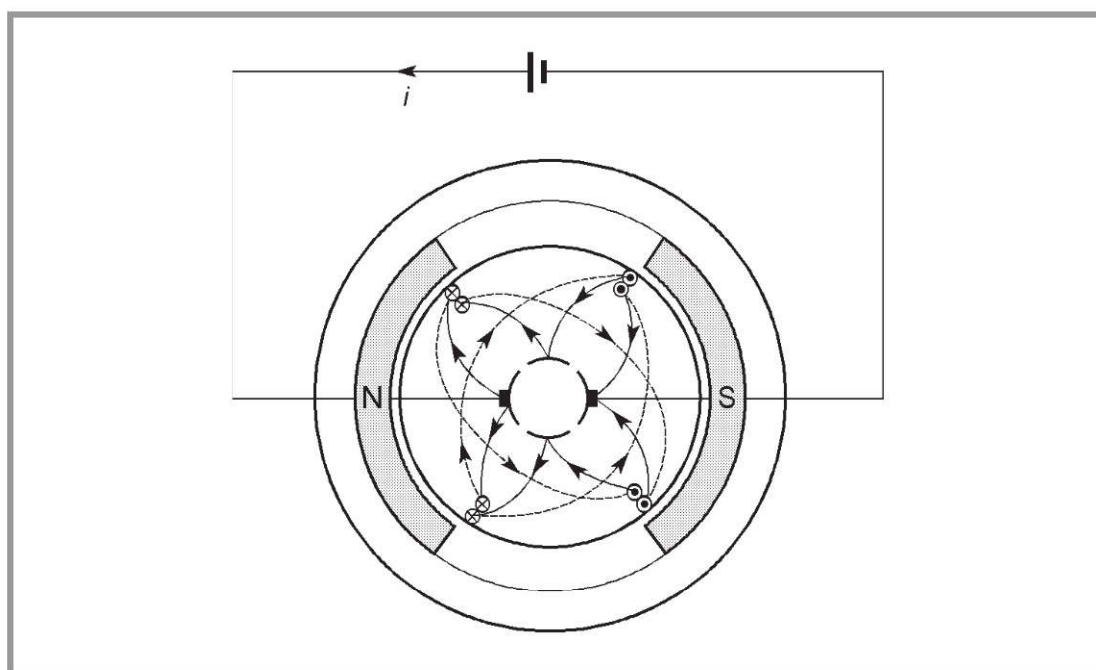


Figure 2.11 – Répartition des conducteurs le long de l'entrefer.

On peut tracer les variations des couples γ_1 et γ_2 correspondant aux deux groupes de faisceaux décalés de 90° et du couple γ du moteur obtenu en faisant la somme des courbes précédentes (figure 2.12), T étant la durée d'un tour du rotor. On constate que l'ondulation est nettement atténuée. Ce résultat pourra être amélioré en multipliant le nombre de positions régulièrement réparties le long de l'entrefer

pour les faisceaux. Avec un nombre élevé, on peut pratiquement considérer que le couple est constant.

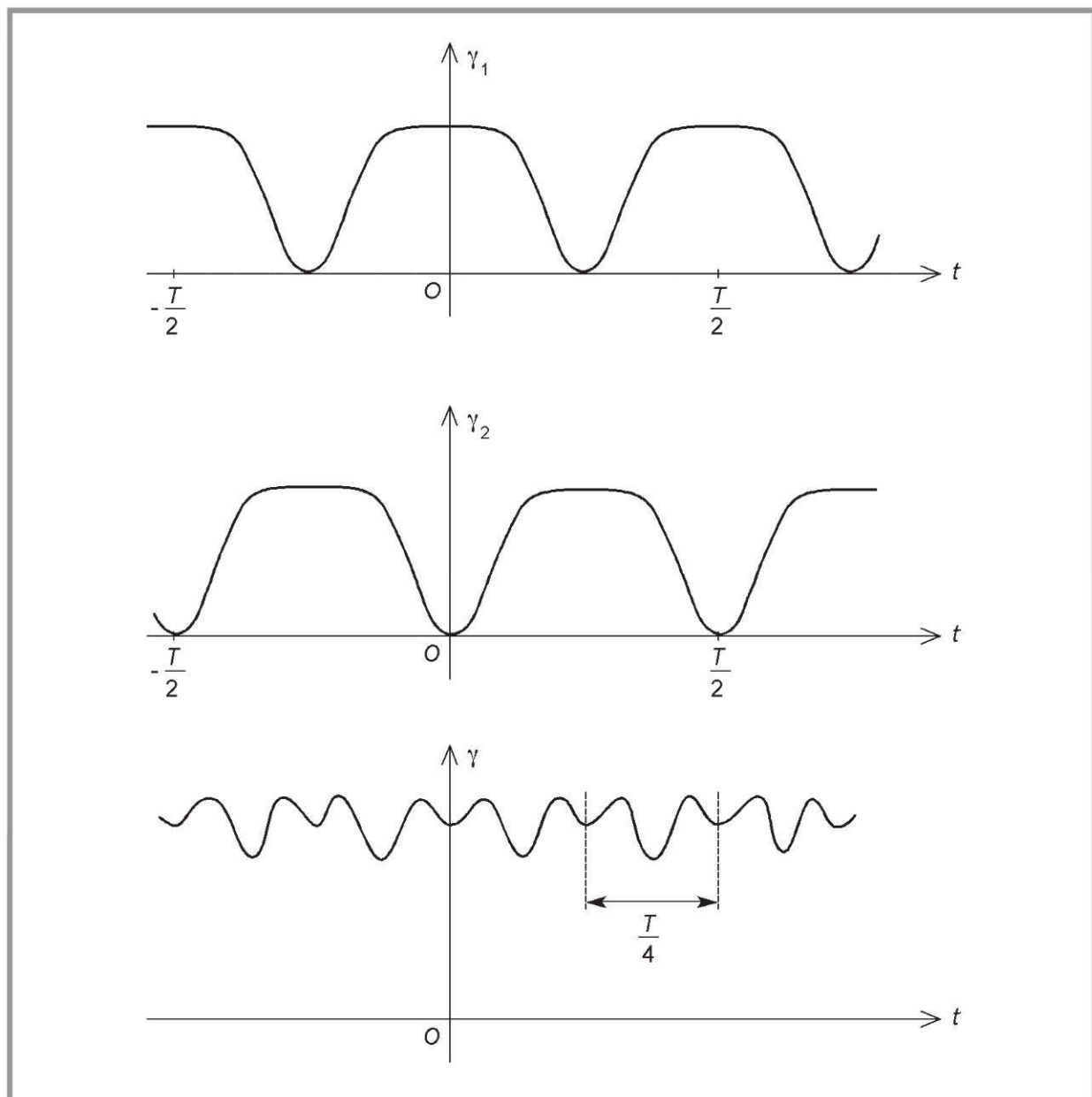


Figure 2.12 – Réduction de l'ondulation du couple.

2.1.5 Machines multipolaires

Le moteur décrit jusqu'à présent possédait deux pôles et deux voies d'enroulement. On réalise aussi des machines qui ont un nombre plus élevé de pôles. Le principe de l'enroulement reste le même, les conducteurs sous les pôles nord étant tous parcourus par un courant dans un sens et les conducteurs sous les pôles sud étant parcourus par des courants de sens opposé.

Le nombre de pôles étant pair, on le nomme $2p$ (p est le nombre de paires de pôles). L'enroulement peut alors comporter plusieurs paires de voies.

On appelle $2a$ le nombre de voies (a est le nombre de paires de voies). Si i est le courant fourni par l'alimentation du moteur, chaque voie est parcourue par $i/2a$. On précisera la réalisation de ces machines dans le paragraphe 2.5 consacré à la technologie.

2.1.6 Réaction d'induit

L'enroulement d'induit crée un champ magnétique lorsqu'il est parcouru par un courant non négligeable (moteur en charge ou en régime variable). La superposition de ce champ à celui des aimants est appelée réaction d'induit. Compte tenu des commutations imposées par le collecteur, l'induit se comporte comme une bobine ayant pour axe la ligne neutre.

On peut tracer les lignes du champ produit par l'induit en imaginant que le champ des aimants n'existe pas, ce qui est évidemment impossible à réaliser (*figure 2.13*).

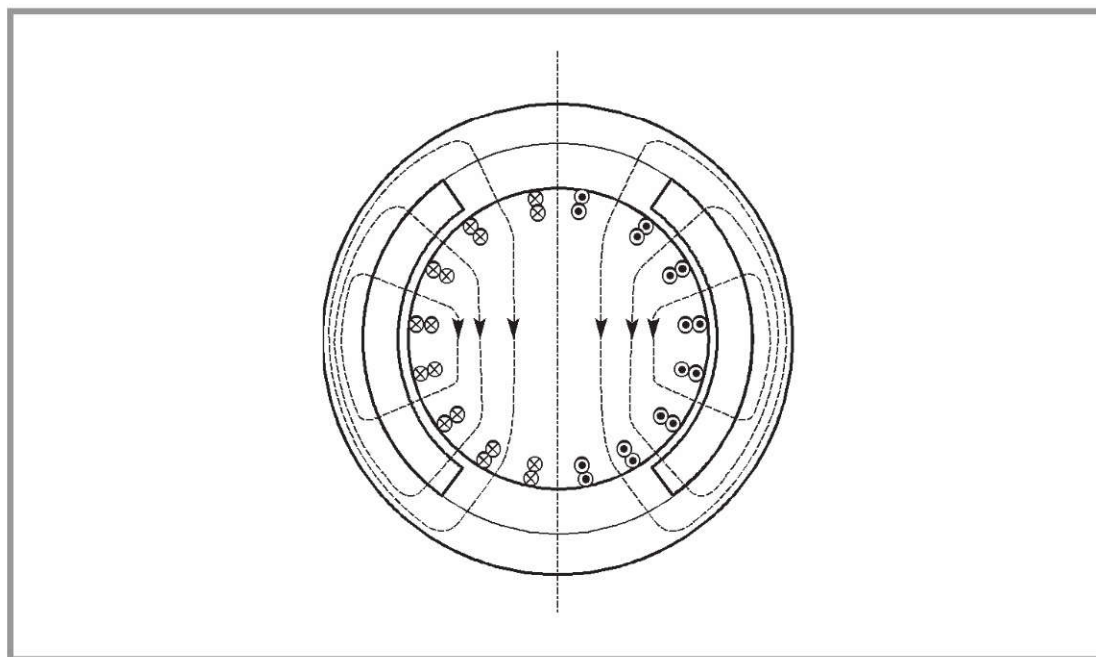


Figure 2.13 – Allure des lignes de champ de réaction d'induit dans un moteur sans pièces polaires.

Du fait de l'orthogonalité de l'axe de l'induit avec l'axe du champ des aimants, on qualifie la réaction de transversale.

Pour étudier les variations du champ magnétique de réaction le long de l'entrefer, on suppose que les conducteurs sont suffisamment nombreux pour que l'on puisse considérer que leur répartition est continue (cela revient à remplacer une courbe formée de petits crêteaux par une courbe lissée). On appelle h la hauteur des aimants et e la largeur de l'entrefer sous un aimant. On considère deux points A et B repérés par les angles θ et $-\theta$ (*figure 2.14*).

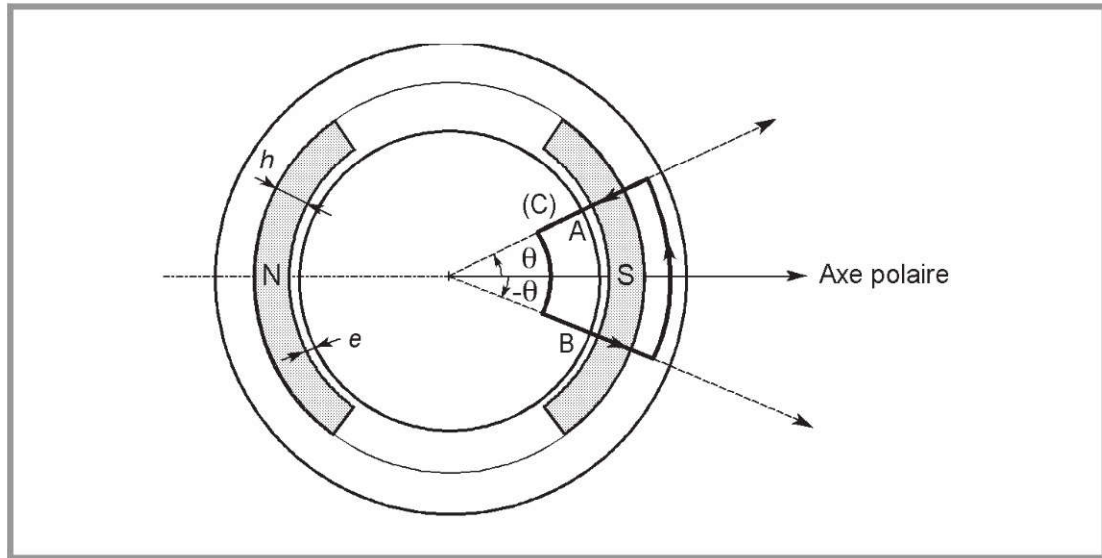


Figure 2.14 – Contour utilisé pour l'application du théorème d'Ampère.

On détermine la mesure algébrique H_r de l'excitation magnétique de réaction au point repéré par l'angle θ en appliquant le théorème d'Ampère au contour (C). Du fait de la perméabilité élevée de la culasse, on néglige la circulation de H_r sur cette partie du circuit magnétique. Seuls sont à prendre en compte l'entrefer et l'aimant (de perméabilité voisine de celle de l'air). La longueur correspondante est $h + e$ pour chacune des deux traversées d'entrefer. Compte tenu de la symétrie du système, la mesure algébrique de l'excitation magnétique au point repéré par l'angle $-\theta$ est $-H_r$. Avec le sens de parcours du contour (C), on obtient deux termes identiques dans la circulation de H_r . La force magnétomotrice $Ni/2a$ est répartie sur un angle 2π alors que le contour délimite un angle 2θ , et on peut donc écrire :

$$-2(h + e)H_r = \frac{2\theta}{2\pi} \frac{Ni}{2a}$$

soit :

$$H_r = \frac{-Ni}{4\pi a (h + e)} \theta$$

La variation de l'excitation magnétique est donc linéaire sur un pas polaire (c'est-à-dire sur un intervalle angulaire de largeur π). Quand on considère le pôle suivant, le sens de variation se trouve inversé (figure 2.15).

Dans le fonctionnement du moteur, les deux sources de champ (aimants et induit) existent simultanément. Dans le cas général, le circuit magnétique n'est pas linéaire (à cause de la saturation du matériau ferromagnétique) et le champ magnétique résultant n'est pas égal à la somme du champ des aimants et du champ de réaction.

Cependant, pour la machine considérée, le circuit magnétique est à peu près linéaire. En effet, les lignes de champ ont une partie non négligeable de leur trajet dans l'air, ce qui correspond au terme prépondérant dans la circulation de l'excitation magnétique. On peut alors faire la somme des champs magnétiques partiels.

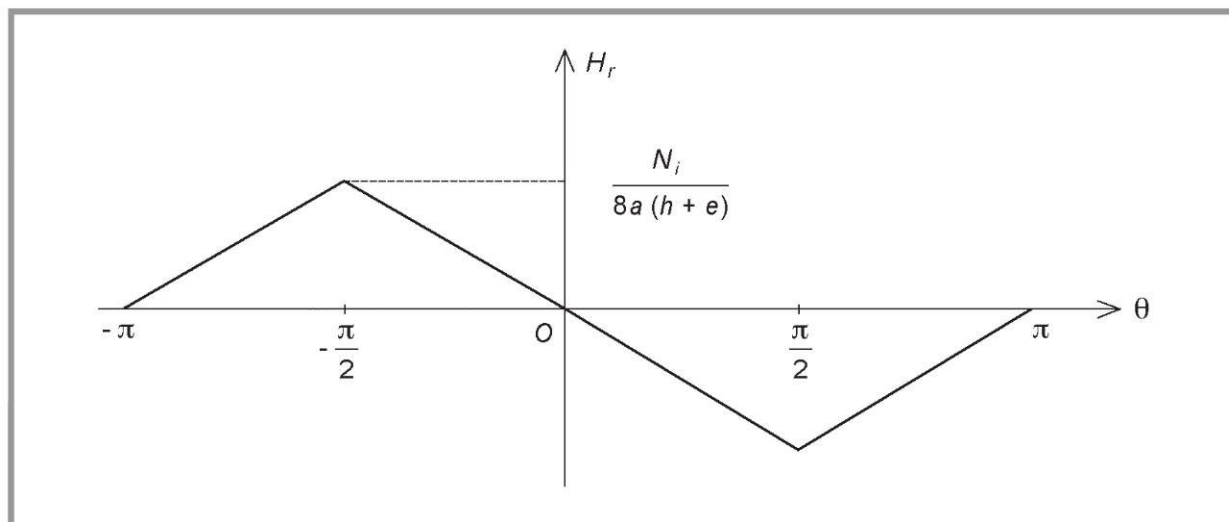


Figure 2.15 – Allure des variations de la mesure algébrique de l'excitation magnétique de réaction d'induit dans l'entrefer en fonction de la position angulaire.

On a ainsi représenté les lignes de champ (figure 2.16) et les variations de la mesure algébrique du champ (figure 2.17).

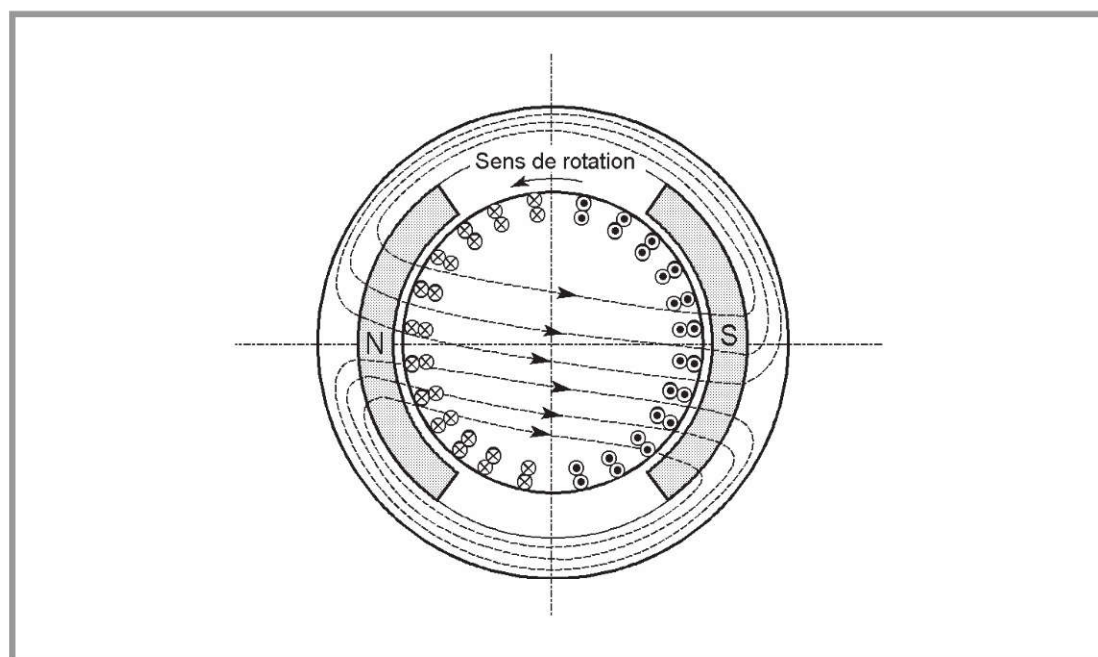


Figure 2.16 – Distorsion des lignes de champ provoquée par la réaction d'induit.

On y a tracé la courbe du champ produit par les aimants (identique à celle de la figure 2.4, mais avec une période $2\pi/p$ dans le cas général de la machine à p paires de pôles) et la courbe du champ de réaction (identique à celle de l'excitation, après multiplication par μ_0 car le point considéré est dans l'entrefer). Le champ résultant a été obtenu par addition point par point des deux courbes.

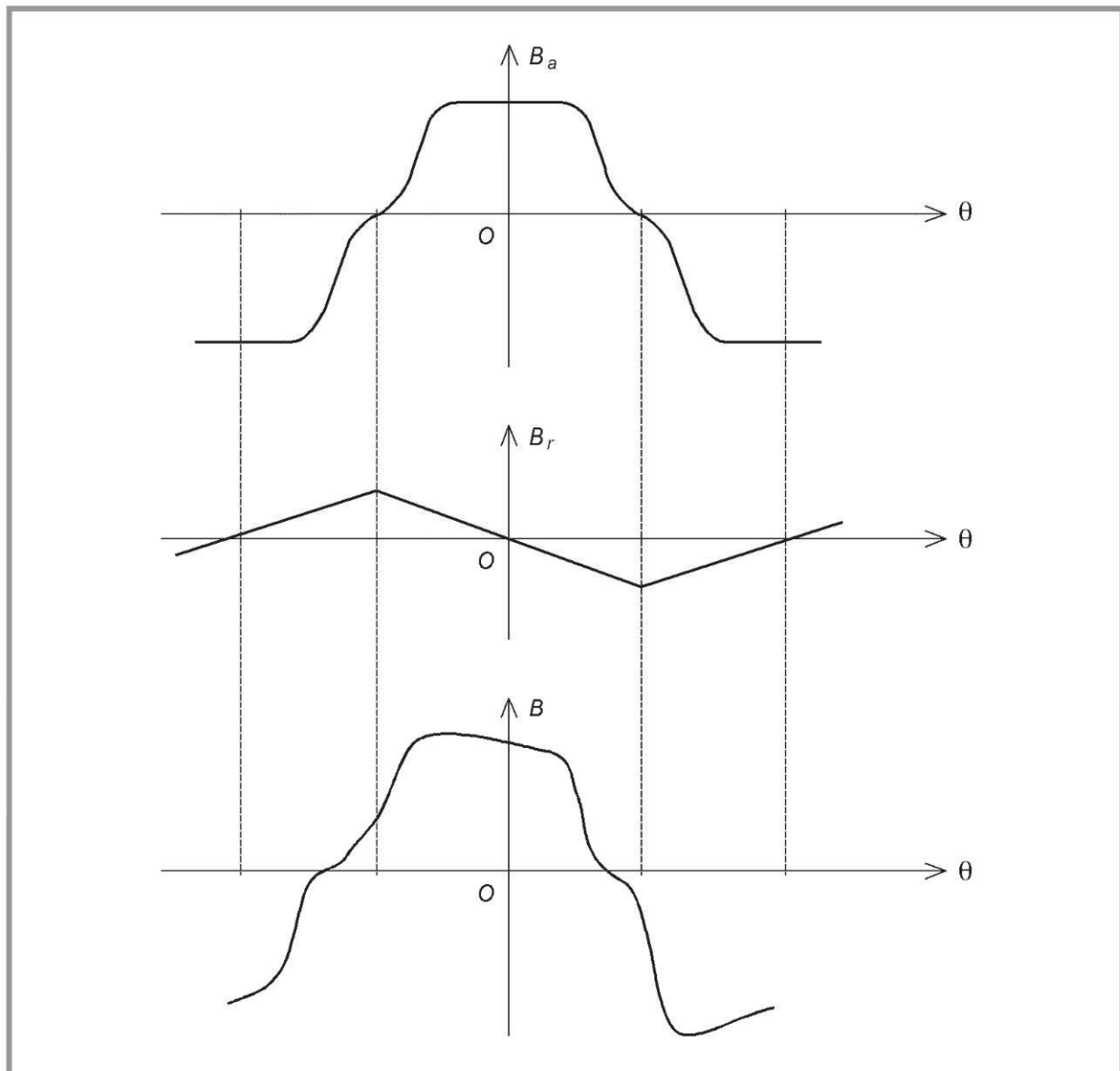


Figure 2.17 – Construction de la courbe du champ magnétique résultant en l'absence de saturation.

On constate une certaine déformation des lignes de champ et une modification de l'allure des variations de B . Par rapport au fonctionnement à vide à vitesse constante, le champ est plus faible sur une moitié de l'aimant et plus élevé sur l'autre moitié. La diminution se produit à la sortie de l'aimant (par rapport au mouvement du rotor). Il est important de constater que le flux sortant (ou entrant) dans un aimant est inchangé puisque le champ de réaction a une valeur moyenne nulle.

La modification la plus importante est le décalage de la ligne neutre (c'est-à-dire des points où le champ s'annule) dans le sens opposé à la rotation. Le champ de réaction peut également avoir une conséquence sur les aimants en provoquant une démagnétisation. Toutefois, le champ de réaction d'induit ne modifie pas beaucoup

les choses dans les moteurs sans pièces polaires du fait de la partie importante du trajet des lignes de champ dans l'air ou dans l'aimant.

Les choses sont différentes pour les machines qui possèdent des pièces polaires. En effet, ces dernières canalisent les lignes du champ de réaction du fait de leur perméabilité élevée. On peut donner l'allure de ces lignes en imaginant que seul l'induit crée un champ magnétique (*figure 2.18*).

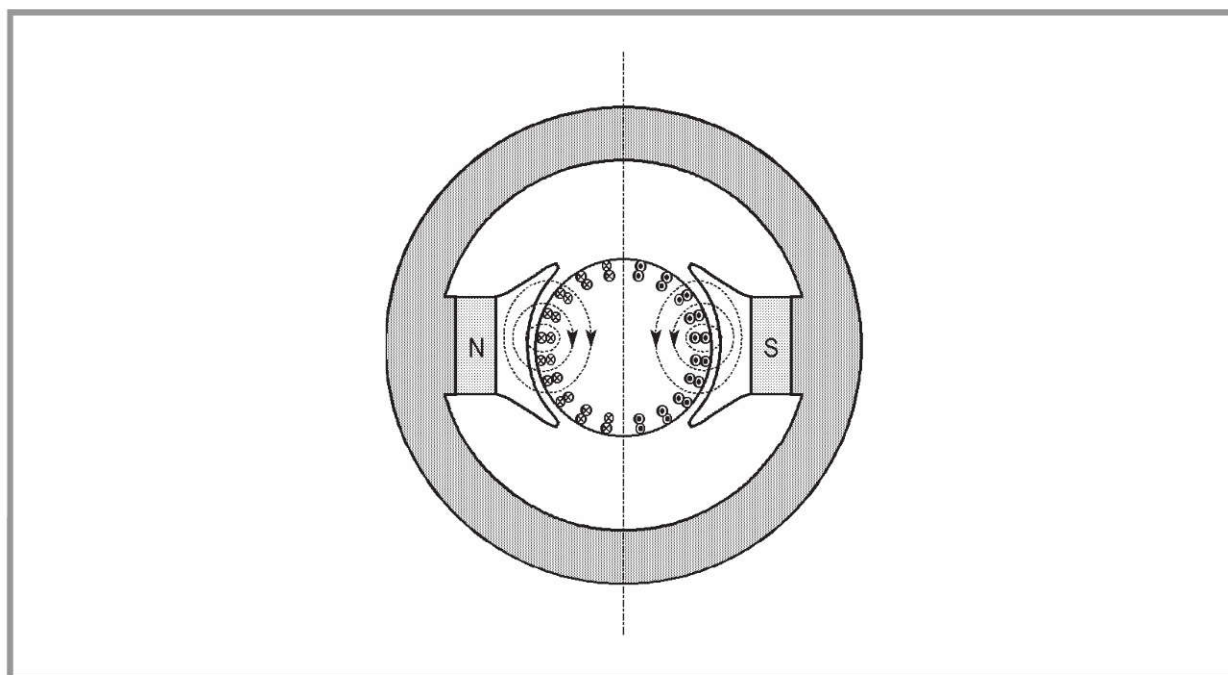


Figure 2.18 – Allure des lignes de champ de réaction d'induit dans un moteur avec pièces polaires.

Dans la circulation de l'excitation magnétique, la longueur d'une traversée d'entrefer est réduite à e au lieu de $h + e$ (voir figure). Le champ de réaction est donc nettement plus élevé. Cela n'est valable que sous les pièces polaires.

Au contraire, entre les aimants, le champ est beaucoup plus faible à cause de la longueur importante du trajet dans l'air. La courbe de H_r en fonction de θ est modifiée (*figure 2.19*). Le champ magnétique va se trouver augmenté dans les cornes polaires d'entrée et diminué dans les cornes polaires de sortie. De ce fait, il peut apparaître une saturation locale du matériau dans les cornes d'entrée même si le circuit magnétique était linéaire pour un fonctionnement à vide. Il n'est alors plus possible d'ajouter les champs partiels.

La conséquence importante de ce phénomène est que le flux sous un pôle est diminué car l'augmentation de B d'un côté ne compense pas la perte de l'autre côté à cause de la saturation. Par contre, la démagnétisation des aimants n'est plus à craindre puisque les lignes du champ de réaction ne traversent plus ces aimants.

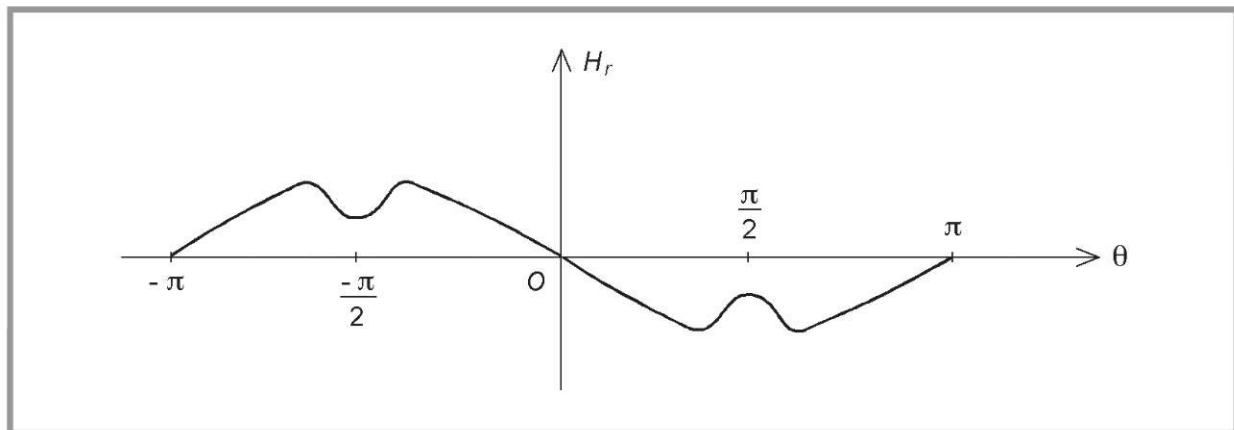


Figure 2.19 – Allure des variations de l'excitation magnétique de réaction d'induit en fonction de la position angulaire.

2.2 Étude mécanique

2.2.1 Couple électromagnétique

Comme nous l'avons vu plus haut, le phénomène essentiel dans un moteur à courant continu est la création d'un couple qui tend à faire tourner le rotor. Compte tenu du nombre de conducteurs, on peut considérer que le couple est pratiquement constant et ne calculer que sa valeur moyenne.

Pour cela, on va exprimer le travail des forces électromagnétiques pour un tour du rotor. Chaque conducteur est parcouru par un courant $i/2a$. Lorsque ce conducteur passe d'une ligne neutre à la suivante, il coupe le flux Φ d'un aimant. Pour un tour complet, le conducteur passe sous $2p$ pôles. Le travail des forces électromagnétiques qui agissent sur le conducteur est donc :

$$\mathcal{T}_1 = \frac{i}{2a} \Phi 2p$$

Pour les N conducteurs actifs du rotor, le travail total est :

$$\mathcal{T} = N \frac{i}{2a} \Phi 2p$$

Par ailleurs, on peut écrire une autre expression de $\mathcal{T}$: le travail d'un couple est le produit de son moment γ par l'angle de rotation. Soit, pour un tour (2π radians) :

$$\mathcal{T} = \gamma 2\pi$$

En rapprochant les deux expressions de $\mathcal{T}$, on détermine la formule qui donne le moment du couple électromagnétique :

$$\gamma = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \Phi i$$

Le moment s'exprime en newtons-mètres ($N \cdot m$). Φ est le flux sous un pôle, en weber (Wb), i l'intensité du courant dans l'induit exprimé en ampères (A), p est le nombre de paires de pôles, a le nombre de paires de voies de la machine et N ,

le nombre de conducteurs actifs. Pour un moteur donné, a, p et N sont fixes. On pose donc :

$$\lambda = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \Phi$$

λ est la constante du moteur. Avec cette définition, on a :

$$\gamma = \lambda i$$

L'unité de λ est le newton-mètre par ampère ($\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$). La valeur de cette constante est précisée (parfois indirectement) dans la notice technique du moteur.

2.2.2 Principe fondamental de la dynamique

Pour un système en rotation, le principe fondamental de la dynamique s'écrit :

$$J \frac{d\omega}{dt} = \gamma - \gamma_r$$

J est le moment d'inertie des pièces tournantes et il s'exprime en kilogrammes-mètres carrés ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$). Il comprend le moment d'inertie J_m du rotor, mais aussi les moments d'inertie J_c d'une éventuelle charge et J_a des accessoires (capteurs de vitesse ou de position...) :

$$J = J_m + J_c + J_a$$

ω est la vitesse angulaire du rotor en radians par seconde et sa dérivée par rapport au temps $d\omega/dt$ est l'accélération angulaire ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$). Dans le second membre, on a la somme algébrique des moments des couples. Le seul couple moteur est le couple électromagnétique. Le couple résistant peut provenir à la fois de la charge (γ_c) et de pertes internes du moteur (γ_p) :

$$\gamma_r = \gamma_c + \gamma_p$$

2.2.3 Moment d'inertie

Le moment d'inertie du rotor est un paramètre fondamental pour un actionneur électrique. Ce paramètre chiffre la façon dont le moteur s'oppose aux variations de vitesse. Plus le moment d'inertie est grand, plus il faut un couple élevé pour obtenir une accélération donnée. Comme le couple est une grandeur importante pour le dimensionnement du moteur, on a tout intérêt à avoir un faible moment d'inertie. Ce dernier dépend à la fois de la masse des parties mobiles et de la façon dont elles sont placées par rapport à l'axe de rotation. En effet, le moment d'inertie d'un solide (V) par rapport à un axe (Δ) est défini par :

$$J = \iiint_{(V)} r^2 \rho \, d\nu$$

r est la distance d'un point M du solide à l'axe, ρ est la masse volumique en ce point et $d\nu$ est l'élément de volume. L'intégrale triple est étendue à tous les points du solide. On peut donner une expression simple de J dans des cas particuliers. Par

exemple, pour un cylindre plein et homogène (figure 2.20) de masse m , de rayon R et de longueur l , la masse volumique est :

$$\rho = \frac{m}{\pi R^2 l}$$

Le moment d'inertie par rapport à l'axe du cylindre se calcule en considérant des nappes cylindriques de rayon r et d'épaisseur dr :

$$J = \int_0^R r^2 \rho 2\pi r l dr$$

soit :

$$J = \pi \rho l \frac{R^4}{2}$$

En introduisant la masse, on arrive à :

$$J = \frac{1}{2} m R^2$$

On constate que le moment d'inertie est d'autant plus grand que la masse est importante et que le rayon du cylindre est élevé : dans tous les cas, on retrouve un résultat analogue. Pour avoir un faible moment d'inertie, il faut jouer sur deux paramètres : diminuer la masse des parties mobiles et concentrer cette masse au plus près de l'axe de rotation. La technologie des actionneurs électriques (forme et nature du rotor) prend en compte ces contraintes, comme nous le verrons dans le paragraphe 2.5.

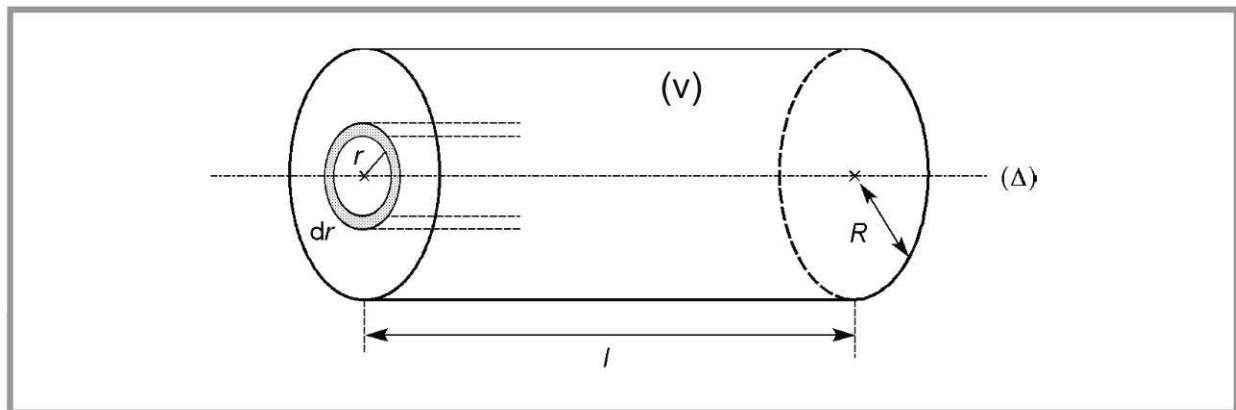


Figure 2.20 – Découpage d'un cylindre en nappes cylindriques pour le calcul de son moment d'inertie.

2.2.4 Couple de pertes

Le moteur est soumis à des couples résistants internes. Les frottements des balais sur le collecteur et dans les paliers correspondent à un couple indépendant de la vitesse (frottements secs). Par ailleurs, la ventilation produit un couple résistant variable avec la vitesse dont la loi est assez complexe. On peut cependant considérer de façon approchée que ce couple est proportionnel à la vitesse de rotation (frottements visqueux).

Il est d'usage d'ajouter à ces couples résistants des couples fictifs qui prennent en compte les pertes ferromagnétiques. En effet, nous verrons plus loin que ces pertes ont le même comportement en fonction de la vitesse que les pertes mécaniques. Comme il est impossible de connaître précisément par la mesure la part qui ressort de chaque type de pertes, on les considère globalement et on définit un couple résistant interne qui correspondrait à la même puissance que l'ensemble des phénomènes évoqués et dont le moment s'écrit :

$$\gamma_p = \gamma_f + k \omega$$

γ_p est le couple de pertes ($\text{N} \cdot \text{m}$), γ_f le couple de frottements secs ($\text{N} \cdot \text{m}$), et k le coefficient de frottements visqueux ($\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$). ω est toujours la vitesse de rotation ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$).

REMARQUE

En fait, un couple de frottements secs n'est une constante que si la vitesse n'est pas nulle et qu'elle ne change pas de signe. En ne considérant que le véritable frottement sec (sans le terme fictif dû aux pertes ferromagnétiques), on peut écrire, si la vitesse du moteur n'est pas nulle :

$$\gamma_f = \gamma_0 \operatorname{sgn} \omega$$

La fonction signe (sgn) étant définie par :

$$\operatorname{sgn} \omega = +1 \quad \text{si} \quad \omega > 0$$

$$\operatorname{sgn} \omega = -1 \quad \text{si} \quad \omega < 0$$

Par contre, si la vitesse est nulle, on a :

$$\gamma_f \in [-\gamma_0, \gamma_0]$$

Dans ce cas, la valeur de γ_f dépend des autres couples présents. On écrit la relation fondamentale de la dynamique en isolant les frottements secs :

$$J \frac{d\omega}{dt} = \gamma_t - \gamma_f$$

γ_t est la somme algébrique de l'ensemble des autres couples. On a alors :

$$\gamma_f = \gamma_t \quad \text{si} \quad |\gamma_t| \leq \gamma_0$$

$$\gamma_f = \gamma_0 \operatorname{sgn} \omega \quad \text{si} \quad |\gamma_t| > \gamma_0$$

Dans toutes ces relations, γ_0 est une constante positive.

2.3 Étude électrique

2.3.1 Force contre-électromotrice

Les conducteurs actifs coupent les lignes du champ magnétique. Ils sont donc le siège d'un phénomène d'induction. On constate que les forces électromotrices induites sont toutes de même signe pour les conducteurs d'une voie : il suffit donc de les ajouter pour obtenir la force électromotrice totale. Les différents termes de la somme varient de la même façon que les couples élémentaires (voir plus haut).

On obtient donc une force électromotrice résultante peu ondulée autour de sa valeur moyenne : on peut pratiquement la considérer comme une constante. Comme ce nombre est négatif, on préfère parler de la force contre-électromotrice en changeant de signe (nous l'avons vu dans le chapitre consacré à l'électromagnétisme, au paragraphe 1.2.3). Pour le calcul, on considère tout d'abord un conducteur unique. Celui-ci coupe le flux Φ sous un aimant lorsqu'il se déplace d'une ligne neutre à la suivante. Si Δt est la durée de ce parcours, la valeur moyenne de la force contre-électromotrice induite dans le conducteur est :

$$E'_{1\text{moy}} = \frac{\Phi}{\Delta t}$$

Avec une fréquence de rotation n , la durée d'un tour est $1/n$. Comme la machine comporte $2p$ pôles, on a :

$$\Delta t = \frac{1}{2pn}$$

On en déduit :

$$E'_{1\text{moy}} = 2pn\Phi$$

Chaque voie comportant $N/2a$ conducteurs actifs, la valeur moyenne de la force contre-électromotrice du moteur est :

$$E'_{\text{moy}} = \frac{N}{2a} 2pn\Phi$$

Comme on l'a précisé plus haut, on confond la force contre-électromotrice e' et sa valeur moyenne E'_{moy} :

$$e' = \frac{p}{a} N n \Phi$$

Dans cette formule, la force contre-électromotrice e' s'exprime en volts (V), Φ est le flux sous un pôle en webers (Wb), n la fréquence de rotation en tours par secondes ($\text{tr} \cdot \text{s}^{-1}$), N le nombre de conducteurs actifs, p le nombre de paires de pôles et a le nombre de paires de voies. Dans les calculs, on préfère souvent utiliser la vitesse de rotation ω en radians par seconde ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$) plutôt que la fréquence de rotation. On a ainsi :

$$e' = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} N \Phi \omega$$

On peut mettre le résultat sous la forme :

$$e' = \lambda \omega$$

λ est la constante du moteur déjà définie à propos du couple électromagnétique. On voit dans la formule obtenue que λ peut aussi s'exprimer en $V \cdot s \cdot \text{rad}^{-1}$. On préfère en général cette appellation à celle qui a été déduite de la relation du couple ($N \cdot m \cdot A^{-1}$).

2.3.2 Loi des mailles

Sur le plan électrique, un moteur à courant continu à aimant est un dipôle (figure 2.21).

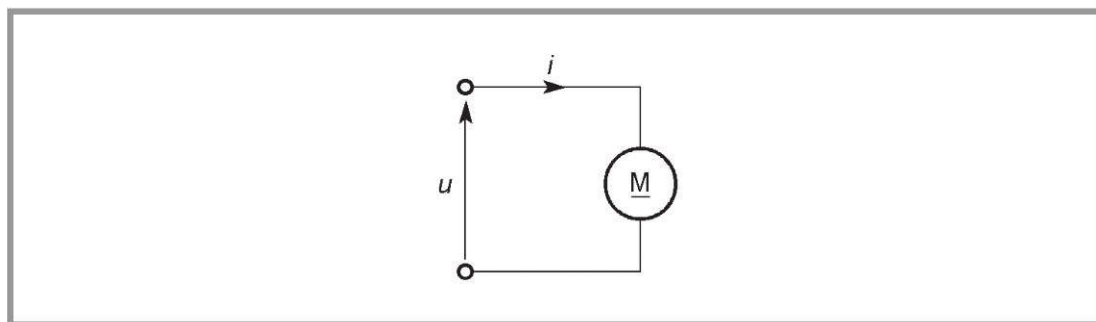


Figure 2.21 – Symbole du moteur à courant continu.

Pour définir la relation entre tension u et courant i , on choisit la convention récepteur. L'enroulement d'induit a une résistance R et une inductance L . Lorsqu'il est parcouru par un courant, il apparaît une chute de tension dans ces éléments. La loi des mailles s'écrit :

$$u = e' + Ri + L \frac{di}{dt}$$

Dans cette formule, u est la tension aux bornes du moteur en volts (V), i l'intensité du courant en ampères (A), R la résistance de l'induit en ohms (Ω), L son inductance en henrys (H) et e' la force contre-électromotrice induite en volts (V). On peut représenter le moteur par un schéma électrique équivalent (figure 2.22).

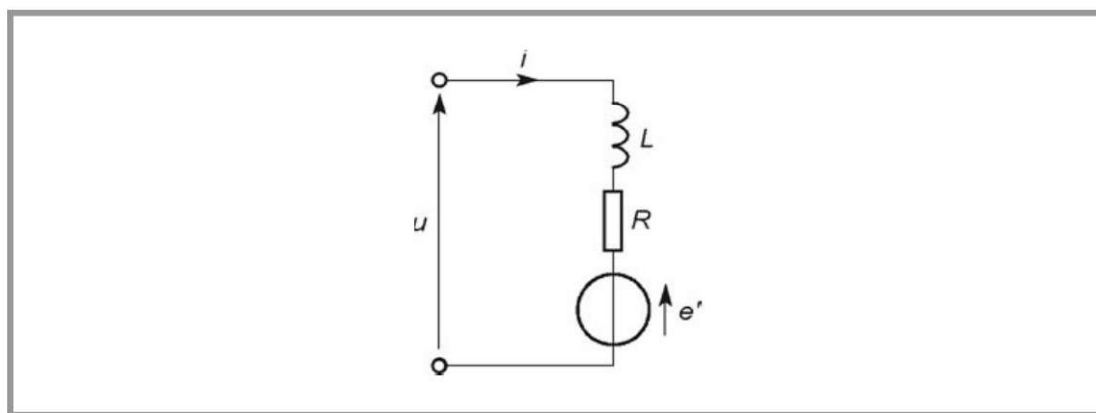


Figure 2.22 – Schéma équivalent.

2.3.3 Résistance

La résistance R comprend en fait deux termes : la résistance R_a de l'enroulement proprement dit et la résistance R_b des contacts balais-collecteur. Ces deux termes se comportent différemment.

R_a est la résistance d'un conducteur : elle est donc indépendante du courant, mais varie avec la température. Comme le moteur s'échauffe lors de son fonctionnement (en particulier à cause de l'effet Joule), il faut considérer la valeur de la résistance dans les conditions d'emploi de la machine.

Aux températures ordinaires, on peut estimer que la loi de variation est affine :

$$R_a = R_0(1 + a \theta)$$

R_a est la résistance à la température θ en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$), R_0 est la résistance à 0°C et a est le coefficient de température qui s'exprime en degrés à la puissance moins un ($^{\circ}\text{C}^{-1}$). Pour les conducteurs habituels (cuivre et aluminium), ce coefficient vaut :

$$a = 4 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

R_b est la résistance équivalente aux balais et au collecteur ; elle n'est pas indépendante du courant. En effet, la chute de tension entre un balai et le collecteur varie de façon complexe. Elle dépend du type de balais, du sens de passage du courant et de la densité de courant (figure 2.23). Vu des bornes du moteur, les deux chutes de tension s'ajoutent (figure 2.24). On peut définir une résistance équivalente par :

$$R_b = \frac{\Delta u}{i}$$

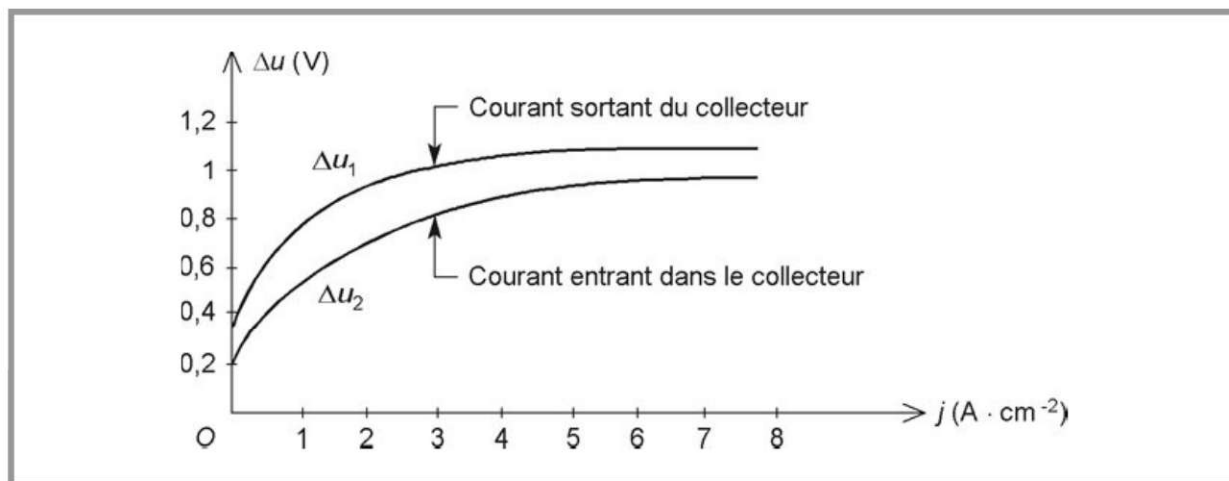


Figure 2.23 – Variations de la chute de tension entre balai et collecteur en fonction de la densité de courant.

Toutefois, cette résistance n'est pas constante : elle varie en fonction de la densité de courant (figure 2.24). Pour les petits moteurs, R_b est toujours nettement plus faible que R_a . On se contente donc de prendre une valeur moyenne de R_b dans le

domaine des courants utilisés. Cette approximation assez grossière est justifiée par le fait qu'elle porte sur un terme secondaire dans l'expression de R .

On fait parfois une approximation différente en considérant une chute de tension constante Δu , mais cette méthode correspond moins bien à la réalité lorsque le courant varie dans de larges plages (par exemple en régime transitoire). Nous ne l'utiliserons donc pas dans le domaine que nous étudions où les régimes de fonctionnement sont essentiellement variables.

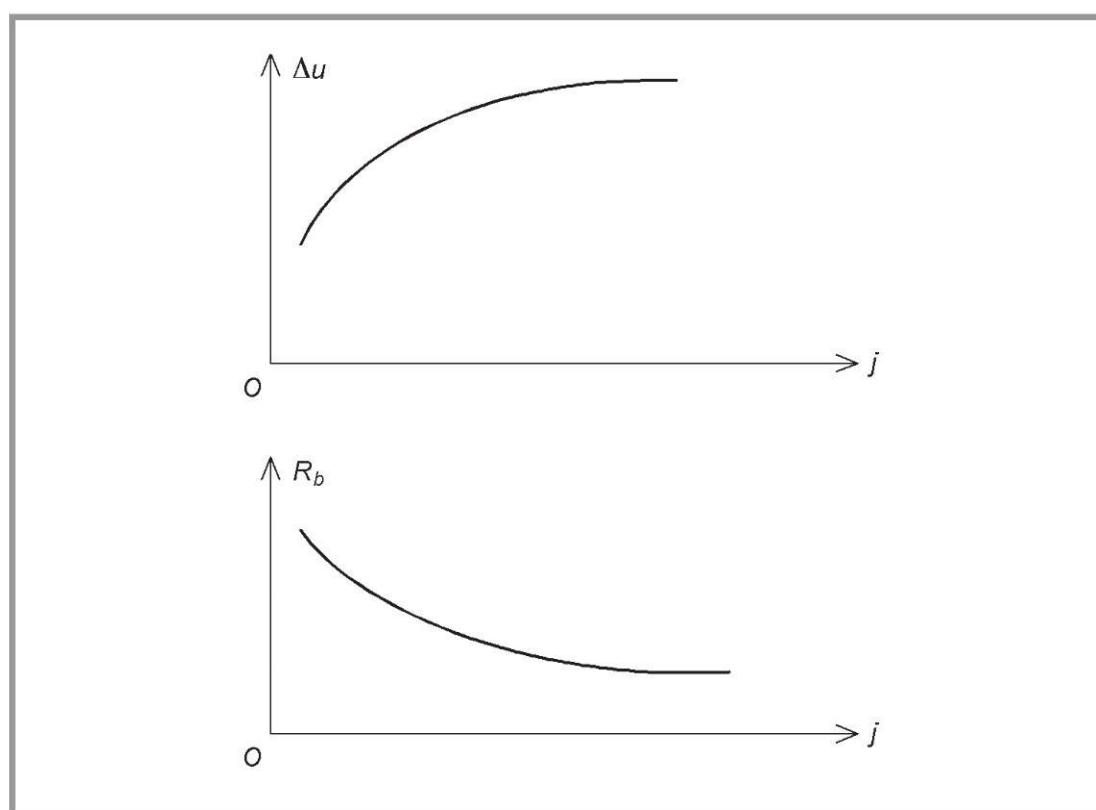


Figure 2.24 – Allure des variations de la chute de tension pour les deux balais et de la résistance équivalente en fonction de la densité de courant.

2.3.4 Inductance

Si le circuit magnétique est linéaire, on peut considérer séparément le flux créé par les aimants et le flux créé par l'induit. Ces deux termes s'ajoutent, ainsi que les forces électromotrices correspondantes. Lorsque le courant d'induit varie, la variation de flux qui en résulte entraîne un phénomène d'auto-induction. La force électromotrice produite s'exprime par :

$$e_a = -L \frac{di}{dt}$$

Par définition, L est l'inductance de l'induit. Le raisonnement est bien justifié dans un moteur sans pièces polaires car une partie non négligeable du trajet des lignes de champ se fait dans l'air ou dans l'aimant.

Le cas des machines comportant des pièces polaires est un peu plus compliqué. Les lignes du champ de réaction traversent un entrefer étroit et ont un parcours important dans le matériau ferromagnétique des pièces polaires. Celui-ci peut être saturé. Le circuit magnétique n'est plus linéaire et l'inductance qu'on continue à définir n'est plus rigoureusement constante. Ce phénomène n'a toutefois que peu de conséquences pratiques. Le moteur possédant des pièces polaires a simplement une inductance plus élevée puisque la réluctance du circuit magnétique de réaction est plus faible.

2.4 Étude énergétique

2.4.1 Puissance électromagnétique

La puissance transformée dans un moteur à courant continu est celle qui correspond au couple électromagnétique :

$$P_e = \gamma \omega$$

Par ailleurs, c'est aussi la puissance électrique qui correspond à la force contre-électromotrice :

$$P_e = e' i$$

L'égalité des deux expressions se montre immédiatement, compte tenu des relations :

$$\gamma = \lambda i$$

$$e' = \lambda \omega$$

2.4.2 Bilan des puissances en régime permanent

En régime permanent, l'intensité et la vitesse de rotation sont constantes. On peut donc écrire :

$$u = e' + R i$$

$$\gamma = \gamma_r$$

En multipliant la première équation par i et la seconde par ω on fait apparaître des relations entre puissances :

$$u i = e' i + R i^2$$

$$\gamma \omega = \gamma_r \omega$$

On constate que la puissance électrique $u i$ appelée par le moteur sert seulement en partie à la transformation électromécanique ($e' i$) à cause des pertes par effet Joule :

$$p_j = R i^2$$

La puissance transformée permet ensuite de vaincre l'ensemble des couples résistants : celui de la charge, mais également celui qui correspond aux pertes mécaniques internes p_m . On peut considérer que ces dernières comprennent des

frottements secs et des frottements visqueux. La puissance correspondante est la somme d'un terme proportionnel à la vitesse et d'un terme proportionnel au carré de la vitesse.

Par ailleurs, d'autres phénomènes conduisent à des pertes. Le rotor ferromagnétique se déplace dans le champ magnétique : cela provoque des courants induits dans la masse métallique, les courants de Foucault, qui chauffent le matériau. On montre que la puissance correspondante est proportionnelle au carré de la fréquence de rotation. On cherche à limiter l'intensité de ces courants en utilisant des tôles feuilletées isolées entre elles.

L'aimantation du rotor étant variable avec le mouvement, il se produit aussi un phénomène d'hystérésis, semblable à celui qu'on peut observer avec un champ magnétique alternatif. Cela entraîne des pertes proportionnelles à la vitesse de rotation. L'effet de ces deux derniers phénomènes est regroupé sous le terme pertes ferromagnétiques p_f .

On vient de voir que l'ensemble des pertes mécaniques et ferromagnétiques peut être mis sous la forme :

$$p_m + p_f = \gamma_f \omega + k \omega^2$$

γ_f et k sont deux constantes. On peut considérer que $p_m + p_f$ est la puissance d'un couple fictif γ_p , appelé couple de pertes comme nous l'avons évoqué plus haut :

$$\gamma_p = \gamma_f + k \omega$$

La puissance dont on peut disposer pour la charge est appelée puissance utile P_u . Elle représente la différence entre la puissance électrique appelée P_a et l'ensemble des pertes :

$$P_u = P_a - p_j - p_m - p_f$$

On a évidemment intérêt à limiter les pertes d'un moteur. On chiffre cette qualité par le rendement. C'est le rapport de la puissance utile (puissance mécanique fournie à la charge) et de la puissance appelée (puissance électrique demandée au générateur) :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

2.4.3 Bilan des énergies en régime variable

Lorsque l'intensité et la vitesse ne sont pas constantes, deux phénomènes supplémentaires apparaissent : la variation de l'énergie électromagnétique emmagasinée par l'induit et la variation de l'énergie cinétique du rotor (et des pièces tournantes qui lui sont liées). Pour l'équation des tensions, on a :

$$u = e' + Ri + L \frac{di}{dt}$$

Après multiplication par $i \, dt$, on obtient une équation d'énergies pendant la durée élémentaire dt :

$$u i \, dt = e' i \, dt + R i^2 \, dt + L i \, di$$

soit :

$$u i \, dt = e' i \, dt + R i^2 \, dt + d \left(\frac{1}{2} L i^2 \right)$$

Le premier membre représente l'énergie fournie par le générateur. Dans le second membre, on reconnaît l'énergie électromagnétique transformée et l'énergie perdue par effet Joule. Le dernier terme est la variation de l'énergie électromagnétique :

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2$$

Par ailleurs, le principe fondamental de la dynamique donne :

$$J \frac{d\omega}{dt} = \gamma - \gamma_r$$

En multipliant par $\omega \, dt$, on arrive à une relation entre énergies :

$$J \omega \, d\omega = \gamma \omega \, dt - \gamma_r \omega \, dt$$

soit :

$$d \left(\frac{1}{2} J \omega^2 \right) = \gamma \omega \, dt - \gamma_r \omega \, dt$$

Le premier membre représente la variation élémentaire de l'énergie cinétique des parties tournantes :

$$E_c = \frac{1}{2} J \omega^2$$

Dans le second membre, on voit apparaître la différence entre l'énergie du couple électromagnétique et l'énergie des couples résistants. Lors d'une phase d'accélération, le moteur doit fournir à la fois l'énergie des couples résistants et l'augmentation de l'énergie cinétique. Cette dernière sera toutefois restituée lors d'une phase de ralentissement. On voit là toute la différence entre les énergies emmagasinées (énergies électromagnétique et cinétique) et les énergies dissipées (effet Joule, frottements) qui sont perdues de manière irréversible pour le système.

2.5 Technologie

2.5.1 Moteurs de structure classique

Ces machines sont conçues de la même façon que les moteurs de forte puissance, mis à part l'inducteur bobiné qui est remplacé par des aimants. C'est ce type de réalisation qui a été décrit en détail au début du chapitre. L'utilisation d'aimants permet d'éviter les pertes par effet Joule dans l'inducteur, qui constitueraient une part trop importante de la puissance pour un petit moteur. De plus, on peut réaliser des machines économiques grâce aux faibles prix des ferrites ou des machines très performantes en faisant appel aux terres rares (*figure 2.25*).

La réalisation du rotor dépend du type d'aimant. Pour les ferrites et les terres rares, on utilise des tuiles comme sur la machine décrite au début du chapitre (*figure 2.1*).



Figure 2.25 – Moteur RS240B muni d’une génératrice tachymétrique et d’un codeur (document Parvex).

Cette structure permet facilement d’augmenter le nombre de pôles (*figure 2.26*). Dans le cas des aimants Alnico, l’excitation coercitive est insuffisante et on doit ajouter des pièces polaires. L’encombrement de la machine est alors augmenté (*figure 2.18*). On peut cependant adopter des géométries différentes (*figure 2.27*) qui permettent de ne pas trop accroître le diamètre du moteur.

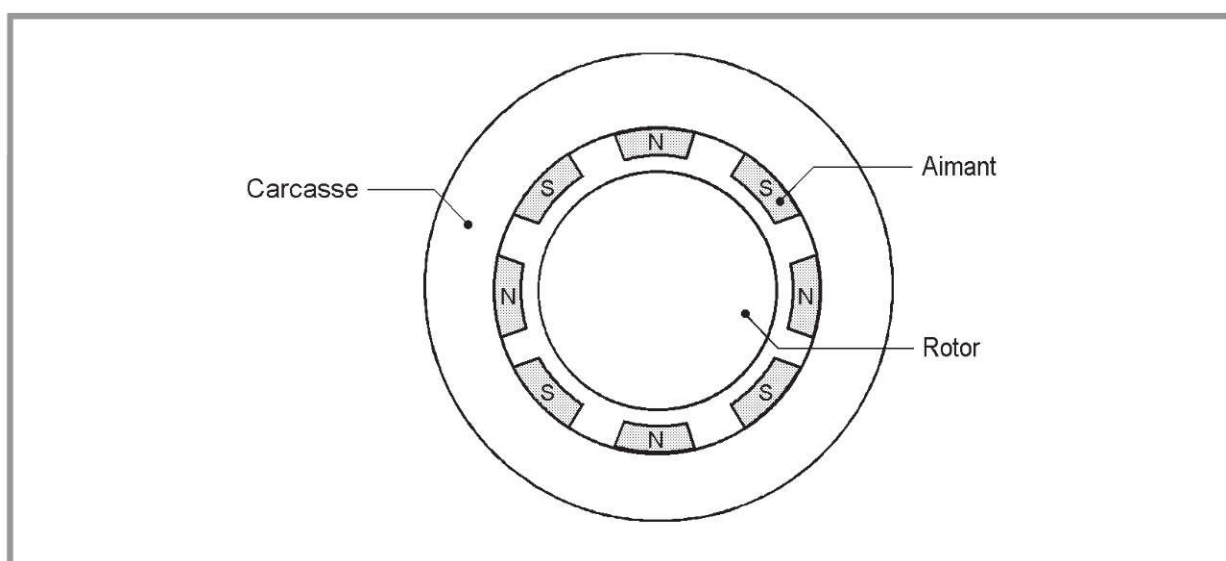


Figure 2.26 – Moteur multipolaire à aimants en tuiles.

Ce type de machine présente un moment d'inertie assez élevé du fait de la présence de tôles ferromagnétiques au rotor, ce qui est défavorable pour la rapidité de réaction. On cherche donc à limiter l'inertie en adoptant une forme allongée : la longueur du rotor est nettement supérieure à son diamètre, contrairement à ce qui se fait pour les moteurs de forte puissance.

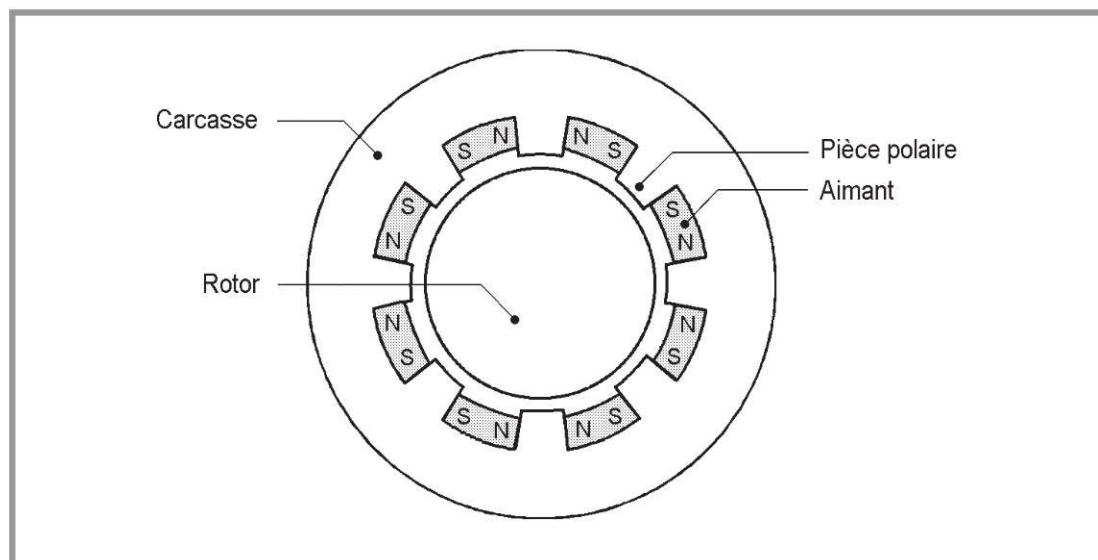


Figure 2.27 – Moteur à aimants munis de pièces polaires dans une configuration qui limite l'encombrement.

2.5.2 Moteurs à rotor plat

On cherche à diminuer l'inertie du rotor en éliminant les parties en matériau ferromagnétique doux. Une première solution consiste à adopter une configuration tout à fait différente de celle de la machine classique (*figure 2.28*) : au lieu d'avoir un champ magnétique radial agissant sur des conducteurs longitudinaux, on a ici un champ magnétique longitudinal agissant sur des conducteurs radiaux. Cette inversion ne modifie pas la direction des forces de Laplace (*figure 2.29*).

On obtient une machine de plus grand diamètre, mais d'allure beaucoup plus ramassée (*figure 2.30*). Cette forme particulière peut parfois être un obstacle à l'utilisation de ce type de moteur. Le rotor est constitué d'un support isolant en époxy en forme de disque sur lequel sont collés des conducteurs nus en cuivre ou en aluminium. Le stator est formé d'une carcasse magnétique sur laquelle sont placés des aimants généralement en Alnico. Les balais frottent directement sur les conducteurs.

L'avantage principal de cette structure est que les parties ferromagnétiques destinées à canaliser le flux sont fixes. Le rotor est donc très léger et malgré son diamètre important, son moment d'inertie est nettement plus faible que celui d'une structure classique. Par ailleurs, l'absence de fer au rotor conduit à une faible inductance d'induit. On a ainsi à la fois une diminution de la constante de temps

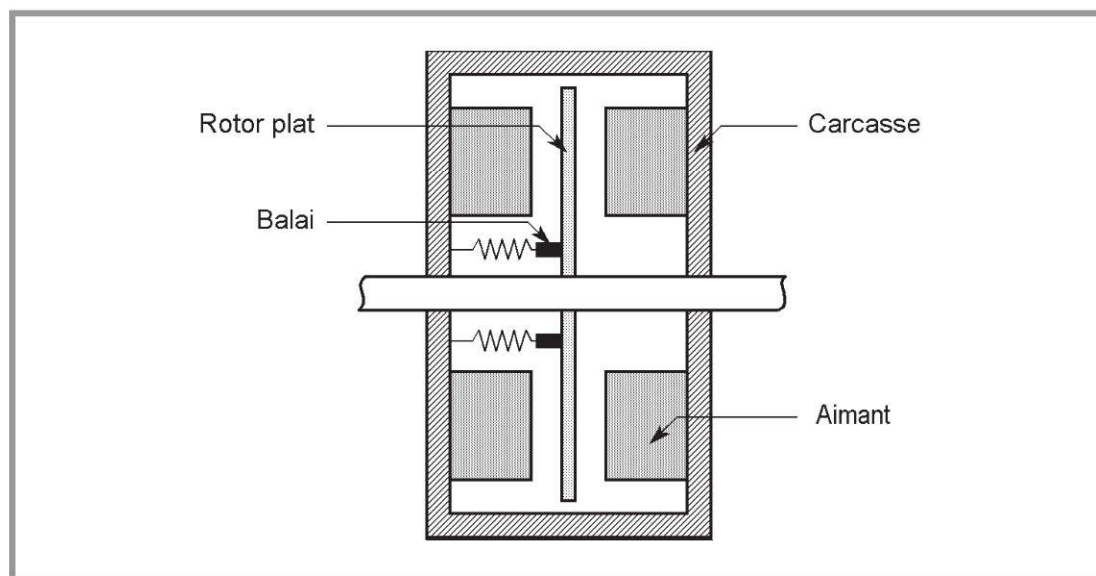


Figure 2.28 – Coupe d'un moteur à rotor plat.

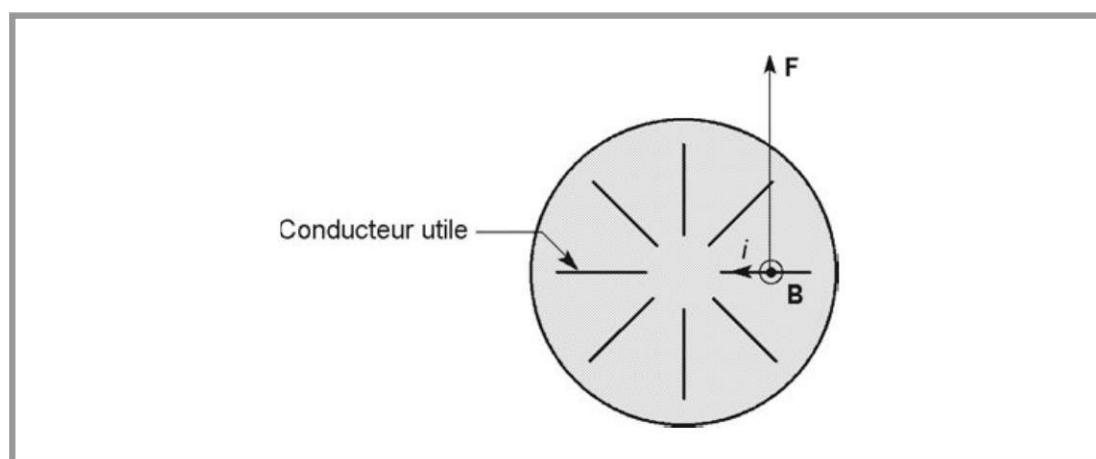


Figure 2.29 – Force s'exerçant sur un conducteur d'un induit discoïdal.

électromécanique et de la constante de temps électrique. La faible inductance d'induit accroît la durée de vie des balais. Enfin, le collecteur plat possédant un grand nombre de lames, le fonctionnement est particulièrement régulier et silencieux, et les vibrations sont très faibles. L'inconvénient majeur de ce type de moteur est son mauvais comportement thermique. La faible masse et la grande surface du rotor lui donnent une très faible constante de temps thermique : la machine est ainsi sensible aux surcharges de courte durée. Par ailleurs, la faible inductance d'induit rend obligatoire l'ajout d'une bobine de lissage pour une alimentation par hacheur.

2.5.3 Moteurs à rotor en cloche

Il est possible d'obtenir une faible inertie tout en conservant la forme des moteurs classiques. Pour cela, il faut éliminer les lourdes parties en matériau ferromagnétique doux du rotor, tout en assurant la canalisation du flux vers les conducteurs



Figure 2.30 – Allure de quelques moteurs à rotor plat de la série Axem (document Parvex).

utiles. La solution consiste à faire appel à un rotor en cloche (*figure 2.31*). Les aimants (fixes) sont à l'intérieur du rotor qui n'est lié à l'axe qu'à l'une de ses extrémités. La carcasse du stator assure le retour du flux. Le rotor n'est constitué que d'un bobinage sur un support non magnétique ou même d'un enroulement autoporteur (conducteurs moulés dans une résine). Le moment d'inertie est particulièrement faible puisque le rotor possède à la fois une masse réduite et un diamètre limité. Cette structure présente néanmoins des inconvénients : tout d'abord, le porte-à-faux du rotor nuit à la solidité de la machine ; par ailleurs, on retrouve un mauvais comportement thermique lié à la faible masse de l'induit. Ce type de moteur est réservé aux puissances très réduites. On ne dépasse guère un couple utile de $1 \text{ N} \cdot \text{m}$.

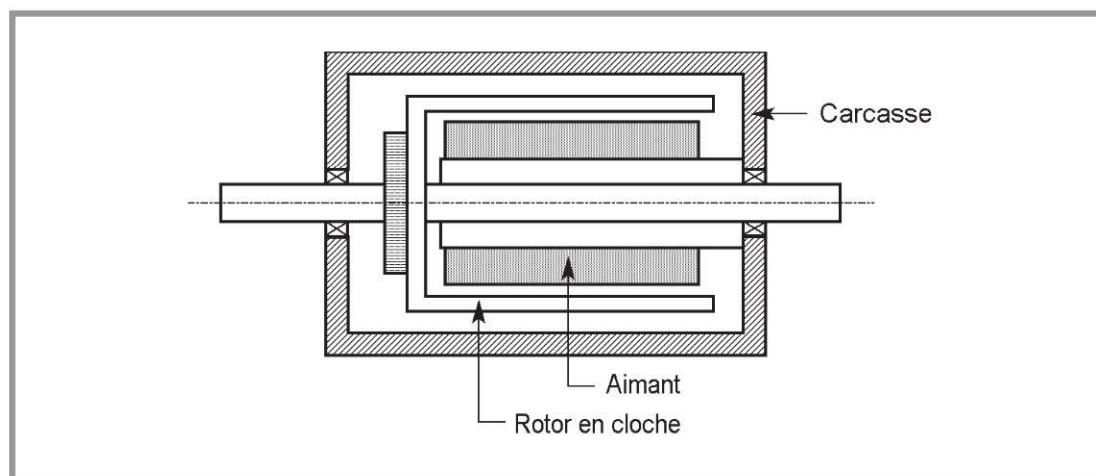


Figure 2.31 – Moteur à rotor en cloche.

RÉGIMES DE FONCTIONNEMENT D'UN MOTEUR À COURANT CONTINU

3.1 Régime permanent

3.1.1 Équations de base

On peut tout d'abord écrire les deux relations caractérisant le fonctionnement interne de la machine. Le moment γ du couple moteur est proportionnel à l'intensité i du courant dans l'induit, la force contre-électromotrice e' est proportionnelle à la vitesse de rotation ω . Dans les deux cas, le coefficient de proportionnalité est le même, c'est la constante λ de la machine :

$$\begin{aligned} (1) \quad & \gamma = \lambda i \\ (2) \quad & e' = \lambda \omega \end{aligned}$$

On considère que le moteur est alimenté par une tension u constante et que le moment γ_r du couple résistant est indépendant du temps. Lorsque le régime permanent est atteint, la vitesse de rotation et le courant sont constants. Dans ces conditions, l'inductance de l'induit et le moment d'inertie des parties tournantes n'ont pas d'effet. La loi des mailles ne fait apparaître que la chute de tension dans la résistance R de l'induit :

$$(3) \quad u = e' + Ri$$

Par ailleurs, le principe fondamental de la dynamique s'écrit simplement :

$$(4) \quad \gamma = \gamma_r$$

3.1.2 Bilan des puissances

Les échanges de puissance en régime permanent ont été décrits au chapitre 2 (*figure 3.1*). On a groupé l'ensemble des pertes mécaniques et ferromagnétiques :

$$p_p = p_m + p_f$$

La puissance électromagnétique est :

$$P_e = \gamma_m \omega$$

La puissance utile peut s'exprimer par la différence :

$$P_u = P_e - p_p$$

Le couple correspondant est appelé couple utile. C'est le couple réellement disponible pour entraîner la charge :

$$\gamma_u = \frac{P_u}{\omega}$$

On introduit le couple de pertes défini par :

$$\gamma_p = \frac{p_p}{\omega}$$

ce qui donne :

$$(5) \quad \gamma_u = \gamma - \gamma_p$$

Ainsi, on pourra dans la suite écrire des équations relatives à des couples sans revenir au bilan des puissances. Pour le couple de pertes, suivant les cas de figure et selon la précision souhaitée, on le néglige, on le considère comme constant ou plus souvent comme fonction affine de la vitesse (voir chapitre 2) :

$$(6) \quad \gamma_p = \gamma_f + k \omega$$

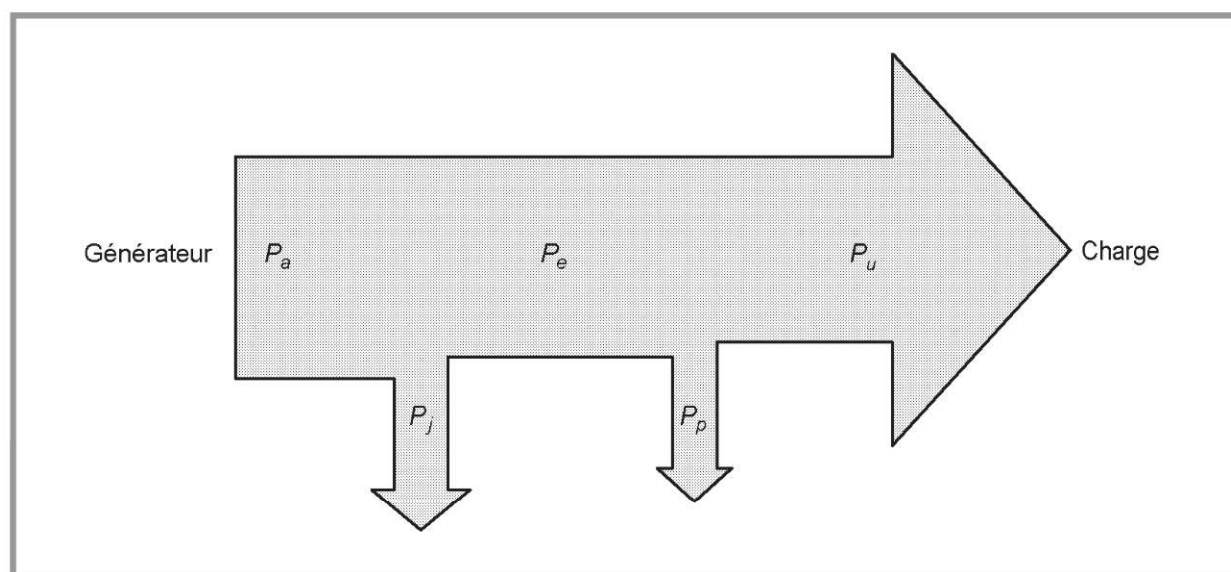


Figure 3.1 – Échanges de puissance dans un moteur à courant continu.

3.1.3 Caractéristiques

Les constructeurs donnent en général des courbes de l'intensité i , de la fréquence de rotation n , de la puissance utile P_u et du rendement η en fonction du couple utile, à tension constante (figure 3.2).

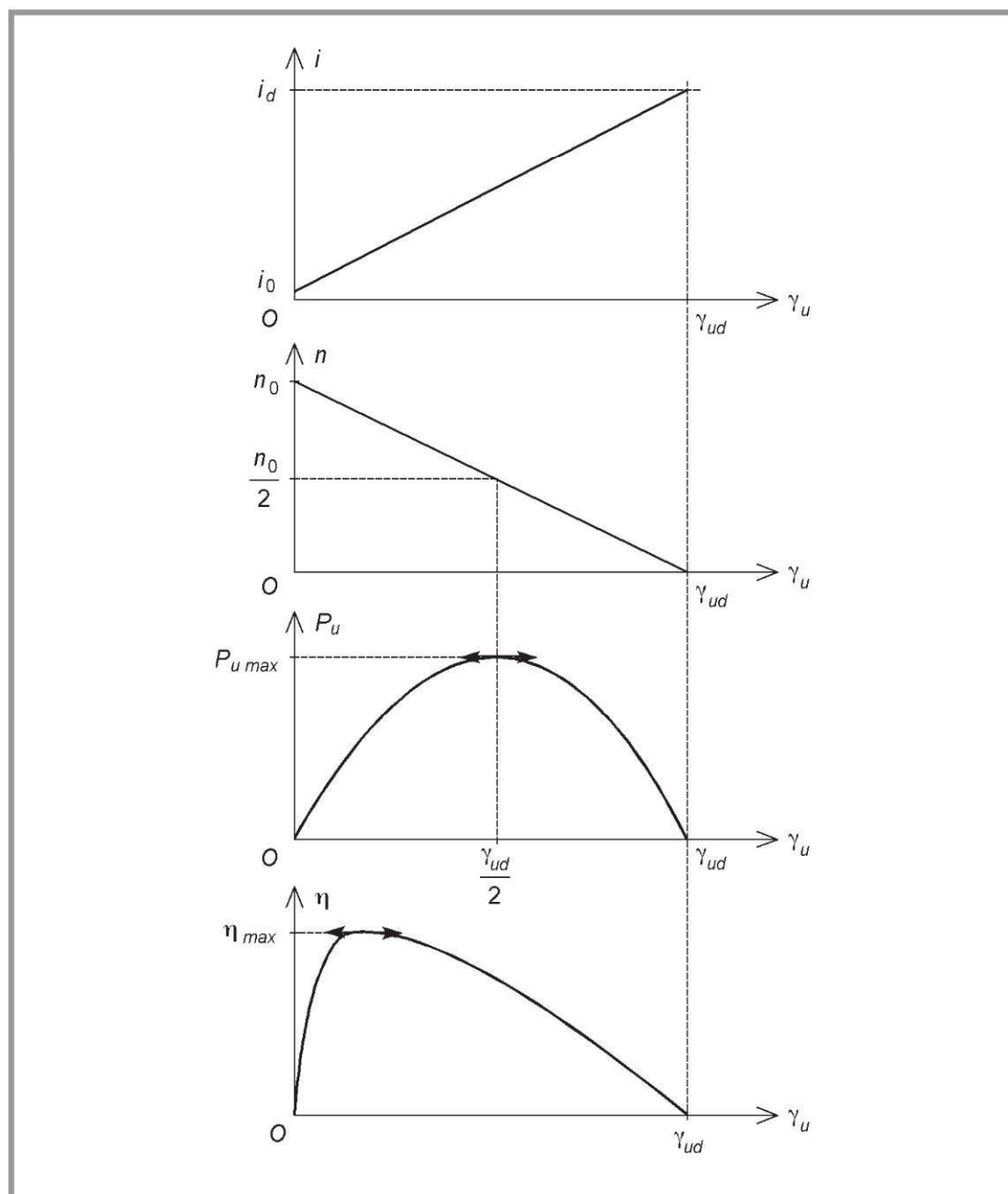


Figure 3.2 – Caractéristiques d'un moteur à courant continu.

Les relations de base permettent de déterminer les équations de ces caractéristiques. En combinant les formules (1), (2), (3) et (4), on peut écrire :

$$u = \lambda \omega + \frac{R \gamma}{\lambda}$$

Après avoir introduit les relations (5) et (6), on arrive à :

$$u = \lambda \omega + \frac{R}{\lambda} (\gamma_u + \gamma_f) + \frac{R k}{\lambda} \omega$$

ce qui conduit à l'expression de la vitesse :

$$\omega = \frac{\frac{\lambda u}{R} - \gamma_f - \gamma_u}{\frac{\lambda^2}{R} + k}$$

À vide ($\gamma_u = 0$), la vitesse vaut :

$$\omega_0 = \frac{\frac{\lambda u}{R} - \gamma_f}{\frac{\lambda^2}{R} + k}$$

Compte tenu de la relative faiblesse du couple de pertes, on peut en général se contenter de l'expression approchée :

$$\omega_0 \approx \frac{u}{\lambda}$$

Au démarrage ($\omega = 0$), le couple utile vaut :

$$\gamma_{ud} = \frac{\lambda u}{R} - \gamma_f$$

La vitesse est une fonction affine du couple utile. Il en est donc de même de la fréquence de rotation. La courbe correspondante est une droite de pente négative. Le courant peut s'exprimer grâce aux relations (2) et (3) :

$$i = \frac{u - \lambda \omega}{R}$$

En remplaçant ω par son expression, on arrive à :

$$i = \frac{\frac{k u}{R} + \frac{\lambda \gamma_f}{R} + \frac{\lambda \gamma_u}{R}}{\frac{\lambda^2}{R} + k}$$

À vide, le courant vaut :

$$i_0 = \frac{\frac{k u}{R} + \frac{\lambda \gamma_f}{R}}{\frac{\lambda^2}{R} + k} :$$

Au démarrage :

$$i_d = \frac{u}{R}$$

Le courant à vide est faible et on peut souvent le négliger. Le courant de démarrage est élevé et conduit à des contraintes importantes sur le moteur et son alimentation. L'intensité maximale utilisable en continu dépend de l'échauffement de la machine. Le courant étant une fonction affine du couple utile, la courbe correspondante est une droite (de pente positive).

La puissance utile s'exprime par :

$$P_u = \gamma_u \omega$$

soit, en remplaçant ω par son expression :

$$P_u = \frac{\left(\frac{\lambda u}{R} - \gamma_f\right) \gamma_u - \gamma_u^2}{\frac{\lambda^2}{R} + k}$$

P_u est une fonction du second degré de γ_u . La courbe correspondante est une parabole dont le maximum correspond à :

$$\frac{dP_u}{d\gamma_u} = 0$$

ce qui donne :

$$\frac{\lambda u}{R} - \gamma_f - 2\gamma_u = 0$$

soit :

$$\gamma_u = \frac{\gamma_{ud}}{2}$$

Du fait de la symétrie de la parabole par rapport à l'axe vertical d'abscisse $\gamma_{ud}/2$, on constate que le maximum est obtenu lorsque la vitesse est égale à la moitié de sa valeur à vide (voir courbes). On en déduit la puissance maximale :

$$P_{u \max} = \frac{\gamma_{ud}}{2} \frac{\omega_0}{2}$$

soit :

$$P_{u \max} = \frac{1}{4} \frac{\left(\frac{\lambda u}{R} - \gamma_f\right)^2}{\frac{\lambda^2}{R} + k}$$

Le rendement est défini par :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{\gamma_u \omega}{u i}$$

ce qui donne :

$$\eta = \frac{\left(\frac{\lambda u}{R} - \gamma_f\right) \gamma_u - \gamma_u^2}{u \left(\frac{k u}{R} + \frac{\lambda \gamma_f}{R} + \frac{\lambda \gamma_u}{R}\right)}$$

La courbe correspondante présente un maximum pour une valeur assez faible du couple utile. On détermine les coordonnées de ce point en dérivant :

$$\frac{d\eta}{d\gamma_u} = 0$$

Le calcul complet est possible, mais il conduit à une expression assez lourde. On peut toutefois obtenir une formule plus simple dans le cas où les frottements visqueux sont négligeables. On pose alors $k = 0$ dans l'expression du rendement :

$$\eta = \frac{\left(\frac{\lambda u}{R} - \gamma_f\right) \gamma_u - \gamma_u^2}{\frac{\lambda u}{R} (\gamma_f + \gamma_u)} = \frac{\gamma_{ud} \gamma_u - \gamma_u^2}{(\gamma_{ud} + \gamma_f)(\gamma_f + \gamma_u)}$$

L'annulation de la dérivée conduit à l'équation :

$$\gamma_u^2 + 2\gamma_f \gamma_u - \gamma_{ud} \gamma_f = 0$$

On ne conserve que la racine positive de ce trinôme :

$$\gamma_u = \sqrt{(\gamma_f + \gamma_{ud})\gamma_f} - \gamma_f$$

La valeur correspondante du rendement est :

$$\eta_{\max} = \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_f}{\gamma_{ud} + \gamma_f}}\right)^2$$

La valeur maximale du rendement dépend donc du quotient du couple de frottement par le couple utile de démarrage. Par exemple, si γ_f vaut 1 % de γ_{ud} , on calcule :

$$\eta_{\max} = \left(1 - \sqrt{\frac{1}{100 + 1}}\right)^2 = 0,81$$

Cette valeur est atteinte pour un couple utile de l'ordre de 10 % du couple de démarrage :

$$\gamma_u = \left(\sqrt{(0,01 + 1) \times 0,01} - 0,01\right) \gamma_{ud} = 0,09 \gamma_{ud}$$

On est loin du point pour lequel la puissance utile est maximale (50 % du couple de démarrage). Dans ce dernier cas, le rendement est nettement inférieur :

$$\eta = \frac{\frac{\gamma_{ud}^2}{2} - \frac{\gamma_{ud}^2}{4}}{(\gamma_{ud} + \gamma_f) \left(\gamma_f + \frac{\gamma_{ud}}{2}\right)}$$

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + 3 \frac{\gamma_f}{\gamma_{ud}} + 2 \frac{\gamma_f^2}{\gamma_{ud}^2}}$$

La valeur obtenue est toujours strictement inférieure à 50 %. Avec le rapport de couples choisi on a :

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + 3 \times 0,01 + 2 \times 0,01^2} = 0,485$$

3.1.4 Influence de la température

Comme le moteur s'échauffe lors de son fonctionnement, il faut prendre les valeurs des différents paramètres à la température atteinte. En pratique, seule la résistance de l'induit varie notablement. Le constructeur précise les données relatives au moteur à une température de référence (en général 22 °C). Connaissant le coefficient de température des métaux utilisés pour les enroulements ($a = 4 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$), on peut facilement procéder à une correction.

En principe, seule la résistance du bobinage est concernée, mais on ne dispose pas de données permettant de séparer cette dernière de la résistance des contacts balais-collecteur. On se contente donc d'appliquer le coefficient correctif à la résistance totale. Ce n'est pas très gênant car la résistance de l'enroulement est le terme prépondérant. Enfin, au lieu de se ramener à la résistance à 0 °C, on utilise une formule approchée faisant directement intervenir la résistance R_{22} à 22 °C :

$$R \approx R_{22}(1 + \alpha \Delta\theta)$$

$\Delta\theta$ étant l'écart de température par rapport à 22 °C. Ces différentes approximations n'ont que peu de conséquences car la résistance est donnée par le constructeur avec une tolérance de l'ordre de 10 %.

L'augmentation de la résistance provoquée par l'échauffement du moteur entraîne une diminution du courant de démarrage et donc du couple de démarrage. Numériquement, on constate qu'un écart de température de 25 °C conduit à une variation de résistance de 10 % ($\alpha \Delta\theta = 4 \times 10^{-3} \times 25 = 0,1$), donc à une diminution de couple de l'ordre de 10 %, ce qui n'est pas tout à fait négligeable. Par ailleurs, il faut noter qu'on ne doit pas prendre en compte la température maximale dans tous les calculs : le cas le plus défavorable pour le dimensionnement est parfois la température minimale. C'est par exemple ce qui se passe pour le courant maximal que doit pouvoir délivrer l'alimentation du moteur : il s'agit du courant de démarrage à froid :

$$i_{d \max} = \frac{u}{R_{\min}}$$

3.2 Régimes transitoires pour un moteur pouvant être considéré comme un système du premier ordre

Dans de nombreux cas, les régimes mécaniques variables des moteurs à courant continu peuvent être assimilés à des phénomènes du premier ordre. Cela vient du fait que l'effet de l'inductance correspond à des variations beaucoup plus rapides que celles qui sont dues à l'inertie du rotor et de la charge éventuelle. À l'échelle des temps utilisée pour l'étude des phénomènes mécaniques (démarrage, accélération, changement de charge...), le rôle de l'inductance est négligeable.

3.2.1 Démarrage sous tension constante

On applique une tension constante U_0 à un moteur à l'arrêt. L'effet de l'inductance est négligeable (les conditions de validité de cette approximation seront étudiées au paragraphe suivant). On considère tout d'abord que le moteur est à vide et que les seules pertes sont dues à l'effet Joule (pertes mécaniques et ferromagnétiques négligeables). Dans ces conditions, il n'y a aucun couple résistant et le moment d'inertie est uniquement celui du rotor de la machine, J_m .

Les quatre équations de base sont :

$$\gamma = \lambda i$$

$$e' = \lambda \omega$$

$$u = e' + Ri$$

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \gamma$$

La grandeur qui intéresse principalement l'utilisateur est la vitesse de rotation. Il faut donc éliminer les autres fonctions inconnues i , e' et γ . On peut ainsi écrire successivement :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \lambda i$$

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \lambda \frac{u - e'}{R}$$

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \lambda \frac{u - \lambda \omega}{R}$$

On obtient ainsi une équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda^2}{RJ_m} \omega = \frac{\lambda u}{RJ_m}$$

Pour le fonctionnement étudié, le second membre est constant :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda^2}{RJ_m} \omega = \frac{\lambda U_0}{RJ_m}$$

La solution est alors exponentielle. La valeur initiale est nulle car il ne peut pas exister de discontinuité de vitesse à cause de l'inertie du rotor. Le régime permanent (asymptote) correspond à :

$$\omega_\infty = \frac{U_0}{\lambda}$$

L'expression de la vitesse de rotation en fonction du temps est donc :

$$\omega = \omega_\infty \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right)$$

en posant :

$$\tau_m = \frac{RJ_m}{\lambda^2}$$

τ_m est la constante de temps électromécanique du moteur. On peut tracer la courbe représentant ω en fonction du temps (*figure 3.3*). Le régime permanent est atteint à 5 % près au bout de $3\tau_m$ et à mieux que 1 % près au bout de $5\tau_m$. La tangente au point de départ coupe l'asymptote à l'instant τ_m . On constate que le moteur doit avoir une faible constante de temps électromécanique si on veut le faire démarrer rapidement. Il en résulte que le moment d'inertie du rotor doit être faible. La technologie particulière des petits moteurs à courant continu prend essentiellement en compte ce souhait de minimisation de J_m . Le dimensionnement correct

du moteur et de son alimentation nécessite également la connaissance du courant dans l'induit. On l'obtient en écrivant :

$$i = \frac{J_m}{\lambda} \frac{d\omega}{dt}$$

soit :

$$i = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau_m}}$$

On peut tracer la courbe (figure 3.3). On remarque la présence d'une forte surintensité à l'instant d'application de la tension : le moteur étant alors encore à l'arrêt, la force contre électromotrice est nulle et l'intensité n'est limitée que par

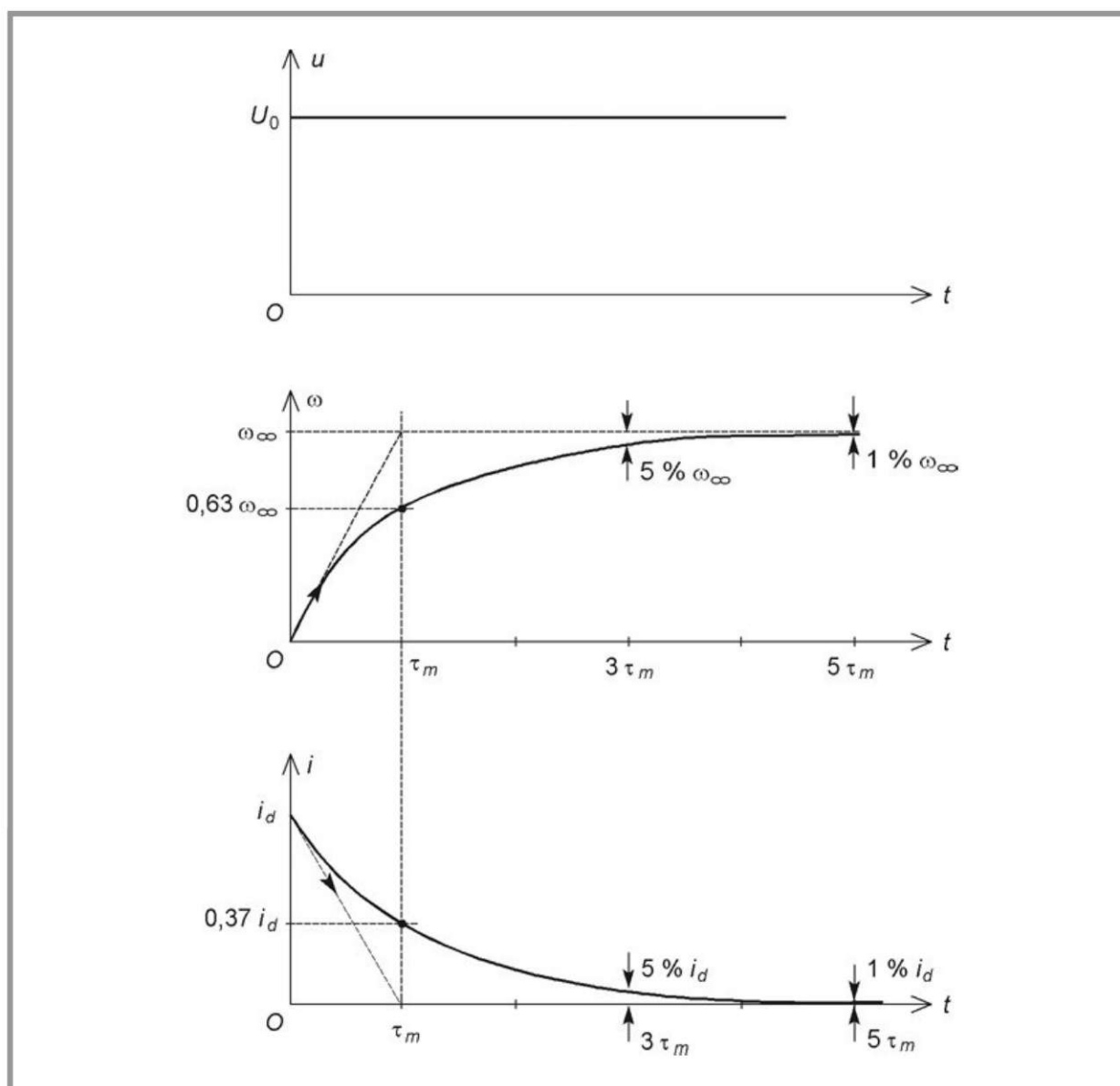


Figure 3.3 – Évolution de la vitesse et du courant en fonction du temps lors d'un démarrage à tension constante.

la résistance de l'induit. Cette valeur est appelée courant de démarrage :

$$i_d = \frac{U_0}{R}$$

Cette surintensité entraîne des contraintes sévères sur le moteur et son alimentation. C'est ce qui explique que les machines de puissance importante ne peuvent pas être alimentées sous tension nominale lors d'un démarrage. Il faut alors procéder à tension variable. Les petits moteurs d'asservissements supportent par contre en général cette surintensité. L'alimentation doit également fournir une pointe de courant et son dimensionnement doit en tenir compte. On peut calculer l'énergie perdue par effet Joule dans l'induit lors d'un démarrage sous tension constante :

$$W_j = \int_0^{+\infty} R i^2 dt$$

soit :

$$W_j = R \int_0^{+\infty} i_d^2 e^{-\frac{2t}{\tau_m}} dt$$

On obtient ainsi :

$$W_j = \frac{1}{2} R i_d^2 \tau_m$$

On peut également étudier l'évolution de la position angulaire θ du rotor :

$$\theta = \int_0^t \omega dt$$

En choisissant la position initiale comme origine des angles, on a :

$$\theta = \omega_\infty \left[t - \tau_m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right) \right]$$

Au bout de quelques constantes de temps, la variation de la position devient linéaire, avec une pente ω (figure 3.4).

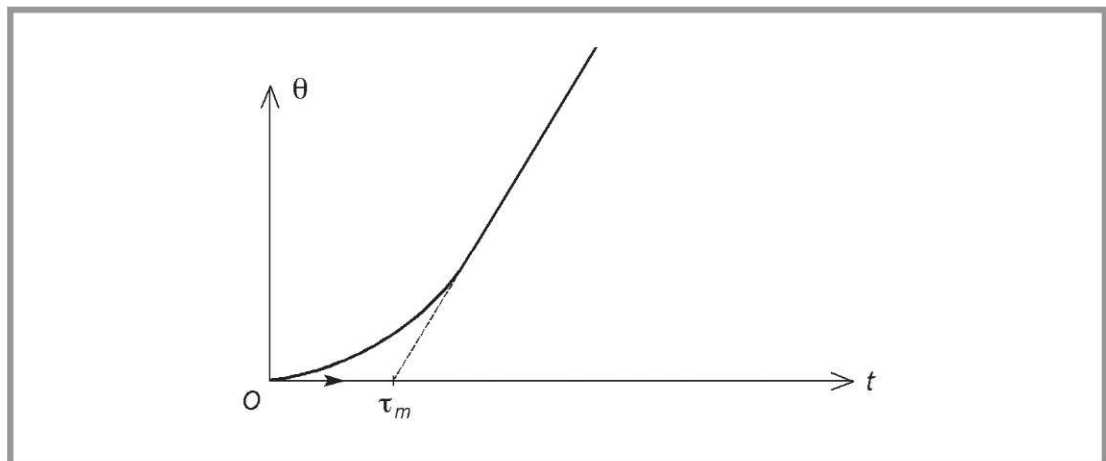


Figure 3.4 – Évolution de la position en fonction du temps.

Jusqu'à présent, on a négligé les pertes mécaniques et ferromagnétiques. Si l'on ne fait pas cette approximation, l'équation traduisant le principe fondamental de la

dynamique est modifiée :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \gamma - \gamma_f - k\omega$$

On obtient toujours une équation différentielle du premier ordre pour la vitesse de rotation :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{J_m} \left(\frac{\lambda^2}{R} + k \right) \omega = \frac{1}{J_m} \left(\frac{\lambda U_0}{R} - \gamma_f \right)$$

L'ordonnée de l'asymptote est modifiée :

$$\omega_\infty = \frac{\lambda U_0 - R \gamma_f}{\lambda^2 + kR}$$

Quant à la constante de temps, elle devient :

$$\tau_m = \frac{R J_m}{\lambda^2 + kR}$$

Les modifications apportées sont minimales compte tenu de l'ordre de grandeur des différents paramètres : k est petit devant λ^2/R et γ_f est faible par rapport à $\lambda U_0/R$. L'erreur commise en négligeant les pertes autres que l'effet Joule ne dépasse pas en général quelques pour cent, ce qui n'est pas significatif car les paramètres du moteur ($R, \lambda, \dots$) sont soumis à une certaine dispersion.

Par ailleurs, si le générateur alimentant le moteur n'est pas une source de tension, les résultats sont un peu modifiés. La tension u n'est plus imposée : elle dépend du courant i débité. Pour un générateur de force électromotrice e et de résistance interne r , l'équation électrique devient :

$$e - ri = e' + Ri$$

Tout se passe comme si on remplaçait dans les équations précédentes u par e et R par $R + r$. Ainsi, pour un échelon de force électromotrice de hauteur U_0 (ce qui correspond à une tension inchangée pour le générateur à vide), la vitesse en régime permanent est identique (à condition de négliger les pertes autres que l'effet Joule), mais la constante de temps est augmentée :

$$\tau_m = \frac{(R + r) J_m}{\lambda^2}$$

Pour pouvoir considérer que le moteur est alimenté en tension, il faut que r soit très faible devant R , ce qui n'est pas toujours possible à réaliser compte tenu de l'ordre de grandeur des résistances d'induit.

On peut également faire démarrer un moteur en charge. L'équation mécanique est alors modifiée. La machine entraînée présente un moment d'inertie J_c qui s'ajoute à celui du rotor du moteur. Le moment d'inertie J de l'ensemble des pièces tournantes est alors :

$$J = J_m + J_c$$

La charge oppose également un couple résistant qui dépend en général de la vitesse. Le problème est que la loi de variation est souvent assez compliquée. L'étude

du comportement du dispositif ne peut se faire facilement que pour quelques cas particuliers. Par exemple, si le couple de charge γ_c est constant, on obtient :

$$J \frac{d\omega}{dt} = \gamma - \gamma_c$$

L'équation différentielle devient :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda^2}{RJ} \omega = \frac{1}{J} \left(\frac{\lambda U_0}{R} - \gamma_c \right)$$

On constate que la vitesse en régime permanent est inférieure à sa valeur à vide et que le régime transitoire est plus long (constante de temps supérieure) :

$$\omega'_\infty = \frac{\lambda U_0 - R \gamma_c}{\lambda^2} = \omega_\infty - \frac{R \gamma_c}{\lambda^2}$$

$$\tau'_m = \frac{R (J_m + J_c)}{\lambda^2}$$

La charge peut également opposer un couple proportionnel à la vitesse (frottements visqueux). Si k_c est le coefficient de proportionnalité, on obtient :

$$\omega'_\infty = \frac{\lambda U_0 - R \gamma_c}{\lambda^2 + k_c R}$$

$$\tau'_m = \frac{R (J_m + J_c)}{\lambda^2 + k_c R}$$

Enfin, si les pertes mécaniques et ferromagnétiques du moteur ne sont pas négligeables, il suffit d'ajouter les couples constants ($\gamma_c + \gamma_f$) ainsi que les coefficients de proportionnalité à la vitesse ($k + k_c$).

3.2.2 Démarrage à courant constant

Au lieu d'utiliser une source de tension pour alimenter le moteur, on peut choisir une source de courant. Si l'intensité imposée est I_0 , on a :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \lambda I_0$$

La vitesse varie donc linéairement (*figure 3.5*) :

$$\omega = \frac{\lambda I_0}{J_m} t$$

On constate que l'alimentation en courant constant ne peut pas être maintenue en permanence puisque la vitesse croît indéfiniment. À l'instant t_1 où le rotor atteint la vitesse de rotation ω_1 désirée, il faut revenir à une alimentation en tension. Le générateur doit donc pouvoir fonctionner soit en source de courant, soit en source de tension. Sa caractéristique est rectangulaire (*figure 3.6*). Malgré cette alimentation un peu plus complexe que la simple source de tension, le démarrage à courant constant présente des avantages. En utilisant le même courant maximal i_d pour atteindre la même vitesse de rotation qu'avec l'alimentation à tension constante, le

régime transitoire est nettement plus rapide. En effet, l'instant t_1 pour lequel la vitesse souhaitée est atteinte s'exprime par :

$$t_1 = \frac{J_m \omega_\infty}{\lambda I_0} = \frac{J_m \frac{U_0}{\lambda}}{\lambda \frac{U_0}{R}}$$

soit :

$$t_1 = \frac{R J_m}{\lambda^2} = \tau_m$$

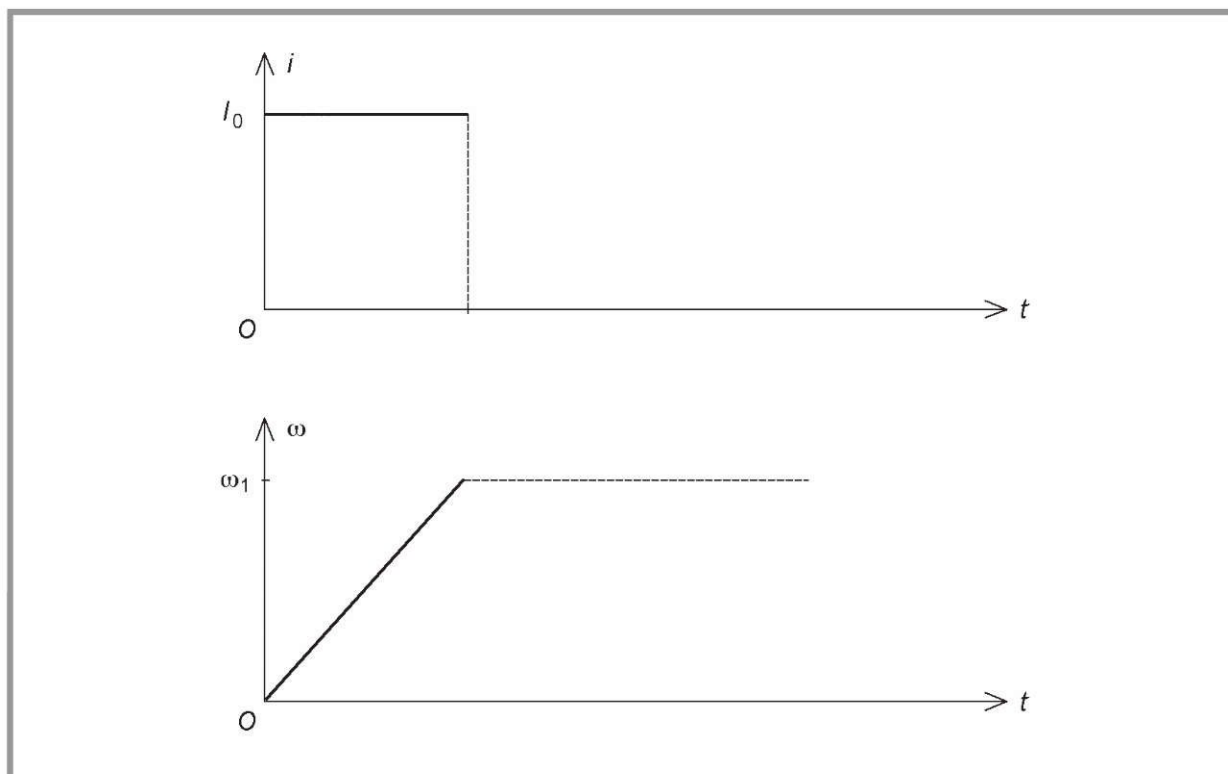


Figure 3.5 – Vitesse de rotation en fonction du temps lors d'un démarrage à courant constant.

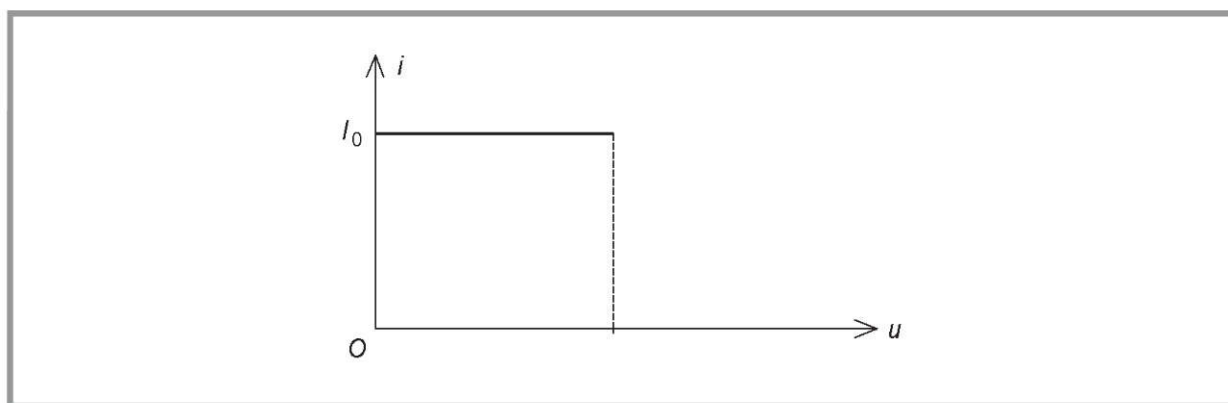


Figure 3.6 – Caractéristique rectangulaire d'une alimentation.

Avec ce mode de fonctionnement, la vitesse désirée est obtenue exactement au bout d'une constante de temps électromécanique alors qu'avec l'alimentation en tension, cette même vitesse n'est atteinte à 1 % près qu'au bout de $5\tau_m$. Les contraintes électriques pour l'alimentation et le moteur sont identiques pour le courant de pic, mais supérieures en ce qui concerne l'énergie dissipée par effet Joule qui est doublée pour l'induit :

$$W_j = \int_0^{\tau_m} R i_d^2 dt$$

$$W_j = R i_d^2 \tau_m$$

Par ailleurs, la limitation de tension de l'alimentation doit permettre d'atteindre une tension maximale égale à :

$$U_{\max} = \lambda \omega_{\infty} + R i_d = 2U_0$$

3.2.3 Ralentissement

Le moteur étant en rotation à une vitesse ω_0 , on ouvre le circuit d'induit. Le courant étant nul, le couple moteur l'est aussi. Si la machine est à vide, ce sont les pertes mécaniques et ferromagnétiques qui produisent le ralentissement. Il est donc impossible de les négliger ici : ce sont les seuls termes présents dans le bilan des couples. Le principe fondamental de la dynamique donne :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = -\gamma_f - k \omega$$

d'où l'équation différentielle :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{k}{J_m} \omega = -\frac{\gamma_f}{J_m}$$

La valeur initiale de la vitesse est ω_0 (pas de discontinuité). L'ordonnée de l'asymptote représente un régime permanent qui n'est pas atteint car le moteur s'arrête dès que la vitesse est nulle :

$$\omega_{\infty} = -\frac{\gamma_f}{k}$$

La constante de temps est :

$$\tau = \frac{J_m}{k}$$

Elle est appelée constante de temps mécanique. Il ne faut pas la confondre avec la constante de temps électromécanique τ_m à laquelle on attribue parfois le même nom. La solution s'écrit :

$$\omega = \left(\omega_0 + \frac{\gamma_f}{k} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{\gamma_f}{k}$$

La courbe représentant cette fonction est encore une exponentielle (*figure 3.7*). Le moteur s'arrête à l'instant t_0 pour lequel :

$$0 = \left(\omega_0 + \frac{\gamma_f}{k} \right) e^{-\frac{t_0}{\tau}} - \frac{\gamma_f}{k}$$

soit :

$$t_0 = \tau \ln \frac{k \omega_0 + \gamma_f}{\gamma_f}$$

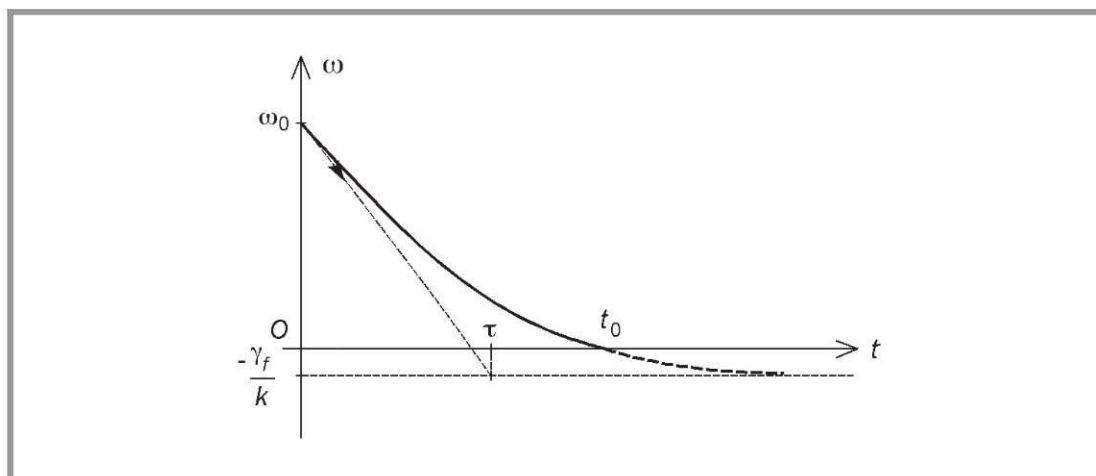


Figure 3.7 – Vitesse de rotation en fonction du temps lors d'un ralentissement.

3.2.4 Changement de charge

Le moteur tournant à vide à une vitesse ω , on le charge brusquement avec un couple Γ_0 indépendant de la vitesse de rotation. Les pertes mécaniques et ferro-magnétiques sont négligeables et on appelle J le moment d'inertie de l'ensemble des pièces tournantes (rotor et charge). Les quatre équations de base s'écrivent :

$$\gamma = \lambda i$$

$$e' = \lambda \omega$$

$$u = e' + R i$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = \gamma - \gamma_r$$

La tension d'alimentation étant une constante U_0 et le couple résistant étant égal à Γ_0 pour $t > 0$, on en déduit :

$$J \frac{d\omega}{dt} = \lambda i - \Gamma_0$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = \lambda \frac{U_0 - \lambda \omega}{R} - \Gamma_0$$

On obtient ainsi une équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda^2}{RJ} \omega = \frac{\lambda U_0}{RJ} - \frac{\Gamma_0}{J}$$

La constante de temps est la même que pour le démarrage :

$$\tau_m = \frac{RJ}{\lambda^2}$$

La vitesse initiale est ω_0 (absence de discontinuité) et le régime permanent correspond à :

$$\omega_{\infty} = \frac{U_0}{\lambda} - \frac{R\Gamma_0}{\lambda^2}$$

On peut alors donner l'expression de la solution :

$$\omega = (\omega_0 - \omega_{\infty}) e^{-\frac{t}{\tau}} + \omega_{\infty}$$

On a tracé l'allure de la courbe de la vitesse ω ainsi que celle de l'intensité i en fonction du temps (*figure 3.8*). Cette dernière est une exponentielle de même constante de temps puisque :

$$i = \frac{U_0 - \lambda \omega}{R}$$

$$i = \frac{\Gamma_0}{\lambda} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

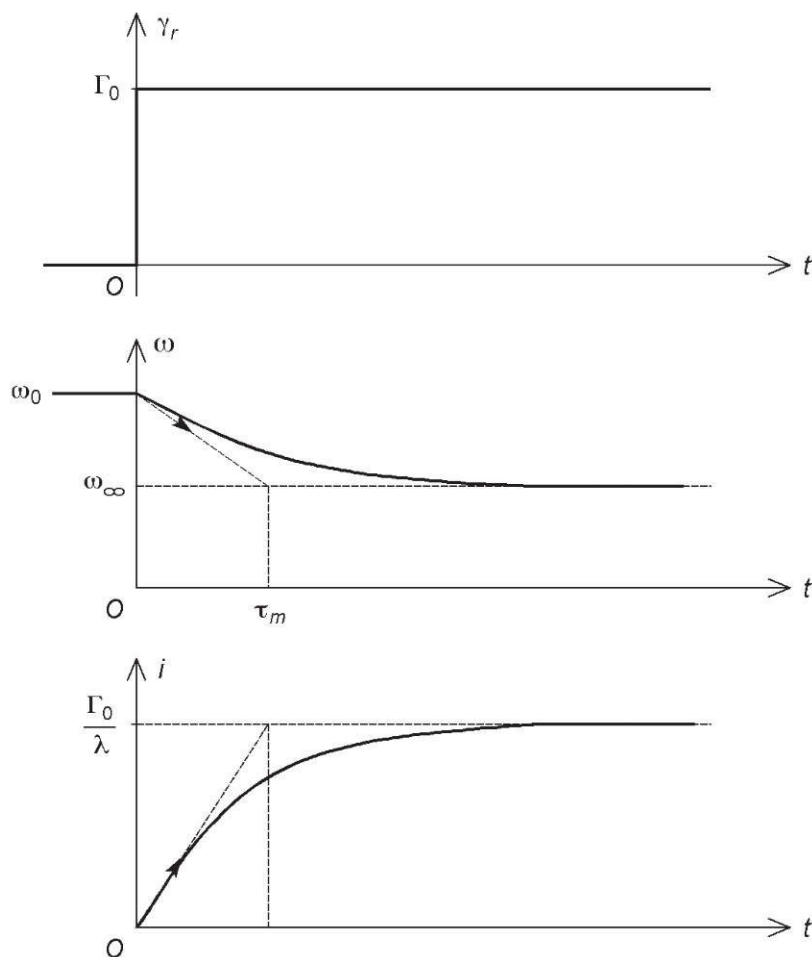


Figure 3.8 – Vitesse de rotation et courant en fonction du temps lors d'un échelon de couple.

3.2.5 Transmittances

Dans l'étude des asservissements, on utilise essentiellement les transmittances de Laplace des différents éléments du système. Il faut donc définir les transmittances du moteur à courant continu qui est très employé dans les servomécanismes. Pour cela, on applique la transformation de Laplace aux équations de base. Si le moteur est à vide et qu'on néglige les pertes autres que l'effet Joule, on a :

$$\tilde{\Gamma} = \lambda \tilde{I}$$

$$\tilde{E}' = \lambda \tilde{\Omega}$$

$$\tilde{U} = \tilde{E}' + R \tilde{I}$$

$$J_m s \tilde{\Omega} = \tilde{\Gamma}$$

On peut représenter ces équations par un schéma-bloc (figure 3.9).

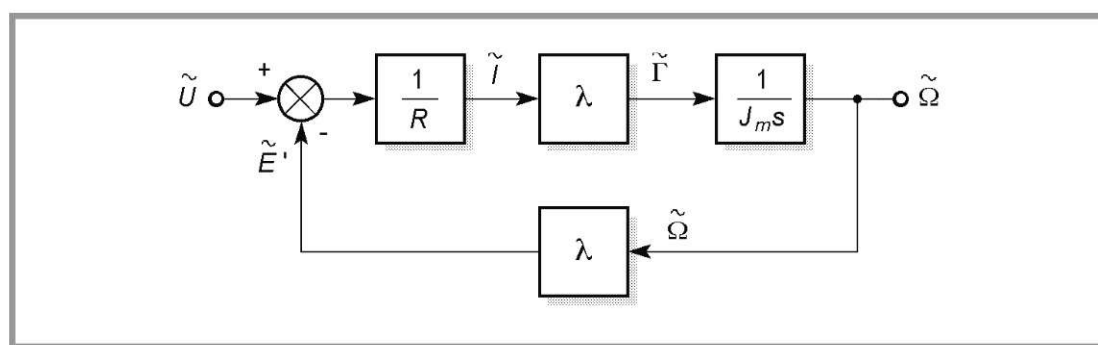


Figure 3.9 – Schéma-bloc du moteur à courant continu à vide.

En appliquant la formule donnant la transmittance d'un système bouclé, on obtient :

$$\tilde{H}_m = \frac{\tilde{\Omega}}{\tilde{U}} = \frac{\frac{\lambda}{R J_m s}}{1 + \frac{\lambda^2}{R J_m s}}$$

soit :

$$\tilde{H}_m = \frac{\frac{1}{\lambda}}{1 + \frac{R J_m}{\lambda^2} s}$$

Cette transmittance est celle d'un système fondamental du premier ordre. On peut mettre le résultat sous la forme canonique :

$$\tilde{H}_m = \frac{H_{m0}}{1 + \tau_m s}$$

On y reconnaît la constante de temps mécanique déjà définie. La transmittance statique est :

$$H_{m0} = \frac{1}{\lambda}$$

Quand on s'intéresse à la position angulaire, on utilise une autre fonction de transfert :

$$\tilde{H}'_m = \frac{\tilde{\Theta}}{\tilde{U}}$$

Comme ω est la dérivée de θ , on a pour les transformées de Laplace :

$$\tilde{\Omega} = s \tilde{\Theta}$$

ce qui permet d'écrire :

$$\tilde{H}'_m = \frac{H_{m0}}{s(1 + \tau_m s)}$$

Lorsque le moteur est chargé par un couple résistant indépendant de la vitesse, l'équation mécanique devient :

$$J s \tilde{\Omega} = \tilde{\Gamma} - \tilde{\Gamma}_r$$

J est le moment d'inertie de l'ensemble des parties tournantes. On peut tracer le schéma-bloc correspondant (figure 3.10).

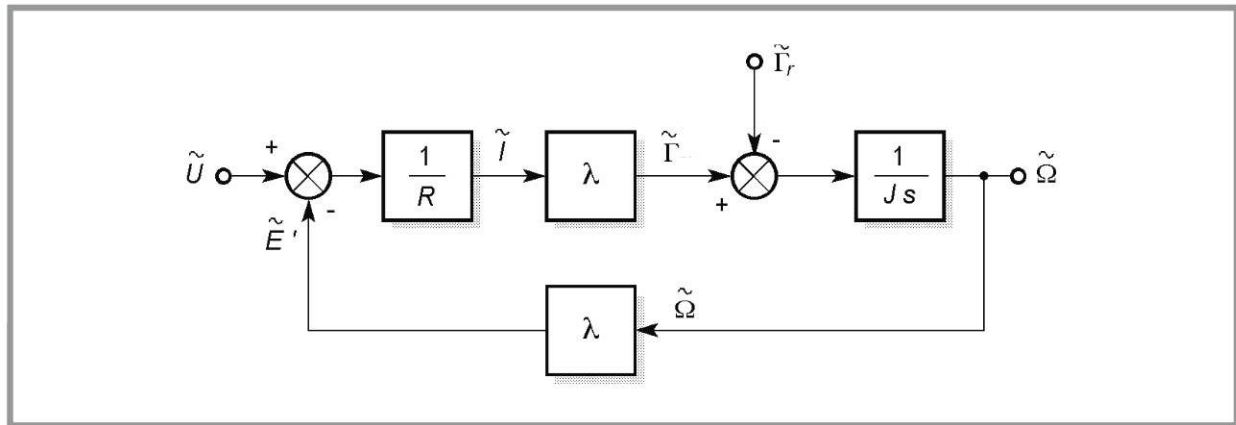


Figure 3.10 – Schéma-bloc du moteur à courant continu en charge.

Le système possède une entrée principale U et une entrée de perturbation Γ_r . On définit deux transmittances :

$$\tilde{H}_{m1} = \frac{\tilde{\Omega}}{\tilde{U}} \quad \text{pour} \quad \tilde{\Gamma}_r = 0$$

$$\tilde{H}_{m2} = \frac{\tilde{\Omega}}{\tilde{\Gamma}_r} \quad \text{pour} \quad \tilde{U} = 0$$

Le calcul de la première transmittance est identique au précédent (J remplaçant J_m) :

$$\tilde{H}_{m1} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{1 + \frac{RJ}{\lambda^2} s}$$

Pour la seconde transmittance, on peut modifier le schéma-bloc (figure 3.11). On obtient, en appliquant la formule des systèmes bouclés :

$$\tilde{H}_{m2} = -\frac{\frac{R}{\lambda^2}}{1 + \frac{RJ}{\lambda^2}s}$$

Lors du fonctionnement du moteur, les deux entrées agissent simultanément et on peut écrire :

$$\tilde{\Omega} = \tilde{H}_{m1} \tilde{U} + \tilde{H}_{m2} \tilde{\Gamma}_r$$

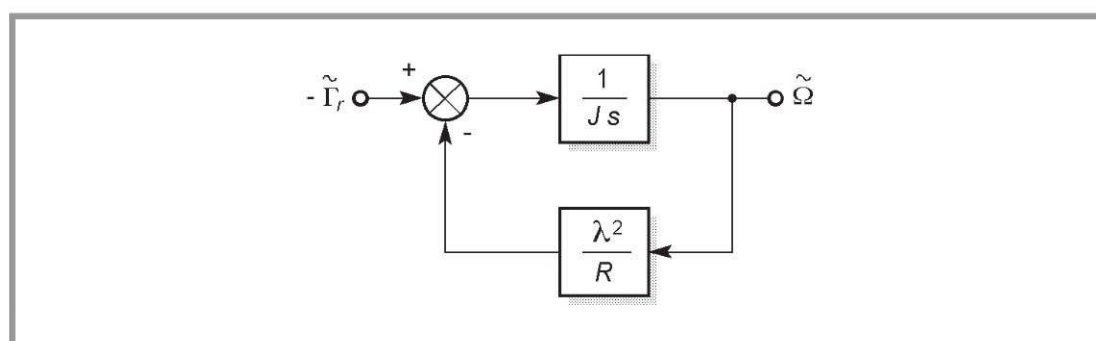


Figure 3.11 – Schéma-bloc pour le calcul de la transmittance relative à l'entrée de perturbation.

3.3 Régimes transitoires pour un moteur pouvant être considéré comme un système du deuxième ordre

L'effet de l'inductance n'est pas toujours négligeable. En effet, comme on recherche en général des régimes transitoires mécaniques très rapides, les phénomènes dus à l'inertie du rotor interviennent parfois dans les mêmes domaines du temps que les régimes transitoires électriques. Le moteur à courant continu devient alors un système du second ordre.

3.3.1 Mise sous tension à rotor bloqué

Pour étudier le régime transitoire électrique seul, on bloque le rotor. Du fait de l'inductance de l'induit, le courant augmente progressivement. Comme la vitesse de rotation est nulle, il n'y a pas de force contre-électromotrice et la loi des mailles s'écrit :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt}$$

Si l'on applique une tension constante U_0 à l'instant choisi comme origine des temps (échelon de tension), l'équation différentielle a un second membre constant :

$$\frac{di}{dt} + Ri = \frac{U_0}{L}$$

La solution est exponentielle. La valeur initiale de l'intensité est nulle (pas de discontinuité à cause de l'inductance) et le régime permanent correspond à :

$$i_\infty = \frac{U_0}{R} = i_d$$

La constante de temps électrique est définie par :

$$\tau_e = \frac{L}{R}$$

On peut ainsi écrire la solution :

$$i = i_d \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_e}} \right)$$

On peut alors tracer la courbe représentative de cette fonction (*figure 3.12*). Le régime permanent est atteint à 5 % près au bout de $3\tau_e$ et à mieux que 1 % près au bout de $5\tau_e$.

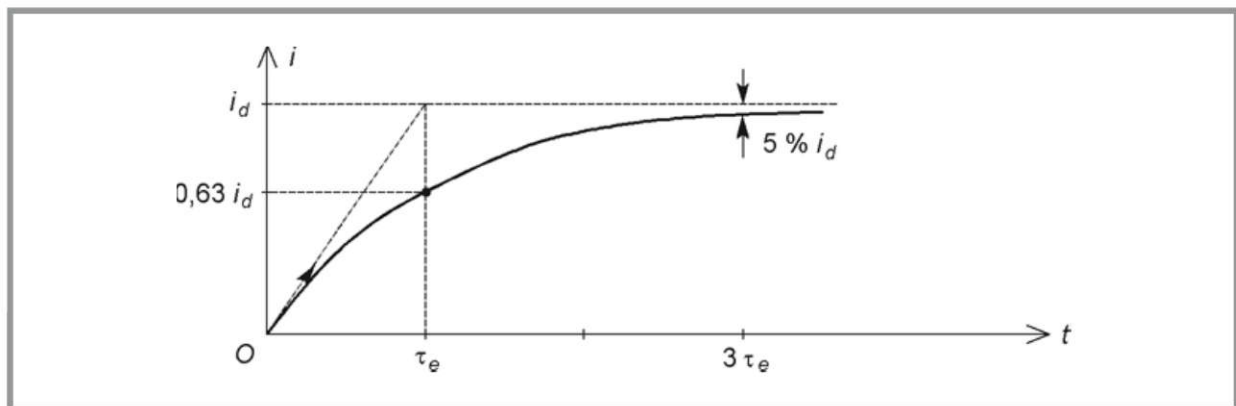


Figure 3.12 – Évolution du courant à la mise sous tension (rotor bloqué).

3.3.2 Démarrage sous tension constante

On reprend l'étude menée au paragraphe précédent, mais sans négliger l'effet de l'inductance. On applique une tension constante U_0 à un moteur à l'arrêt. On considère tout d'abord que ce moteur est à vide et que les pertes mécaniques et ferromagnétiques sont négligeables. Les quatre équations de base sont alors :

$$\gamma = \lambda i$$

$$e' = \lambda \omega$$

$$u = e' + Ri + L \frac{di}{dt}$$

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \gamma$$

On s'intéresse en priorité à la vitesse de rotation. En éliminant les autres inconnues, on arrive à :

$$u = \lambda \omega + \frac{RJ_m}{\lambda} \frac{d\omega}{dt} + \frac{LJ_m}{\lambda} \frac{d^2\omega}{dt^2}$$

On obtient ainsi une équation différentielle linéaire du deuxième ordre :

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda^2}{RJ_m} \omega = \frac{U_0}{LJ_m}$$

Il est intéressant d'introduire comme paramètres les constantes de temps. Par ailleurs, le régime permanent n'est pas modifié :

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{1}{\tau_e} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{\tau_e \tau_m} \omega = \frac{\omega_\infty}{\tau_e \tau_m}$$

L'équation caractéristique est :

$$r^2 + \frac{1}{\tau_e} r + \frac{1}{\tau_e \tau_m} = 0$$

Son discriminant s'écrit :

$$\Delta = \frac{1}{\tau_e^2} - \frac{4}{\tau_e \tau_m} = \frac{1}{\tau_e} \left(\frac{1}{\tau_e} - \frac{4}{\tau_m} \right)$$

Trois cas sont à distinguer suivant le signe de Δ :

Premier cas : $\Delta > 0$, $4\tau_e < \tau_m$

L'équation caractéristique a deux solutions réelles :

$$r_1 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\tau_e} - \sqrt{\frac{1}{\tau_e^2} - \frac{4}{\tau_e \tau_m}} \right)$$

$$r_2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\tau_e} + \sqrt{\frac{1}{\tau_e^2} - \frac{4}{\tau_e \tau_m}} \right)$$

Ces deux nombres étant négatifs, on peut poser :

$$r_1 = -\frac{1}{\tau_1}$$

$$r_2 = -\frac{1}{\tau_2}$$

La solution générale de l'équation sans second membre s'écrit :

$$\omega_1 = A e^{-\frac{t}{\tau_1}} + B e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

Par ailleurs, une solution particulière est :

$$\omega_2 = \omega_\infty$$

On obtient la solution complète en faisant la somme des deux résultats précédents :

$$\omega = A e^{-\frac{t}{\tau_1}} + B e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \omega_\infty$$

Il reste à déterminer les deux constantes d'intégration A et B . La valeur initiale de la vitesse est nulle car il ne peut pas exister de discontinuité sur cette grandeur en raison de l'inertie du rotor. La valeur initiale de la dérivée de la vitesse est également nulle car elle est proportionnelle au courant qui ne peut pas subir de discontinuité à cause de l'inductance de l'induit. On dispose donc de deux équations :

$$\begin{aligned} A + B + \omega_{\infty} &= 0 \\ -\frac{A}{\tau_1} - \frac{B}{\tau_2} &= 0 \end{aligned}$$

La résolution du système conduit à :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1} \omega_{\infty} \\ B &= -\frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \omega_{\infty} \end{aligned}$$

On peut alors écrire la solution :

$$\omega = \omega_{\infty} \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

La montée se fait régulièrement, sans oscillation (*figure 3.13*). On qualifie ce fonctionnement de régime apériodique.

Deuxième cas : $\Delta = 0$, $4\tau_e = \tau_m$

L'équation caractéristique a une solution double :

$$r_0 = -\frac{1}{2\tau_e}$$

La solution générale de l'équation sans second membre est :

$$\omega_1 = (A + Bt) e^{-\frac{t}{2\tau_e}}$$

En ajoutant une solution particulière (inchangée), on obtient :

$$\omega = (A + Bt) e^{-\frac{t}{2\tau_e}} + \omega_{\infty}$$

Les constantes A et B sont fixées par les conditions initiales (également inchangées) :

$$\begin{aligned} A + \omega_{\infty} &= 0 \\ -\frac{A}{2\tau_e} + B &= 0 \end{aligned}$$

On obtient ainsi :

$$A = -\omega_{\infty} \quad \text{et} \quad B = -\frac{\omega_{\infty}}{2\tau_e}$$

La solution est donc :

$$\omega = \omega_{\infty} \left[1 - \left(1 + \frac{t}{2\tau_e} \right) e^{-\frac{t}{2\tau_e}} \right]$$

Ce cas limite est appelé régime critique.

Troisième cas : $\Delta < 0$, $4\tau_e > \tau_m$

L'équation caractéristique a deux solutions complexes conjuguées :

$$r_1 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\tau_e} - j \sqrt{\frac{4}{\tau_e \tau_m} - \frac{1}{\tau_e^2}} \right)$$

$$r_2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\tau_e} + j \sqrt{\frac{4}{\tau_e \tau_m} - \frac{1}{\tau_e^2}} \right)$$

On pose :

$$\alpha = \frac{1}{2\tau_e}$$

$$\Omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4}{\tau_e \tau_m} - \frac{1}{\tau_e^2}}$$

α est le coefficient d'amortissement et Ω la pseudo-pulsation. La solution générale de l'équation sans second membre est :

$$\omega_1 = e^{-\alpha t} [C \cos(\Omega t) + D \sin(\Omega t)]$$

C et D sont deux constantes liées à A et B . Il est toutefois inutile de préciser la relation puisque A et B ne sont pas connues pour l'instant. La solution complète s'obtient en ajoutant encore la même solution particulière :

$$\omega = e^{-\alpha t} [C \cos(\Omega t) + D \sin(\Omega t)] + \omega_\infty$$

Les conditions initiales sont toujours les mêmes. Elles permettent de déterminer les constantes C et D :

$$C + \omega_\infty = 0$$

$$-\alpha C + D \Omega = 0$$

ce qui donne :

$$C = -\omega_\infty$$

$$D = -\frac{\alpha}{\Omega} \omega_\infty$$

On peut alors écrire la solution sous la forme :

$$\omega = \omega_\infty \left\{ 1 - e^{-\alpha t} \left[\cos(\Omega t) + \frac{\alpha}{\Omega} \sin(\Omega t) \right] \right\}$$

La réponse présente cette fois des oscillations autour de la valeur finale (*figure 3.13*). Ce fonctionnement est appelé régime oscillant amorti.

De manière générale, on peut écrire une équation différentielle linéaire du second ordre sous la forme :

$$\frac{d^2 \omega}{dt^2} + 2m \Omega_0 \frac{d\omega}{dt} + \Omega_0^2 \omega = \Omega_0^2 \omega_\infty$$

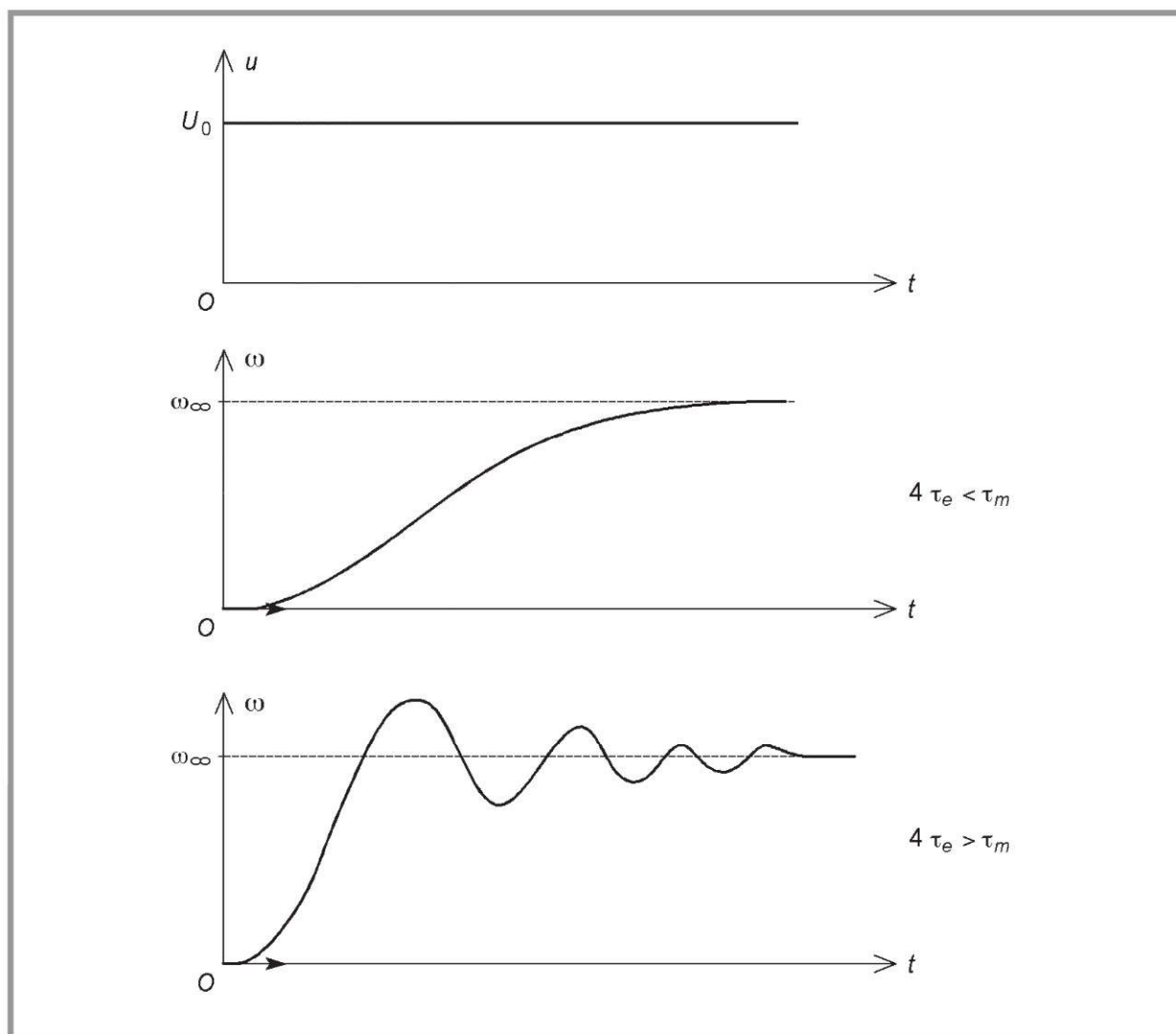


Figure 3.13 – Évolution de la vitesse au démarrage suivant la valeur des constantes de temps.

Ω_0 est la pulsation propre et m le coefficient d'amortissement réduit. Ces deux paramètres s'expriment ici par :

$$\Omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau_e \tau_m}}$$

$$m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_e}}$$

La discussion sur la forme de la réponse se fait sur la valeur de m (figure 3.14). Le régime critique correspond à $m = 1$ et les oscillations apparaissent lorsque $m < 1$.

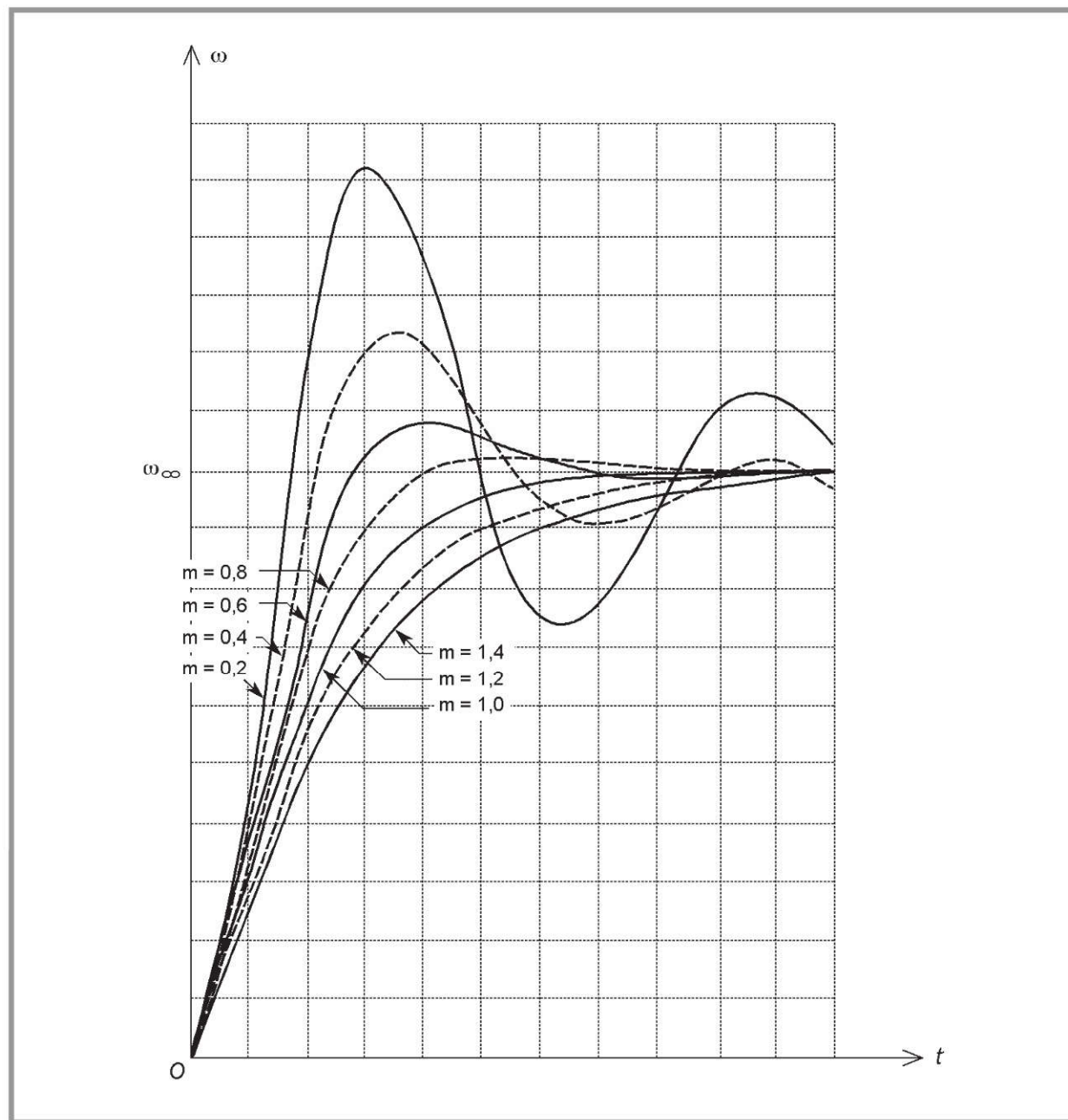


Figure 3.14 – Différentes formes de la réponse indicielle d'un système fondamental du deuxième ordre.

3.3.3 Transmittances

Pour un moteur à vide dont on néglige les pertes autres que l'effet Joule, les équations de base s'écrivent, en transformées de Laplace :

$$\tilde{\Gamma} = \lambda I$$

$$\tilde{E}' = \lambda \tilde{\Omega}$$

$$\tilde{U} = \tilde{E}' + R\tilde{I} + Ls\tilde{I}$$

$$J_m s \tilde{\Omega} = \tilde{\Gamma}$$

On trace le schéma-bloc correspondant (figure 3.15). La transmittance en vitesse s'exprime par :

$$\tilde{H}_m = \frac{\frac{\lambda}{(R + Ls)J_m s}}{1 + \frac{\lambda^2}{(R + Ls)J_m s}}$$

soit :

$$\tilde{H}_m = \frac{\frac{1}{\lambda}}{1 + \frac{RJ_m}{\lambda^2}s + \frac{LJ_m}{\lambda^2}s^2}$$

On peut également introduire les constantes de temps :

$$\tilde{H}_m = \frac{H_{m0}}{1 + \tau_m s + \tau_e \tau_m s^2}$$

Quand on considère la position angulaire du rotor, la transmittance est :

$$\tilde{H}'_m = \frac{H_{m0}}{s(1 + \tau_m s + \tau_e \tau_m s)}$$

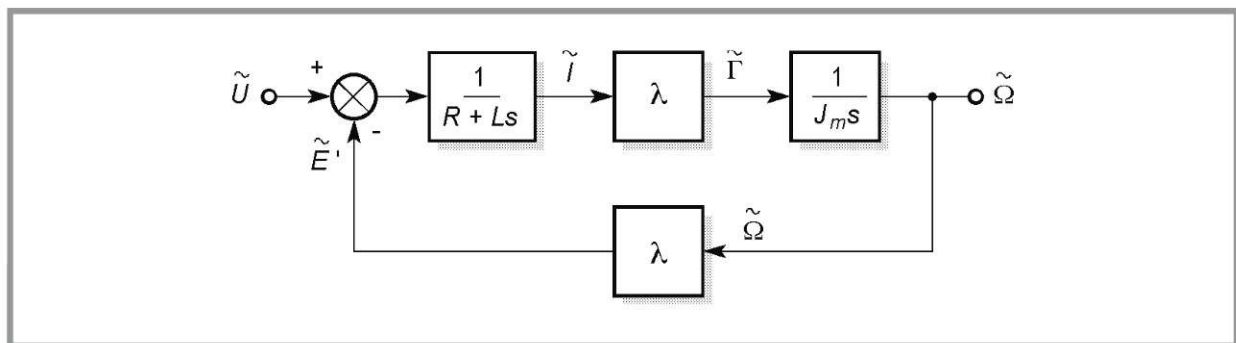


Figure 3.15 – Schéma-bloc du moteur à vide.

3.3.4 Justification de l'étude approchée

Dans le paragraphe précédent, on a affirmé que dans un certain nombre de cas, un moteur à courant continu peut être assimilé à un système du premier ordre. Cette approximation est justifiée lorsque la constante de temps électrique est beaucoup plus faible que la constante de temps mécanique. Dans ce cas, la transmittance est décomposable en un produit de deux fonctions du premier ordre :

$$\tilde{H}_m = \frac{H_{m0}}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}$$

On détermine les deux constantes de temps τ_1 et τ_2 par identification des dénominateurs :

$$1 + (\tau_1 + \tau_2)s + \tau_1 \tau_2 s^2 = 1 + \tau_m s + \tau_e \tau_m s^2$$

L'égalité devant être vérifiée pour toute valeur de s , il faut :

$$\tau_1 + \tau_2 = \tau_m$$

$$\tau_1 \tau_2 = \tau_e \tau_m$$

On peut exprimer les deux constantes puisque l'on connaît leur somme et leur produit. τ_1 et τ_2 sont solutions de l'équation du second degré :

$$\tau^2 - \tau_m \tau + \tau_e \tau_m = 0$$

Le discriminant est :

$$\Delta = \tau_m^2 - 4\tau_e \tau_m$$

Il est positif puisque τ_e est nettement plus faible que τ_m . Les solutions sont donc :

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \left(\tau_m - \sqrt{\tau_m^2 - 4\tau_e \tau_m} \right)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{2} \left(\tau_m + \sqrt{\tau_m^2 - 4\tau_e \tau_m} \right)$$

Les deux constantes de temps sont les mêmes que celles qui ont été définies dans l'étude du démarrage (premier cas), mais l'expression obtenue est sous une forme plus commode. Pour établir des formules approchées, on fait apparaître le quotient τ_e/τ_m , petit par rapport à 1 :

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \tau_m \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_e}{\tau_m}} \right)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{2} \tau_m \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_e}{\tau_m}} \right)$$

Dans la deuxième expression, on peut négliger $4\tau_e/\tau_m$ devant 1, ce qui donne :

$$\tau_2 \approx \tau_m$$

Par contre, on ne peut pas faire la même chose dans la première formule car le terme principal s'élimine dans la différence. Il faut donc tenir compte du terme suivant en effectuant un développement limité au premier ordre :

$$\tau_1 \approx \frac{1}{2} \tau_m \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} 4 \frac{\tau_e}{\tau_m} \right) \right] = \tau_e$$

La fonction de transfert s'écrit finalement :

$$\tilde{H}_m \approx \frac{H_{m0}}{(1 + \tau_m s)(1 + \tau_e s)}$$

Lorsqu'une transmittance est décomposable en deux fonctions du premier ordre de constantes de temps très différentes, le système se comporte sensiblement comme un premier ordre dont la constante de temps est la plus élevée des deux : c'est la constante de temps dominante. On a donc ici :

$$\tilde{H}_m \approx \frac{1}{1 + \tau_m s}$$

A LIMENTATION ÉLECTRONIQUE DES MOTEURS À COURANT CONTINU

La vitesse de rotation d'un moteur doit être commandée par une tension continue u_c réglable, issue en général d'un circuit électronique ne pouvant débiter qu'un faible courant. On a vu au chapitre 3 qu'on pouvait agir sur la vitesse soit par l'intermédiaire de la tension u aux bornes de l'induit, soit par le biais du courant i dans cet induit. Dans le premier cas (alimentation en tension), on utilise un amplificateur de puissance qui fournit une tension u image du signal de commande u_c , mais qui peut délivrer le courant appelé par le moteur. Dans le second cas (alimentation en courant), on utilise un convertisseur tension-courant qui donne une intensité i image de u_c .

Ces deux fonctions électroniques peuvent être réalisées avec des composants actifs en régime linéaire dans le cas des petits moteurs, ou plutôt avec des composants actifs en commutation dès que la puissance du moteur le justifie. Les solutions adoptées pour les moteurs de forte puissance, comme les redresseurs commandés à thyristors, ne conviennent pas dans le domaine étudié ici à cause de leur lenteur de réaction incompatible avec les performances dynamiques des machines utilisées.

4.1 Alimentation utilisant des composants actifs en régime linéaire

4.1.1 Principe

Alimentation en tension

On emploie un transistor fonctionnant en régime linéaire (*figure 4.1*). Le signal u_c est appliqué à la base. Une alimentation continue V_{CC} est reliée au collecteur. C'est elle qui fournit l'énergie au moteur. Ce dernier est branché entre l'émetteur

du transistor et la masse (pôle négatif de l'alimentation) : le montage est donc du type collecteur commun. Quand la tension de commande u_c est inférieure au seuil de conduction V_d du transistor (de l'ordre de 0,6 V), ce composant est bloqué et il n'y a aucun courant. Le moteur n'est donc pas alimenté et il reste à l'arrêt. Lorsque la tension u_c dépasse le seuil V_d , le transistor devient passant. La tension aux bornes de l'induit est :

$$u = u_c - v_{BE}$$

Le moteur peut démarrer. En augmentant la tension u_c , on accroît la tension u et donc la vitesse de rotation du moteur. Comme la tension v_{BE} entre base et émetteur du transistor varie assez peu, la caractéristique de transfert du dispositif est pratiquement une droite pour u_c supérieur à V_d (figure 4.2). Le courant dans le moteur en régime permanent dépend du couple résistant de la charge. Ce courant est fourni par l'émetteur du transistor et on a :

$$i = i_C + i_B$$

Par ailleurs, si β est l'amplification en courant du transistor (c'est un paramètre caractéristique du composant), on peut écrire en régime linéaire :

$$i_C = \beta i_B$$

On obtient ainsi :

$$i = (\beta + 1) i_B$$

Le courant étant fixé par le fonctionnement du moteur, le circuit électronique demande au générateur fournissant la tension u_c de délivrer un courant égal à :

$$i_B = \frac{i}{\beta + 1}$$

Le paramètre β étant nettement supérieur à 1, le courant i_B est beaucoup plus petit que le courant i dans l'induit du moteur. On a bien effectué une amplification de courant.

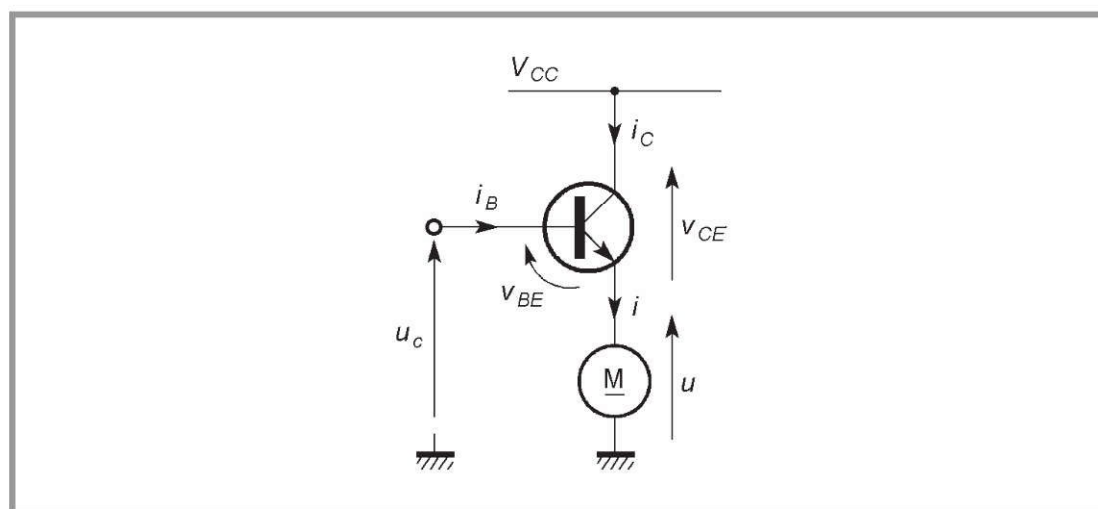


Figure 4.1 – Schéma de principe d'une alimentation en tension.

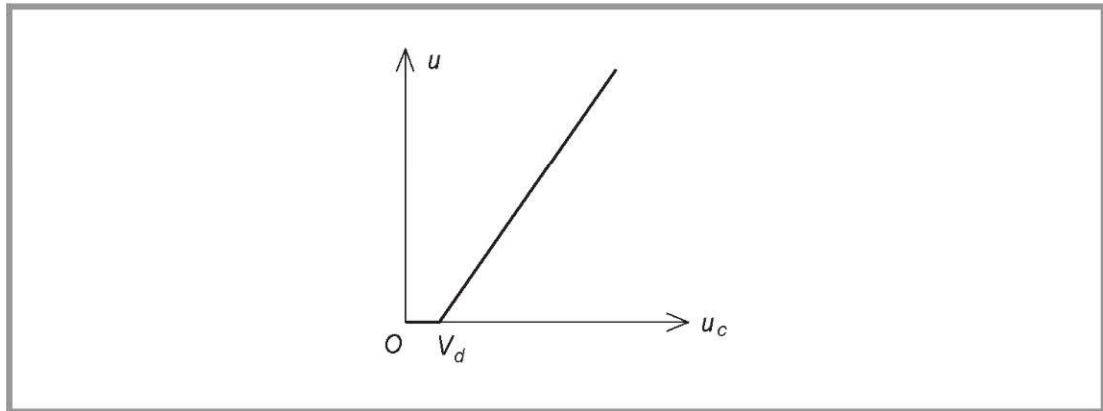


Figure 4.2 – Caractéristique de transfert de l'alimentation en tension.

Alimentation en courant

On utilise toujours un transistor, mais une résistance R est placée entre émetteur et masse (*figure 4.3*).

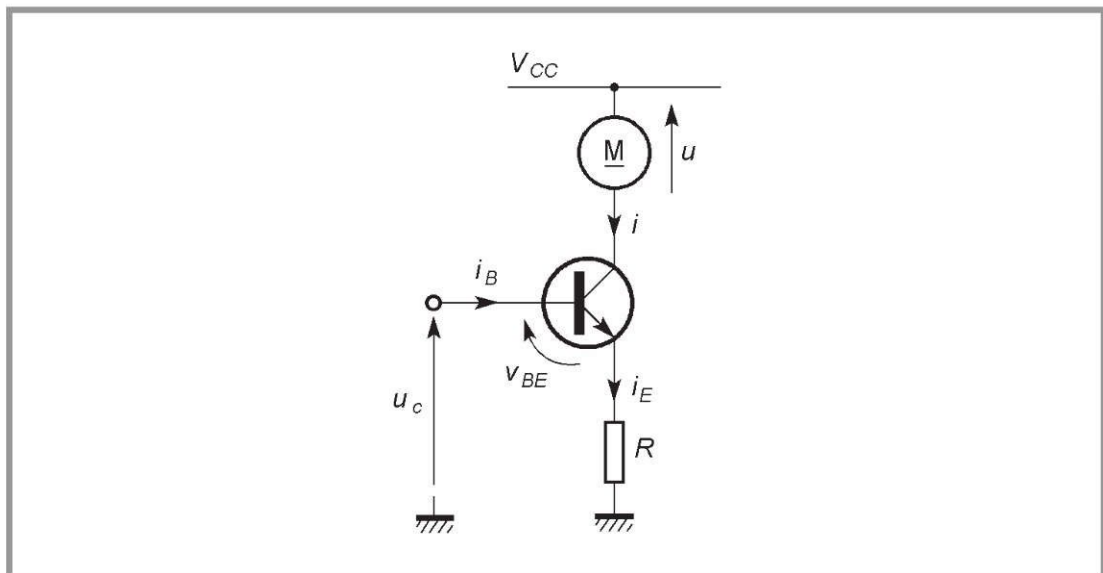


Figure 4.3 – Schéma de principe d'une alimentation en courant.

Le moteur est connecté entre le collecteur et l'alimentation. Quand la tension de commande u_c ne dépasse pas le seuil de conduction V_d , le transistor est bloqué et le moteur n'est pas alimenté. Lorsque u_c dépasse V_d , le transistor se débloquent et il apparaît un courant dans la résistance qui s'exprime par :

$$i_E = \frac{u_c - v_{BE}}{R}$$

Le courant dans le moteur est alors :

$$i = i_E - i_B$$

Or :

$$i_E = (\beta + 1) i_B$$

donc :

$$i = \frac{\beta i_E}{\beta + 1}$$

soit :

$$i = \frac{\beta}{\beta + 1} \frac{u_c - v_{BE}}{R}$$

C'est bien le courant dans l'induit qui est imposé par la tension de commande u_c . La caractéristique de transfert est linéaire (figure 4.4).

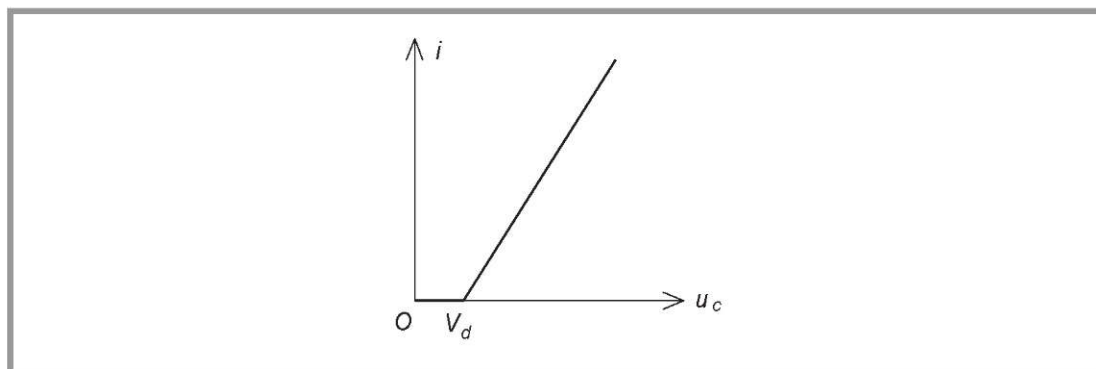


Figure 4.4 – Caractéristique de transfert de l'alimentation en courant.

4.1.2 Améliorations

Inversion du sens de rotation

Dans les circuits précédents, la polarité de la tension u et le sens du courant i sont fixés. Il n'est donc pas possible d'inverser le sens de rotation du moteur. Pour remédier à ce problème, on peut faire appel à deux alimentations symétriques V_{CC} et $-V_{CC}$ et à deux transistors, l'un de type NPN (T_1) et l'autre du type PNP (T_2) (figure 4.5).

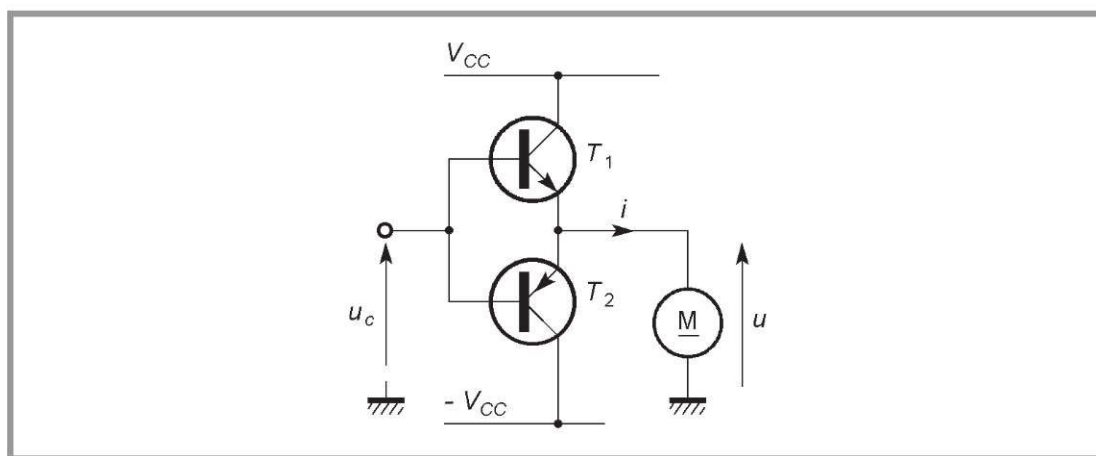


Figure 4.5 – Alimentation en tension permettant une inversion du sens de rotation du moteur.

Quand la tension u_c est positive, T_2 reste bloqué et le montage est le même que celui du départ. Par contre, si la tension u_c est négative, c'est T_1 qui est bloqué. Le fonctionnement est alors analogue, mais avec une polarité de la tension u et un sens du courant inversés. Le sens de rotation a donc changé. La caractéristique de commande est linéaire pour u_c positif ou u_c négatif, mais il existe autour de l'origine une zone morte dans laquelle le moteur reste à l'arrêt (figure 4.6).

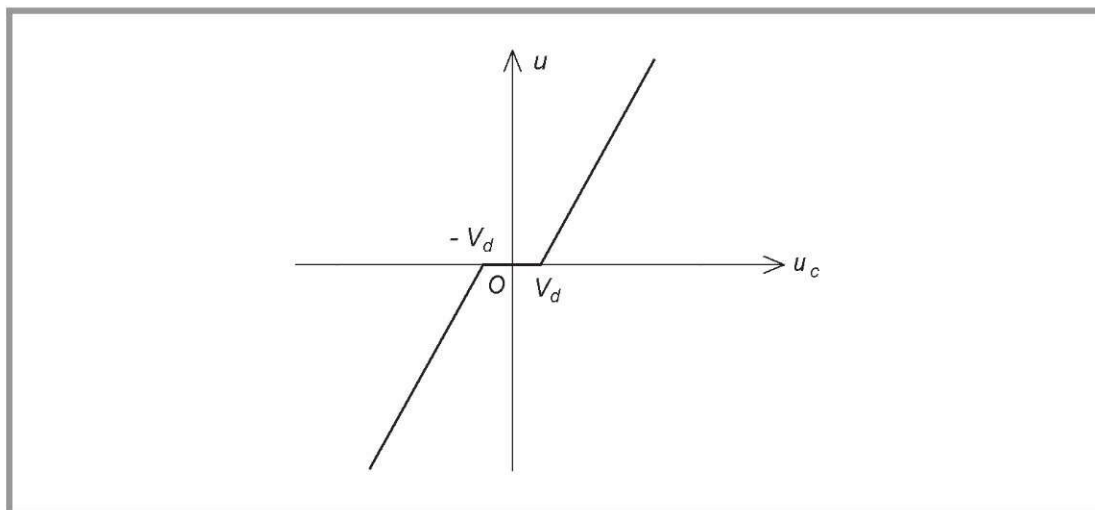


Figure 4.6 – Caractéristique de transfert de l'alimentation permettant l'inversion du sens de rotation.

Élimination de la zone morte de la caractéristique

Un inconvénient des montages précédents est que les transistors restent bloqués tant que la tension de commande n'a pas atteint les seuils V_d et $-V_d$, ce qui correspond à une zone morte dans la courbe. Pour y remédier, il suffit de munir le montage d'une contre-réaction. Comme les signaux sont lentement variables, un montage à amplificateur opérationnel convient (figure 4.7).

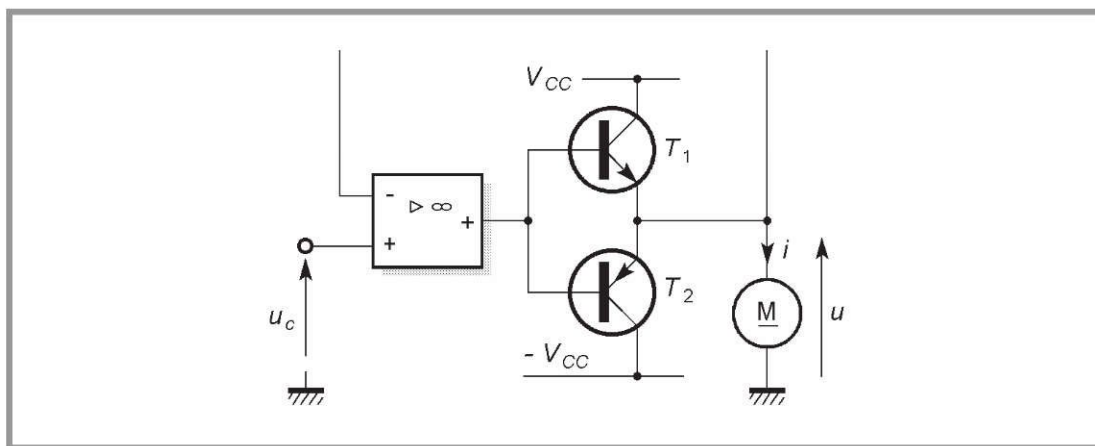


Figure 4.7 – Élimination de la zone morte de la caractéristique grâce à une contre-réaction.

Une contre-réaction (retour sur l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel) est appliquée à l'ensemble du montage. De ce fait, l'amplificateur fonctionne bien en régime linéaire. Dans ce cas, avec le modèle de l'amplificateur opérationnel idéal, les tensions présentes sur les entrées + et – sont égales :

$$u = u_c$$

La zone morte de la caractéristique de transfert a disparu : on a maintenant une droite (figure 4.8). Si l'on souhaite avoir également une amplification de la tension, on peut ajouter deux résistances R_1 et R_2 (figure 4.9). L'égalité des tensions sur les entrées de l'amplificateur opérationnel donne :

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} u = u_c$$

soit :

$$u = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_c$$

Les valeurs de R_1 et R_2 doivent être suffisamment élevées pour ne pas dériver un courant notable de la sortie de l'amplificateur opérationnel. On les choisit donc dans les dizaines voire les centaines de kilo-ohms. On peut également rencontrer une variante de ce circuit où l'amplificateur est en montage inverseur (figure 4.10). La relation entre les tensions s'écrit :

$$u = -\frac{R_2}{R_1} u_c$$

Outre l'amélioration de la caractéristique de transfert, le montage considéré a un autre avantage : le courant prélevé sur le générateur qui fournit la tension u_c est très faible. Dans les montages non inverseurs, c'est le courant de polarisation de l'entrée + de l'amplificateur opérationnel qui est pratiquement nul. Dans le montage inverseur, c'est le courant dans R_1 qui est faible si l'on a choisi une valeur assez élevée pour cette résistance.

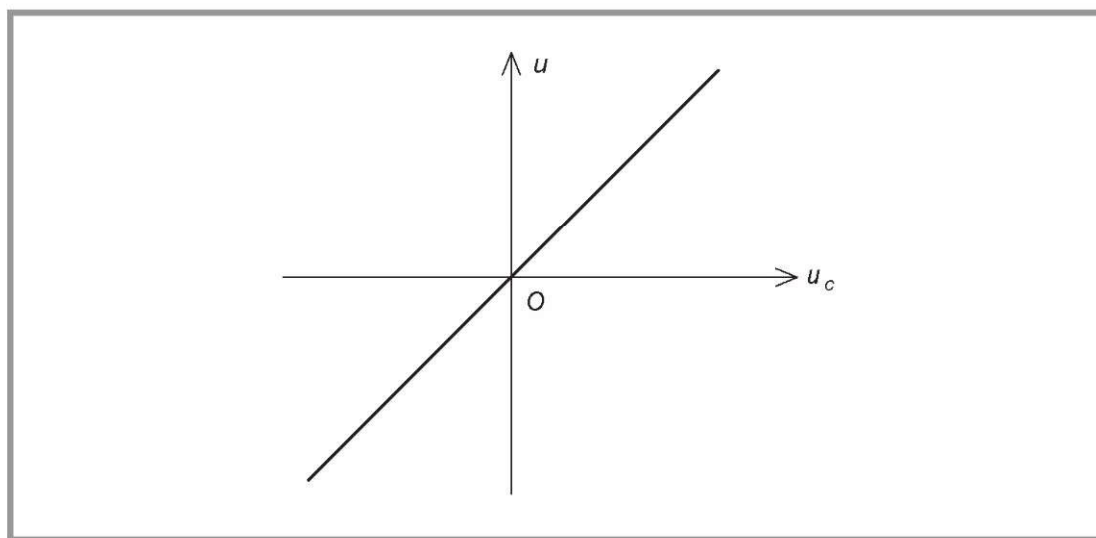


Figure 4.8 – Caractéristique de transfert améliorée par la contre-réaction.

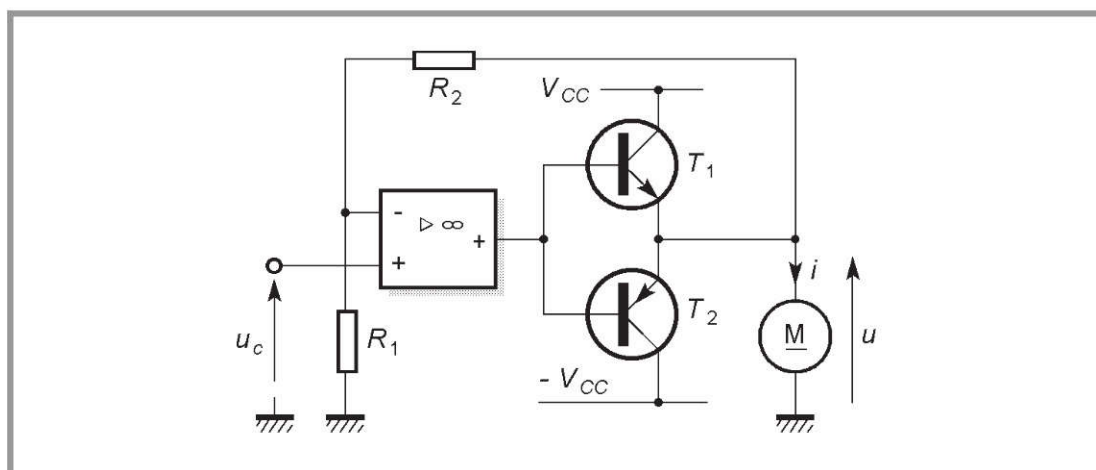


Figure 4.9 – Montage combinant amplification de courant et amplification de tension.

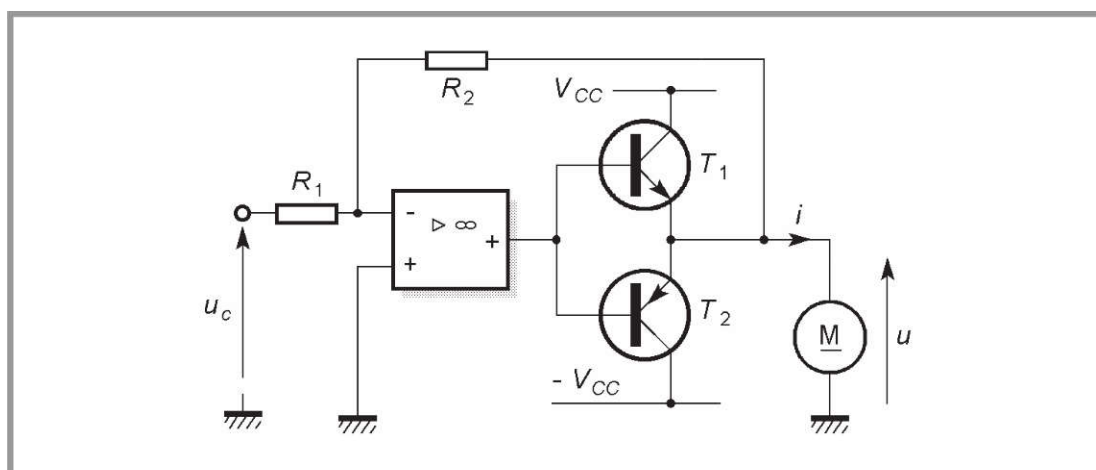


Figure 4.10 – Variante du montage précédent : l'amplificateur inverseur.

Utilisation d'un amplificateur opérationnel de puissance

Le schéma précédent peut être simplifié en utilisant un amplificateur opérationnel de puissance car on peut alors se passer de l'étage à transistors (figure 4.11).

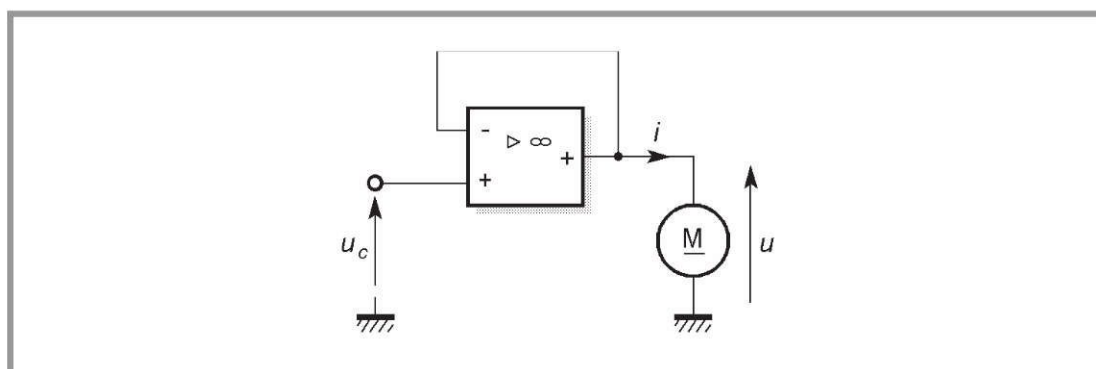


Figure 4.11 – Utilisation d'un amplificateur opérationnel de puissance.

En effet, il existe aujourd'hui des circuits intégrés dont le courant maximal de sortie est de plusieurs ampères, ce qui est tout à fait suffisant pour alimenter un petit moteur. Par exemple, le modèle L165 de ST peut débiter jusqu'à 3 A. Les caractéristiques sont inchangées par rapport à celles des montages associant amplificateur opérationnel et transistors. On retrouve également les circuits avec amplification de tension sans inversion (figure 4.12) ou avec inversion (figure 4.13).

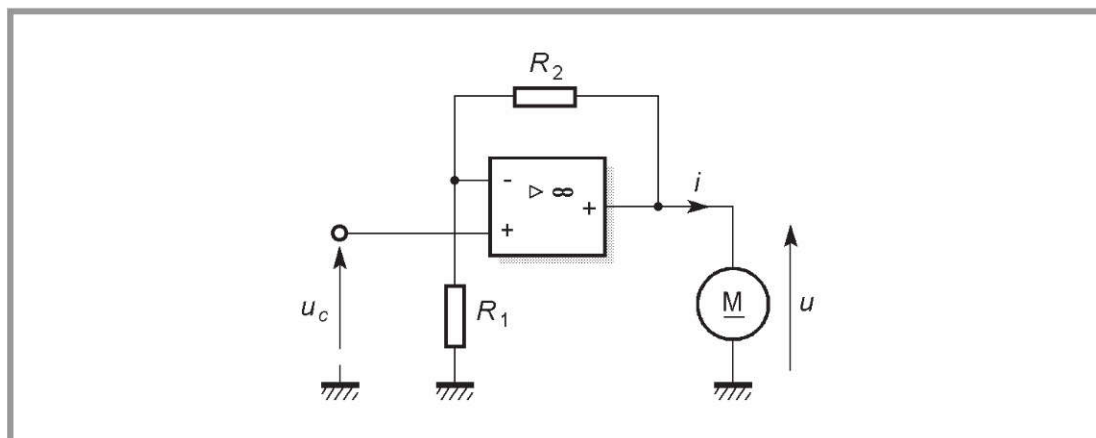


Figure 4.12 – Montage non inverseur utilisant un amplificateur opérationnel de puissance.

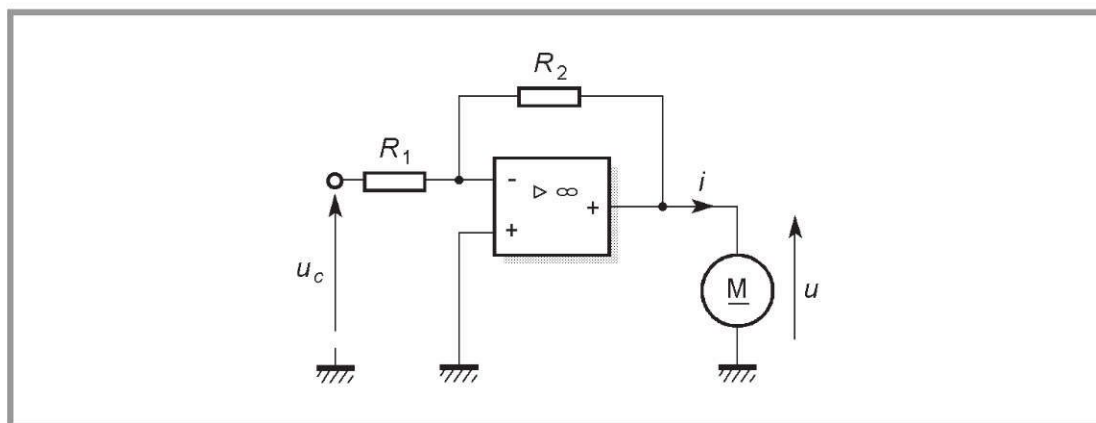


Figure 4.13 – Montage inverseur utilisant un amplificateur opérationnel de puissance.

Il est également possible de réaliser une alimentation en courant avec un amplificateur opérationnel de puissance (figure 4.14). On remarque que le montage est muni des deux types de réaction (positive et négative). Les résistances doivent donc vérifier une condition pour que l'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire : la contre-réaction doit être prépondérante sur la réaction positive. En considérant que cette condition est remplie, les tensions présentes sur les entrées de l'amplificateur opérationnel sont égales :

$$(1) \quad \frac{R_3}{R_3 + R_4} u = \frac{R_1 u + R_2 u_c}{R_1 + R_2}$$

Par ailleurs, la loi des nœuds appliquée à la sortie du montage donne :

$$(2) \quad i + \frac{u - s}{R} + \frac{u - u_c}{R_1 + R_2} = 0$$

L'équation (1) permet d'exprimer la tension de sortie s de l'amplificateur opérationnel :

$$s = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \frac{R_1 u + R_2 u_c}{R_1 + R_2}$$

En remplaçant dans l'équation (2), on obtient :

$$i = -\frac{u}{R} + \frac{(R_3 + R_4)(R_1 u + R_2 u_c)}{R R_3 (R_1 + R_2)} - \frac{u - u_c}{R_1 + R_2}$$

Après mise au même dénominateur, on a rassemblé d'un côté les termes proportionnels à u et de l'autre les termes proportionnels à u_c :

$$i = \frac{[-R_3(R_1 + R_2) + (R_3 + R_4)R_1 - R R_3]u + [(R_3 + R_4)R_2 + R R_3]u_c}{R R_3 (R_1 + R_2)}$$

On constate que le courant est indépendant de la tension si :

$$-R_3(R_1 + R_2) + (R_3 + R_4)R_1 - R R_3 = 0$$

c'est-à-dire si :

$$R_1 R_4 = R_3 (R_2 + R)$$

On a alors après simplification :

$$i = \frac{R_4}{R_3} \frac{u_c}{R}$$

Vu du moteur, le circuit électronique est donc équivalent à une source de courant commandée par la tension u_c . On peut également rencontrer un montage inverseur (figure 4.15). Une étude analogue à celle qui vient d'être faite montre qu'il faut respecter la condition :

$$R_1 R_4 = R_3 (R_2 + R)$$

On a alors :

$$i = -\frac{R_4}{R_3} \frac{u_c}{R}$$

Dans les deux montages qui viennent d'être décrits, la résistance R est de très faible valeur pour que sa dissipation de puissance ne soit pas excessive bien qu'elle soit parcourue par un courant pratiquement égal au courant dans l'induit du moteur. Par contre, les résistances R_1 , R_2 , R_3 et R_4 sont choisies de valeurs assez élevées puisqu'elles forment des diviseurs de tension et qu'on a intérêt à réduire les courants dérivés. De ce fait, la condition pratique pour que le courant soit indépendant de la tension est :

$$R_1 R_4 \approx R_2 R_3$$

Il est d'ailleurs fréquent de choisir quatre résistances identiques (ordre de grandeur : dizaines de kilo-ohms).

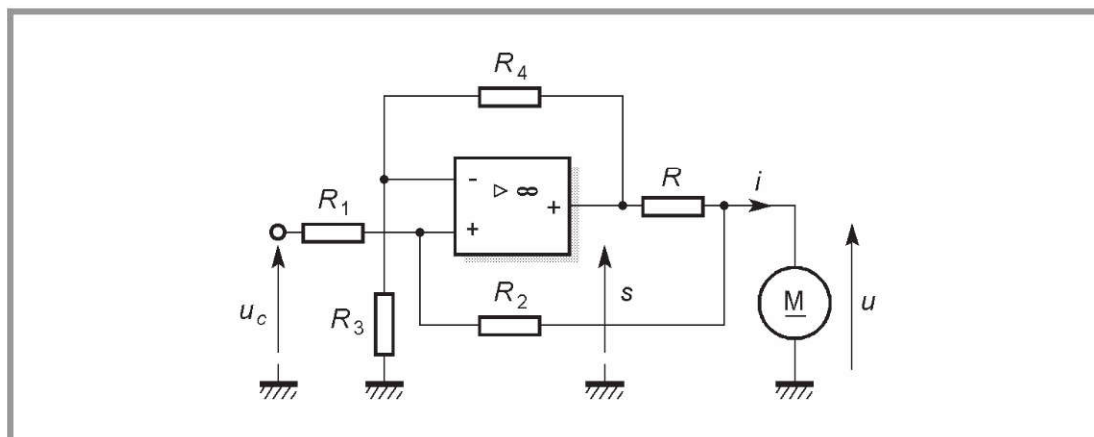


Figure 4.14 – Alimentation en courant avec un amplificateur opérationnel de puissance.

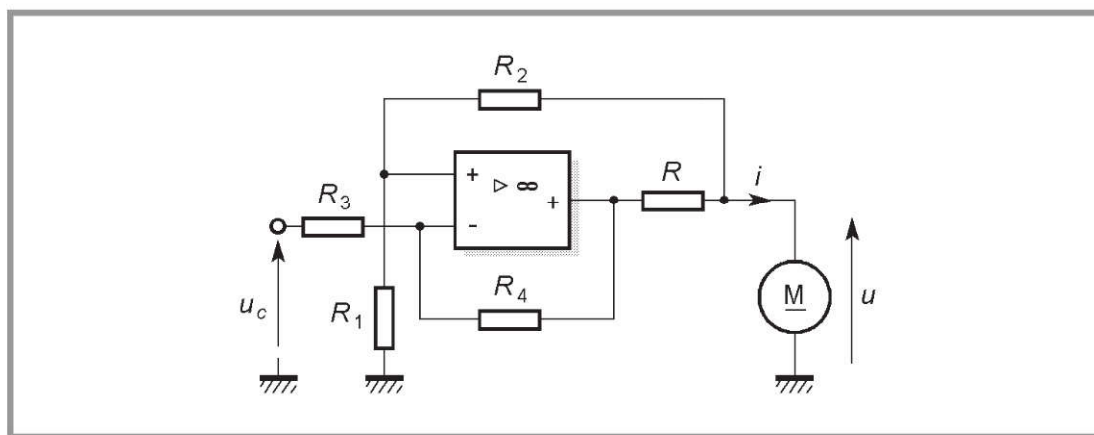


Figure 4.15 – Variante d'alimentation en courant.

4.1.3 Insuffisance des circuits linéaires

Les montages décrits jusqu'à présent ont avant tout l'avantage de la simplicité : une modification de la tension de commande se traduit directement en variation de tension ou de courant pour le moteur. De plus, le fonctionnement est parfaitement en continu, ce qui représente le cas optimal pour la machine. Par contre, ils ont le gros inconvénient de dissiper une puissance importante par effet Joule dans les transistors ou le circuit intégré alimentant le moteur. En effet, la puissance dissipée dans un transistor bipolaire est :

$$P_d = v_{CE} i_C + v_{BE} i_B$$

Compte tenu des ordres de grandeur, le premier terme est prépondérant. On a donc :

$$P_d \approx v_{CE} i_C$$

Or, dans le montage de base, i_C est pratiquement égal au courant i dans l'induit de la machine et v_{CE} représente la chute de tension entre l'alimentation fixe V_{CC} et la

tension u aux bornes du moteur ; la puissance dissipée devient :

$$P_d \approx (V_{CC} - u) i$$

Cette puissance est variable selon le fonctionnement du moteur (u dépend essentiellement de la vitesse et i du couple) et elle peut prendre des valeurs assez élevées. La première conséquence est naturellement l'énergie gaspillée qui entraîne la nécessité d'une alimentation V_{CC} de taille suffisante. La deuxième conséquence, plus grave, est l'échauffement du composant. En effet, il faut dimensionner le transistor de façon appropriée et assurer son refroidissement en le munissant d'un dissipateur thermique (« radiateur »). C'est un inconvénient en terme de coût, mais également d'encombrement. On réserve ainsi ce type d'alimentation aux petits moteurs (quelques dizaines de watts au maximum).

4.2 Alimentation utilisant des composants actifs en commutation

Pour réduire considérablement les pertes, il faut utiliser un transistor en commutation, c'est-à-dire qui fonctionne comme un interrupteur commandé. Un transistor bipolaire peut convenir à cet usage. Lorsqu'il est bloqué, le courant de collecteur i_C est parfaitement négligeable, le composant se comporte donc comme un interrupteur ouvert et la puissance dissipée est nulle. Lorsque le transistor est saturé, la tension v_{CE} entre collecteur et émetteur est très faible, le composant est pratiquement un interrupteur fermé et la puissance dissipée est très limitée. Évidemment, la médaille a son revers : le circuit électronique est plus complexe puisqu'il doit d'abord transformer la tension de commande en ordres de commutation pour le transistor. De plus, la tension et le courant obtenus ne sont pas parfaitement continus.

4.2.1 Principe du hacheur

L'étage de puissance utilisé est nommé hacheur car son rôle est de découper une tension (figure 4.16).

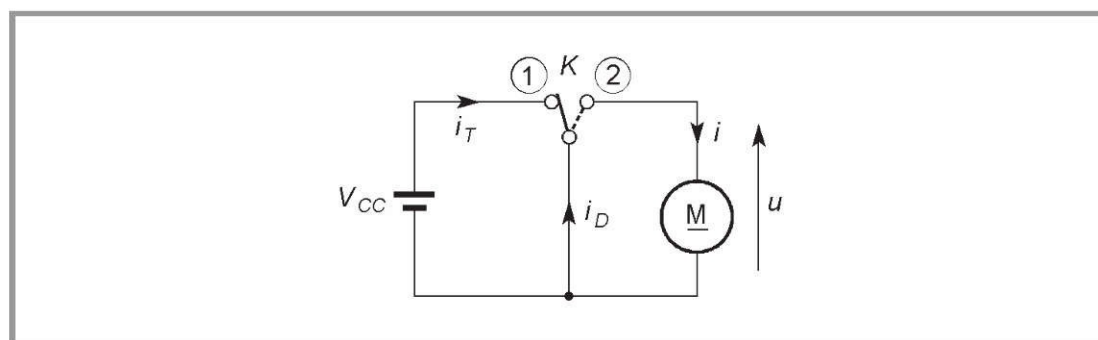


Figure 4.16 – Principe du hacheur.

On dispose d'une tension continue fixe V_{CC} (issue d'un redresseur branché sur le secteur ou d'une batterie). Un commutateur K , dont nous verrons au paragraphe 4.2.3 la réalisation, permet d'appliquer au moteur la tension V_{CC} ou de le court-circuiter. Un circuit électronique, qui sera précisé par la suite, impose des basculements périodiques au commutateur.

Deux phases distinctes apparaissent pendant une période T . Pendant une durée $t_1 = \alpha T$ (α est le rapport cyclique du signal de commande du commutateur), K est en position 1 et pendant une durée $t_2 = (1 - \alpha)T$, K est en position 2. On a tracé les chronogrammes des grandeurs intéressantes en se plaçant en régime permanent (figure 4.17). L'induit du moteur est décrit par son schéma équivalent (figure 4.18).

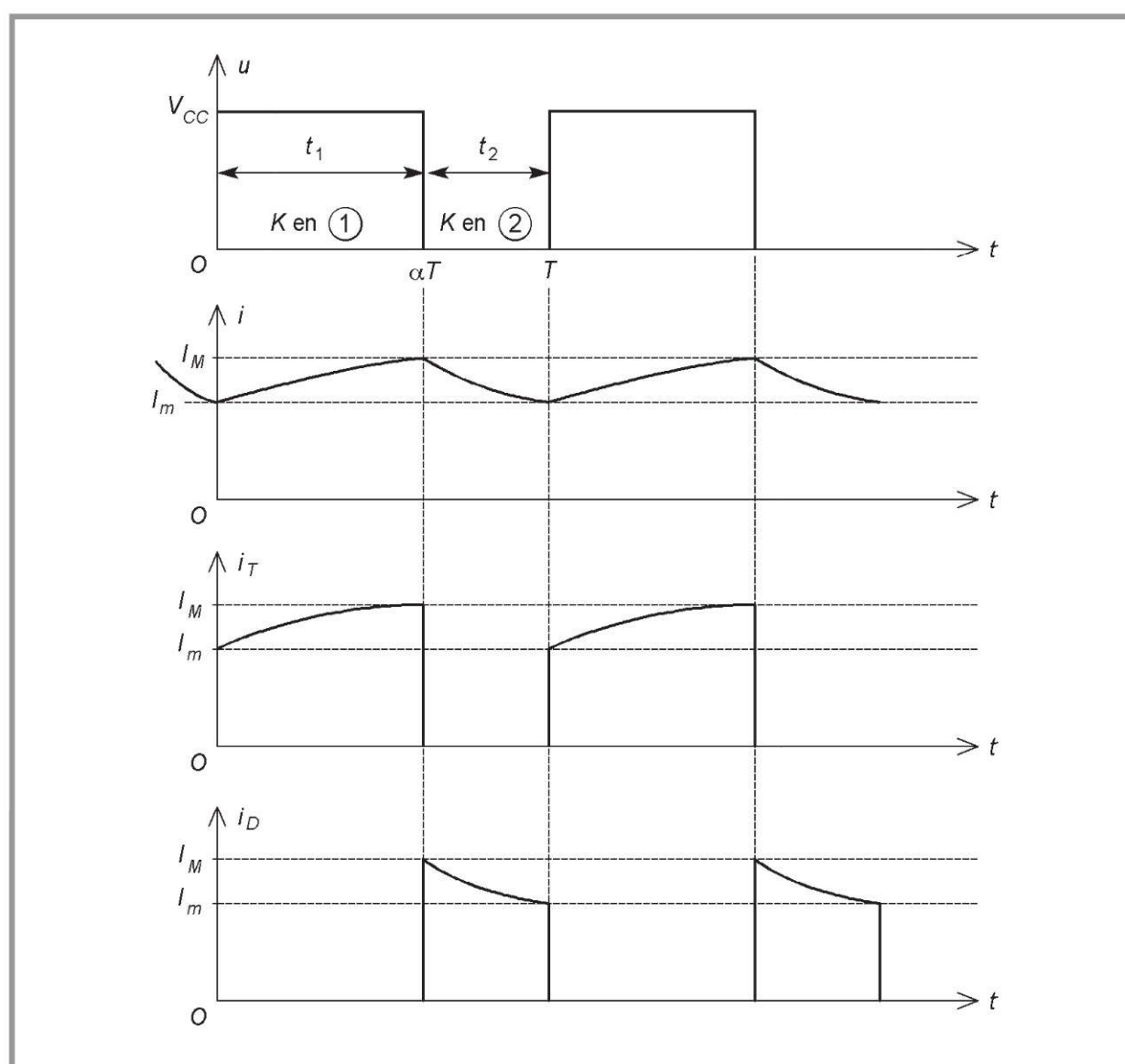


Figure 4.17 – Courbes de la tension et des courants en régime permanent.

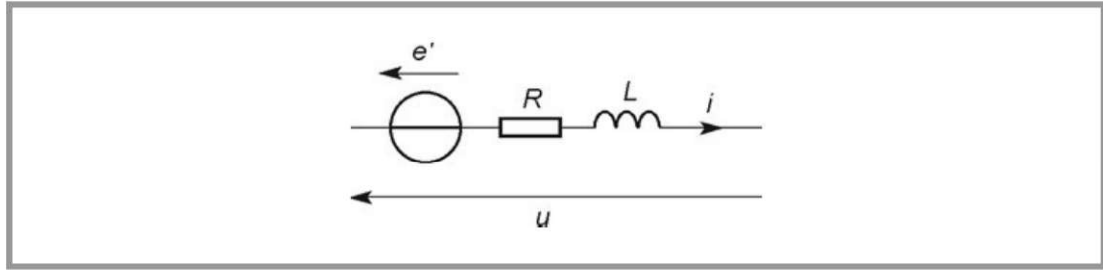


Figure 4.18 – Modèle électrique de l'induit du moteur.

Il faut noter qu'il ne peut être question de négliger l'effet de l'inductance : cette hypothèse peut être valable pour l'étude de régimes transitoires mécaniques assez lents, mais pas du tout pour des régimes transitoires électriques beaucoup plus rapides. La loi de mailles s'écrit :

$$u = e' + Ri + L \frac{di}{dt}$$

À l'échelle des phénomènes étudiés, la force contre-électromotrice est constante car la vitesse n'a pas le temps de varier pendant quelques périodes, compte tenu de l'ordre de grandeur de T par rapport à la constante de temps électromécanique τ_m du moteur. Cette affirmation sera précisée plus loin. La tension moyenne $\langle u \rangle$ s'écrit alors en fonction de l'intensité moyenne $\langle i \rangle$:

$$\langle u \rangle = e' + R \langle i \rangle$$

En effet, la valeur moyenne de la tension aux bornes d'une bobine idéale est nulle en régime permanent. Par ailleurs, compte tenu de la forme rectangulaire de la courbe de u en fonction de t , on a :

$$\langle u \rangle = \frac{V_{CC} t_1}{T}$$

soit, en introduisant le rapport cyclique α :

$$\langle u \rangle = \alpha V_{CC}$$

Au vu de ces formules, on constate que la tension moyenne est commandée par le rapport cyclique. De ce fait, la vitesse du moteur (proportionnelle à e') est modifiée par une action sur α , avec le courant moyen comme grandeur de perturbation. Par ailleurs, il faut également s'intéresser à l'intensité i dans l'induit. Quand le commutateur est en position 1, le courant provient du générateur :

$$i_T = i$$

$$i_D = 0$$

On a :

$$V_{CC} = e' + Ri + L \frac{di}{dt}$$

Le courant i est donc régi par une équation différentielle du premier ordre à second membre constant :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{V_{CC} - e'}{L}$$

La solution est une exponentielle de constante de temps :

$$\tau = \frac{L}{R}$$

En l'absence d'éléments additionnels, celle-ci est égale à la constante de temps électrique du moteur. L'ordonnée de l'asymptote, qui ne sera pas atteinte, est :

$$I_{\infty} = \frac{V_{CC} - e'}{R}$$

La valeur initiale I_m dépend de ce qui s'est passé auparavant. Comme on étudie un régime permanent, cela correspond à la fin de la période précédente. On pourra ainsi calculer I_m lorsqu'on aura mis en équation une période complète. L'équation de l'exponentielle est ainsi :

$$i = \left(I_m - \frac{V_{CC} - e'}{R} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_{CC} - e'}{R}$$

Cette phase de fonctionnement s'interrompt quand, après une durée t_1 , le commutateur K est basculé en position 2. On a ensuite :

$$\begin{aligned} i_D &= i \\ i_T &= 0 \\ 0 &= e' + Ri + L \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

Les variations du courant i sont régies par une nouvelle équation différentielle du premier ordre à second membre constant :

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = -\frac{e'}{L}$$

La solution est encore exponentielle. La constante de temps est inchangée, mais l'ordonnée de l'asymptote, qui n'est pas atteinte, est cette fois :

$$I'_{\infty} = -\frac{e'}{R}$$

La valeur initiale I_M est la valeur finale de la phase précédente. L'équation de l'exponentielle est donc :

$$i = \left(I_M + \frac{e'}{R} \right) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} - \frac{e'}{R}$$

Les valeurs des constantes I_m et I_M sont déterminées en écrivant que les deux portions d'exponentielles se raccordent sans discontinuité (courant dans un circuit inductif) :

$$\begin{aligned} I_M &= \left(I_m - \frac{V_{CC} - e'}{R} \right) e^{-\frac{t_1}{\tau}} + \frac{V_{CC} - e'}{R} \\ I_m &= \left(I_M + \frac{e'}{R} \right) e^{-\frac{t_2}{\tau}} - \frac{e'}{R} \end{aligned}$$

La résolution de ce système donne :

$$I_m = \frac{V_{CC}}{R} \frac{1 - e^{-\alpha \frac{T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-(1-\alpha)\frac{T}{\tau}} - \frac{e'}{R}$$

$$I_M = \frac{V_{CC}}{R} \frac{1 - e^{-\alpha \frac{T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} - \frac{e'}{R}$$

Le courant dans l'induit du moteur est ondulé. Sa valeur moyenne est :

$$\langle i \rangle = \frac{\alpha V_{CC} - e'}{R}$$

Il présente une ondulation dont la valeur crête-à-crête est :

$$\Delta i = I_M - I_m = \frac{V_{CC}}{R} \frac{(1 - e^{-\alpha \frac{T}{\tau}})(1 - e^{-(1-\alpha)\frac{T}{\tau}})}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}$$

L'ondulation maximale est atteinte lorsque $\alpha = 0,5$ (on le montre facilement en annulant la dérivée de Δi par rapport à α). Sa valeur est :

$$\Delta i_{\max} = \frac{V_{CC}}{R} \frac{(1 - e^{-\frac{T}{2\tau}})^2}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}$$

La période T est souvent très petite devant la constante de temps τ . On peut alors remplacer les exponentielles par leur développement limité au premier ordre :

$$e^x \approx 1 + x \quad \text{si} \quad |x| \ll 1$$

On obtient ainsi :

$$\Delta i_{\max} \approx \frac{V_{CC}}{R} \frac{T}{4\tau} = \frac{V_{CC}}{L} \frac{T}{4}$$

4.2.2 Choix de la fréquence de découpage

Pour que le fonctionnement soit bien celui qui vient d'être décrit, il faut choisir correctement la fréquence f_d des commutations de K . En effet, on conçoit bien que si le commutateur est basculé périodiquement avec une cadence lente, le moteur va alternativement accélérer puis ralentir. Par contre, si les basculements sont répétés plus rapidement, la vitesse va se stabiliser. Pour expliquer cela, il faut étudier la réponse en fréquence du moteur. Considérons par exemple une machine dont les constantes de temps électromécanique et électrique sont suffisamment différentes pour qu'on puisse mettre sa transmittance isomorphe sous la forme :

$$\tilde{H}_m = \frac{\tilde{\Omega}}{\tilde{U}} = \frac{H_{m0}}{(1 + \tau_m s)(1 + \tau_e s)}$$

Dans la constante de temps mécanique, on a tenu compte de l'influence de la charge. Pour étudier la réponse en fréquence, on se place en régime sinusoïdal permanent. On passe donc à la transmittance isochrone en remplaçant s par $j2\pi f$:

$$\underline{H} = \frac{\underline{\Omega}}{\underline{U}} = \frac{H_{m0}}{(1 + j2\pi f \tau_m)(1 + j2\pi f \tau_e)}$$

On représente ensuite le diagramme de Bode (figure 4.19).

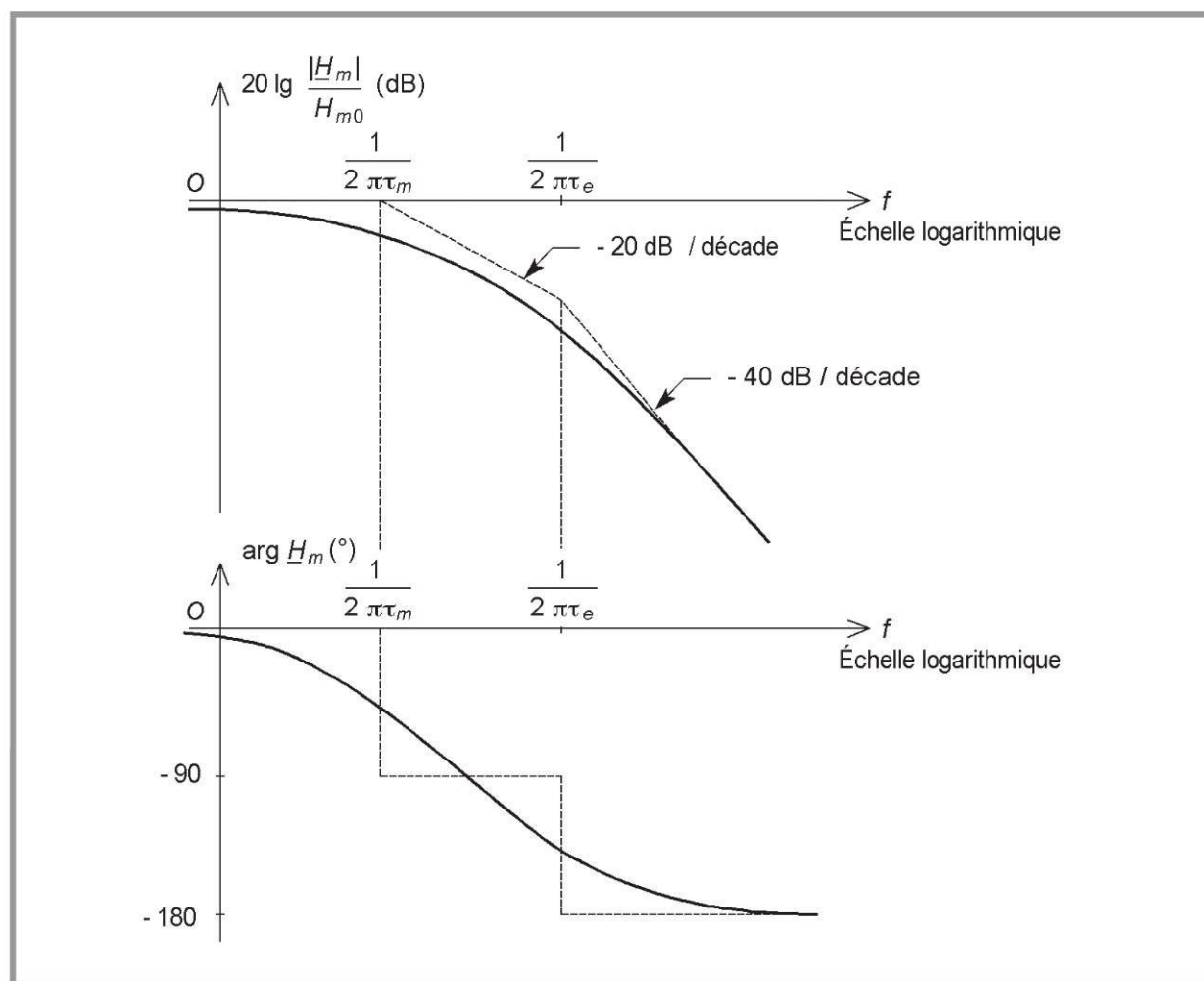


Figure 4.19 – Diagramme de Bode du moteur.

La tension u appliquée au moteur est rectangulaire, de fréquence $f_d = 1/T$. Elle est décomposable en série de Fourier, c'est-à-dire qu'on peut l'écrire sous la forme de la somme d'une composante continue et d'une infinité de composantes sinusoïdales de fréquences $f_d, 2f_d, 3f_d, \dots$. Pour que la vitesse soit sensiblement constante, il suffit que toutes les composantes sinusoïdales aient une contribution négligeable. Pour cela, on voit sur le diagramme de Bode qu'il faut :

$$f_d \gg \frac{1}{2\pi \tau_m}$$

La vitesse est alors pratiquement égale à sa valeur moyenne et elle est donc commandée par la composante continue de la tension appliquée à l'induit du moteur :

$$\omega \approx H_{m0} \langle u \rangle$$

On constate que le moteur fonctionne bien alors que la tension à ses bornes n'est pas du tout continue, mais rectangulaire. Par ailleurs, on n'a pas pour l'instant de condition par rapport à la constante de temps électrique τ_e . Il faut cependant noter que l'étude qui vient d'être faite suppose que le montage fonctionne en conduction continue, c'est-à-dire que le courant ne s'annule pas dans une période.

Par ailleurs, on a intérêt à ce que l'ondulation du courant ne soit pas trop grande car l'échauffement de l'induit dépend de la valeur efficace du courant. Or, la valeur efficace I est supérieure à la valeur moyenne I_0 et l'écart est d'autant plus grand que l'ondulation est importante car, si I_a est la valeur efficace de l'ondulation, on a :

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_a^2}$$

Un moteur fonctionnant avec un courant fortement ondulé devra donc être déclassé par rapport à celui qui fonctionne avec un courant bien continu dans des conditions identiques par ailleurs. Il semble donc intéressant de prendre une fréquence de découpage élevée. Il y a néanmoins des limites : le commutateur doit pouvoir assurer correctement son rôle. La fréquence maximale dépend du type de composant utilisé (transistor bipolaire, MOS...) et de l'ordre de grandeur du courant commuté.

4.2.3 Réalisation du commutateur

Un seul composant électronique ne permet pas de réaliser le commutateur K nécessaire au hacheur. On doit donc faire appel à l'association d'un transistor et d'une diode. Le transistor est commandé en commutation, c'est-à-dire comme un interrupteur (*figure 4.20*).

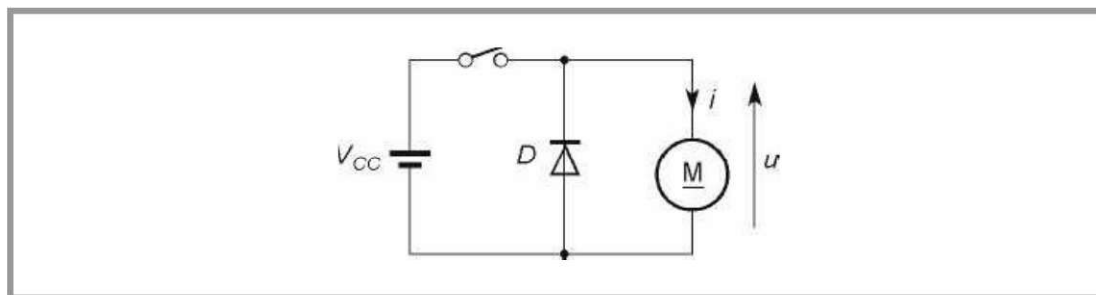


Figure 4.20 – Réalisation du commutateur avec un interrupteur et une diode.

Lorsqu'il est passant, la chute de tension est faible et la tension appliquée au moteur est égale à l'alimentation V_{CC} . À l'instant où l'on commande le blocage du transistor, le courant dans l'induit veut s'annuler brusquement. Comme le circuit est inductif, il apparaît une surtension inverse qui rend la diode passante dès que le

seuil de conduction est atteint. De ce fait, le courant se referme dans cette diode et la cause de la surtension disparaît. À l'échelle des temps où on a tracé les courbes, le phénomène semble instantané : la diode prend tout de suite le relais du transistor. Elle est donc appelée diode de roue libre.

Si l'on regarde de plus près ce qui se passe au moment de la commutation, il apparaît un régime transitoire assez complexe. Sans entrer dans le détail, on conçoit cependant que la diode doive être un modèle « rapide » pour remplir correctement son rôle. La chute de tension aux bornes de la diode passante étant faible, le moteur est à peu près court-circuité. On retrouve donc bien le même fonctionnement qu'avec le commutateur K .

Pour l'interrupteur, il y a plusieurs possibilités. On peut utiliser un transistor bipolaire. Le plus simple est de choisir un type PNP (*figure 4.21.a*) : sa commande est facile du fait que son émetteur est relié à un potentiel fixé V_{CC} et donc que le circuit d'attaque maîtrise la polarisation de la jonction BE. Il est possible d'utiliser un NPN, mais compte tenu du sens du courant, c'est le collecteur qui se retrouve relié à l'alimentation V_{CC} tandis que l'émetteur est à un potentiel variable. Le circuit de commande s'en trouve alors un peu compliqué. Cet inconvénient est minime si la structure est intégrée comme c'est souvent le cas. On peut également éviter le problème en déplaçant le transistor (*figure 4.21.b*).

Avec des transistors bipolaires, les fréquences de commutation peuvent atteindre quelques dizaines de kilohertz. Comme on a vu plus haut qu'il est préférable d'élever cette valeur, on utilise souvent des transistors MOS qui possèdent une plus grande rapidité. On ne rencontre que le type canal N (*figure 4.21.c*). Il est alors possible d'atteindre des fréquences de centaines de kilo-hertz. Un autre avantage du MOS est de ne nécessiter qu'une puissance de commande réduite puisqu'il n'appelle aucun courant sur sa grille en continu. Le transistor bipolaire exige un courant de base assez élevé pour se saturer. Il faut en effet assurer la condition de saturation. Si l'amplification statique en courant du transistor est β , pour commuter un courant de collecteur i_C , on doit imposer un courant de base i_B tel que :

$$i_B > \frac{i_C}{\beta}$$

Pour remédier à ce problème, on utilise parfois un montage Darlington (*figure 4.21.d*). Si les amplifications statiques en courant des deux transistors sont respectivement β_1 et β_2 , celle du montage Darlington est :

$$\beta = \beta_1 \beta_2 + \beta_1 + \beta_2$$

Le courant minimal nécessaire à la saturation est nettement plus faible. Par contre, l'interrupteur obtenu est de moins bonne qualité car le transistor T_2 n'est jamais saturé. En effet, si T_1 est saturé, on obtient pour T_2 :

$$v_{CE2} = v_{BE2} + V_{CEsat1}$$

Cette valeur est supérieure à la tension de saturation V_{CEsat2} du transistor. La chute de tension et l'échauffement sont donc plus élevés que pour un simple transistor.

Par ailleurs, les temps de commutation d'un montage Darlington étant plus grands que ceux d'un transistor, la fréquence maximale de découpage est plus faible.

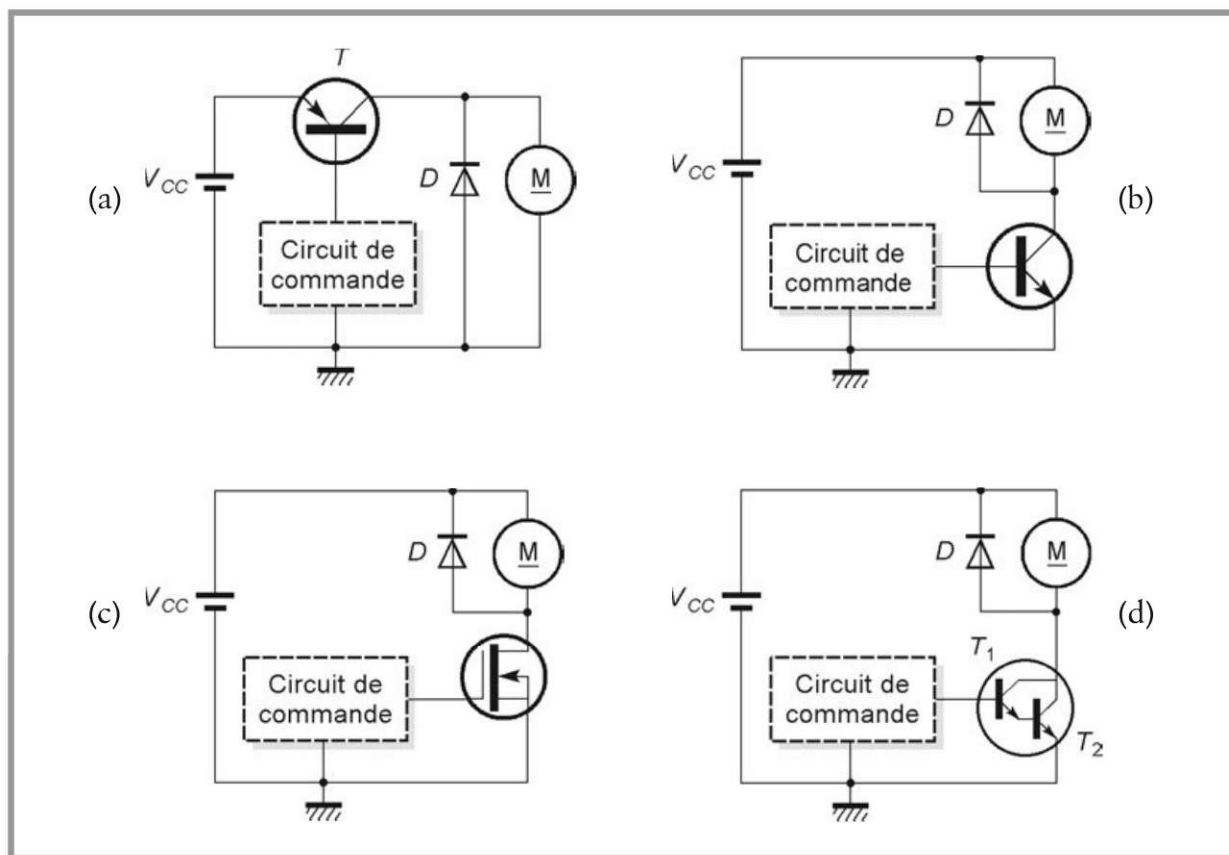


Figure 4.21 – Utilisation d'un transistor bipolaire PNP (a), NPN (b), d'un transistor MOS (c) ou d'un montage Darlington (d).

4.2.4 Commande en modulation de largeur d'impulsion

On a vu que la vitesse du moteur est modifiée par le rapport cyclique du signal de commande des commutations, la fréquence étant fixe. Il faut donc créer un circuit électronique délivrant une tension rectangulaire adaptée à l'attaque du transistor, de fréquence donnée et de rapport cyclique commandé par la tension u_c . On parle de modulation de largeur d'impulsions (MLI ou PWM pour *pulse-width modulation* en anglais). Le schéma de principe (figure 4.22) comporte un générateur de signaux délivrant une tension u_T en dents de scie, de fréquence fixe f_d , qu'on compare au signal de commande u_c (figure 4.23).

À l'échelle des temps utilisée, u_c n'a pas le temps de varier. On obtient alors en sortie un signal rectangulaire de fréquence f_d et de rapport cyclique α . L'équation de u_T dans l'intervalle $[0, T]$ est :

$$u_T = \frac{U}{T} t$$

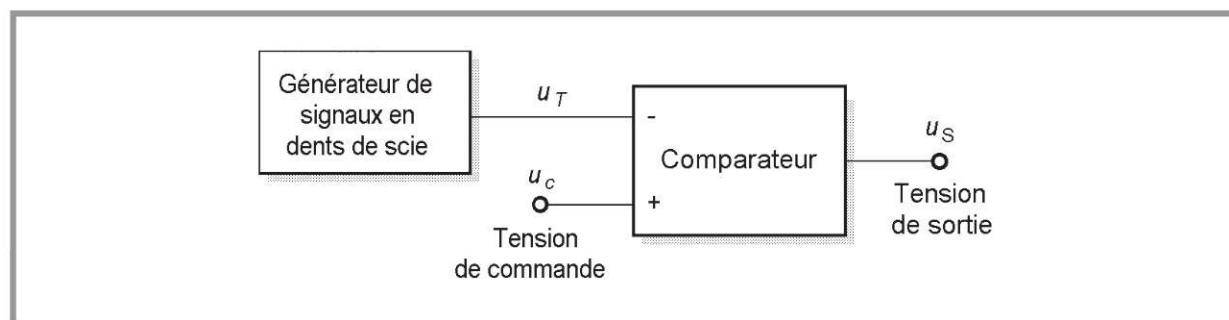


Figure 4.22 – Principe d'un modulateur de largeur d'impulsions.

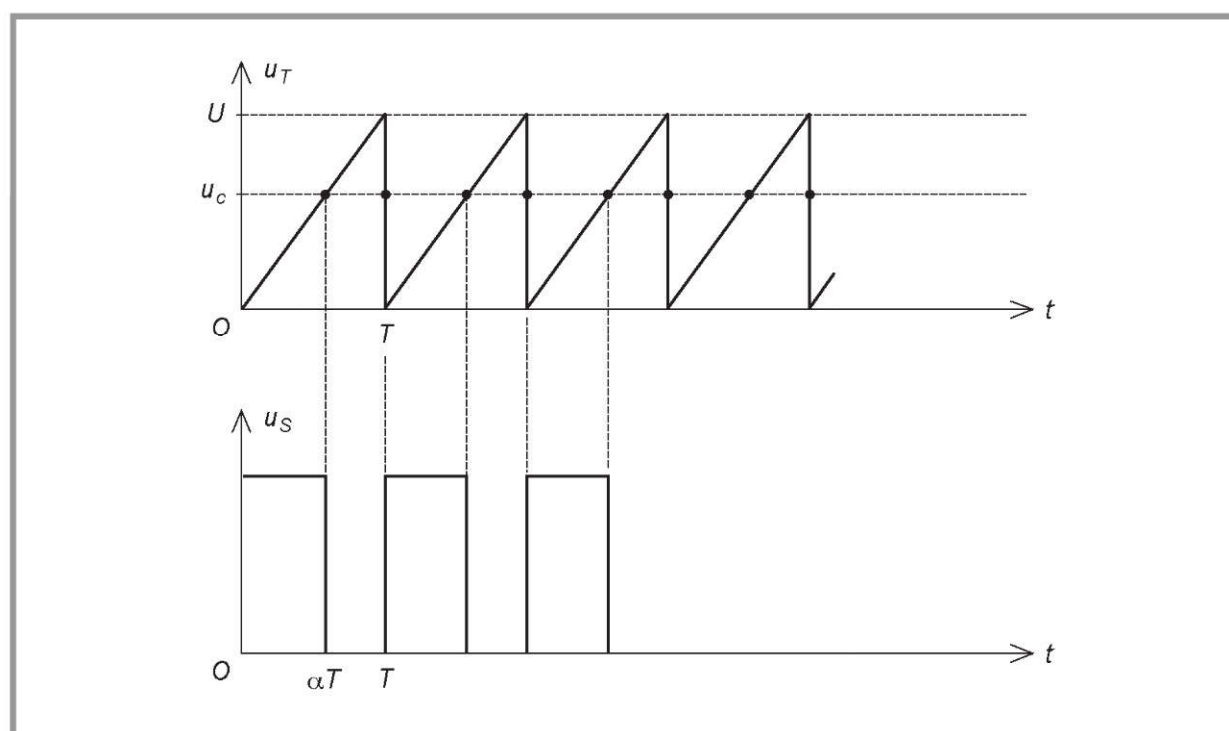


Figure 4.23 – Courbes des tensions pour le modulateur d'impulsions.

Le basculement de u_S se produit à l'instant αT où u_T atteint la valeur u_c :

$$\frac{U}{T} \alpha T = u_c$$

On en déduit :

$$\alpha = \frac{u_c}{U}$$

Si la tension u_c varie de 0 à U , le rapport cyclique α prend des valeurs entre 0 et 1. Le circuit étudié est facilement réalisable avec des composants ordinaires (amplificateurs opérationnels, résistances et condensateurs), mais en pratique, il est intégré dans les circuits spécifiques à la commande des moteurs à courant continu.

4.2.5 Inversion du sens de rotation

Structure en demi-pont

Pour permettre l'inversion du sens de marche, on peut utiliser deux alimentations fixes et un montage en demi-pont (*figure 4.24*). Pour un premier sens de rotation, c'est T_1 et D_2 qui constituent le commutateur tandis que T_2 et D_1 sont constamment bloqués. u et i sont positifs (*figure 4.25*). Pour le second sens de rotation, les rôles sont inversés : T_1 et D_2 restent bloqués et le découpage est assuré par T_2 et D_1 . u et i sont négatifs (*figure 4.26*). Un problème apparaît néanmoins : lorsque T_1 est saturé, c'est l'alimentation V_{CC} du haut qui fournit l'énergie au moteur, mais lorsque D_1 est passante, c'est l'alimentation V_{CC} du bas qui reçoit de l'énergie de la part du moteur. Or, une alimentation électronique ordinaire n'est pas réversible. Elle se termine par un condensateur qui va se charger grâce à l'énergie restituée par le moteur. La tension va augmenter, ce qui risque d'entraîner des dommages.

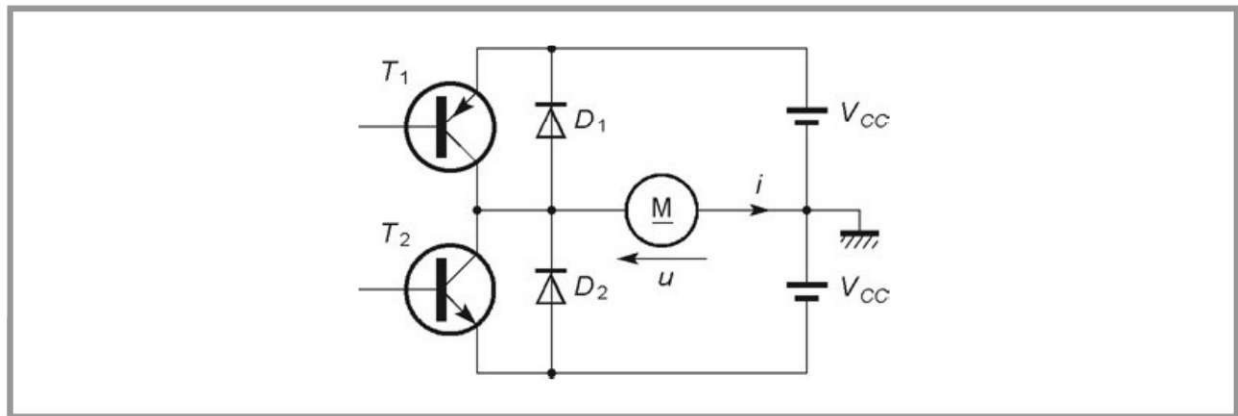


Figure 4.24 – Montage en demi-pont.

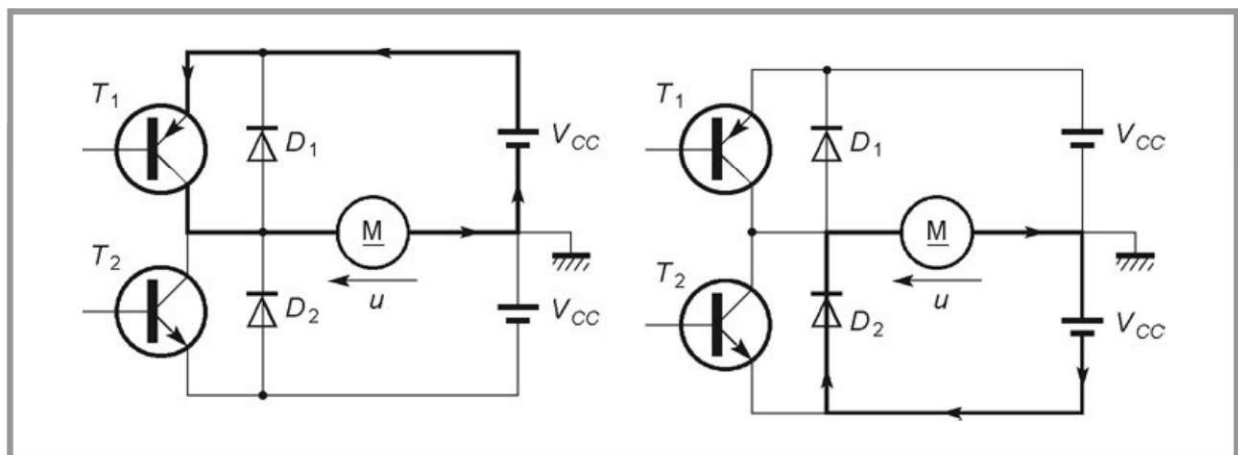


Figure 4.25 – Circulation du courant pour le premier sens de rotation.

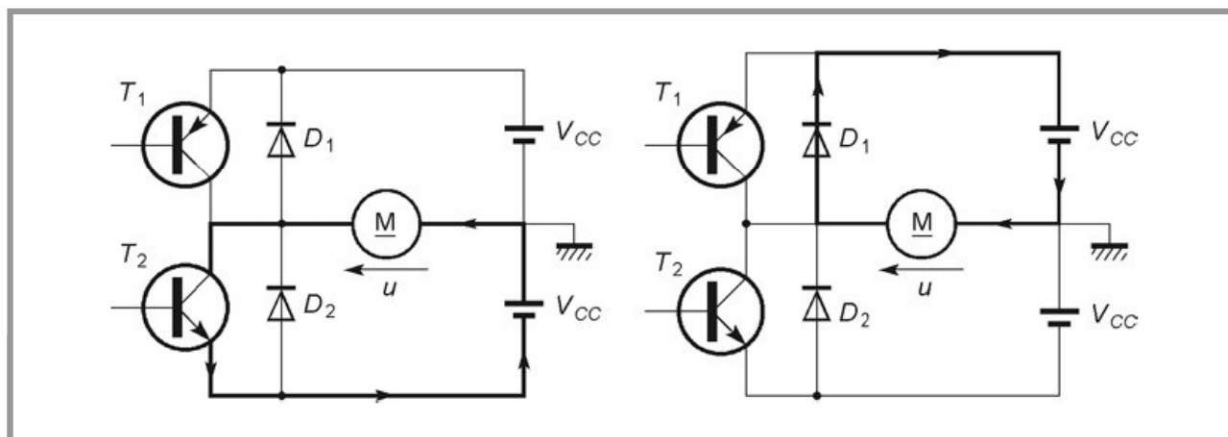


Figure 4.26 – Circulation du courant pour le second sens de rotation.

Structure en pont

Le montage en pont ne pose pas de problème de retour d'énergie car c'est la même alimentation qui intervient dans les deux phases de fonctionnement (figure 4.27). La tension aux bornes du condensateur ne peut donc jamais croître excessivement. De plus, on préfère toujours les circuits qui n'ont besoin que d'une seule source d'alimentation.

Pour obtenir un premier sens de rotation, on bloque T_2 et T_3 , on sature T_1 et on effectue le découpage à l'aide de T_4 . La diode D_2 fait office de diode de roue libre. La tension u appliquée à l'induit vaut alternativement 0 et V_{CC} (figure 4.28), en négligeant les chutes de tension dans les transistors saturés et les diodes passantes.

Pour obtenir le second sens de rotation, on bloque T_1 et T_4 , on sature T_3 et on effectue le découpage à l'aide de T_2 . C'est cette fois D_4 qui joue le rôle de diode de roue libre. La tension u vaut alternativement $-V_{CC}$ et 0 (figure 4.29). Le fonctionnement est identique dans les deux cas, mais avec des polarités opposées pour la tension (et donc un sens inversé pour le courant).

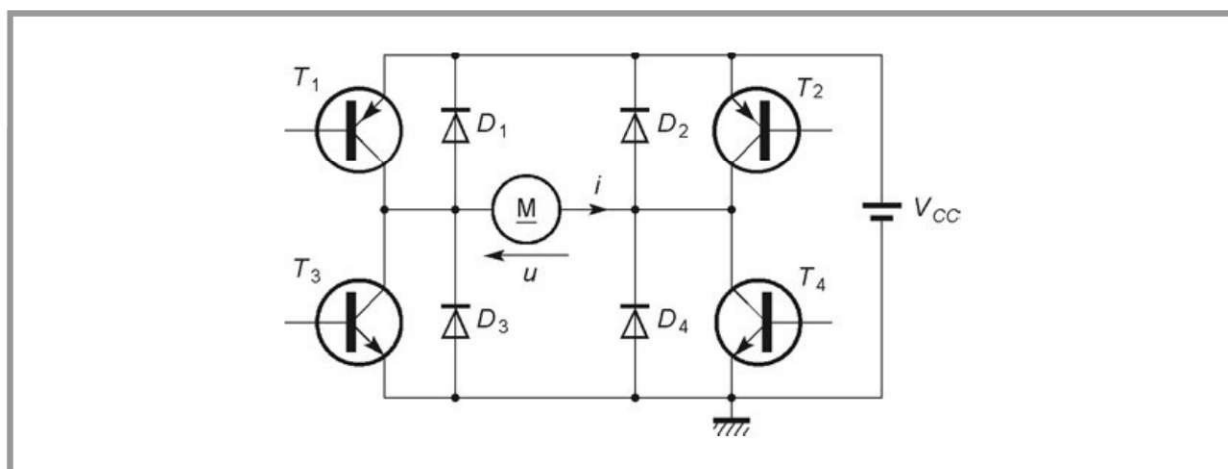


Figure 4.27 – Montage en pont.

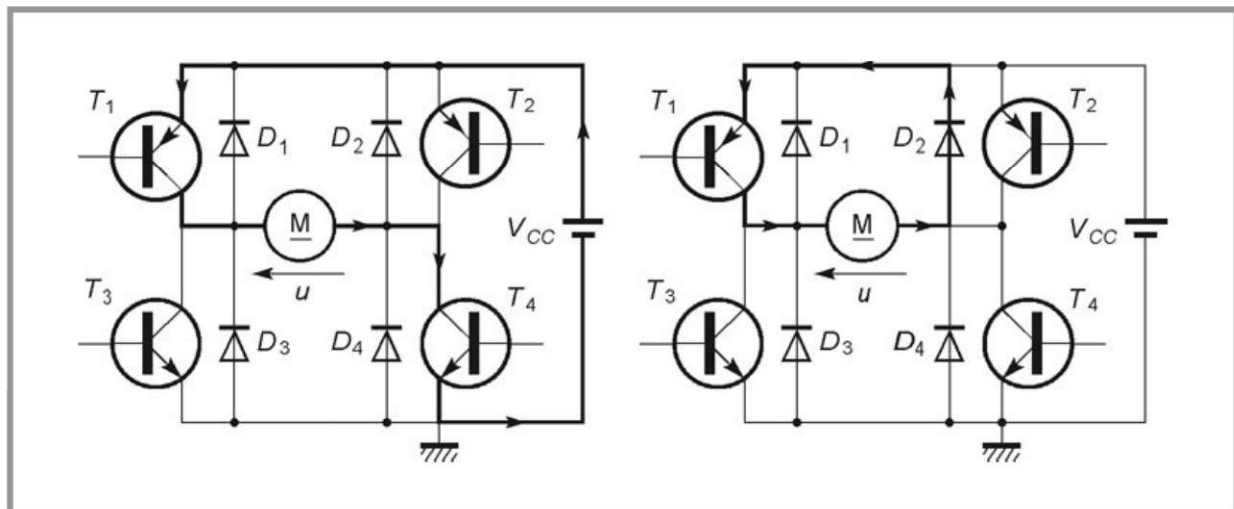


Figure 4.28 – Circulation du courant pour le premier sens de rotation.

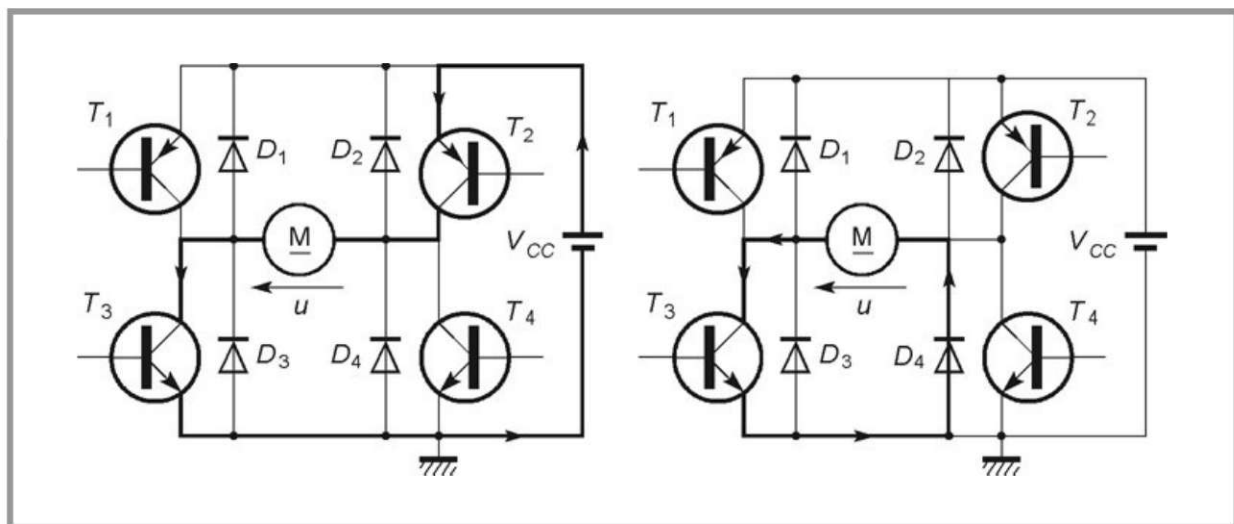


Figure 4.29 – Circulation du courant pour le second sens de rotation.

4.2.6 Asservissement du courant

Il est possible de réaliser une alimentation en courant à partir de composants en commutation. Pour cela, il suffit d'utiliser les étages de puissance déjà décrits en les munissant d'un asservissement du courant de sortie (*figure 4.30*). Lorsque deux transistors sont saturés, le courant i dans l'induit du moteur traverse la résistance de mesure r . La tension à ses bornes, image du courant, est appliquée au circuit de commande. Elle modifie le rapport cyclique du découpage afin de fixer le courant à la valeur désirée.

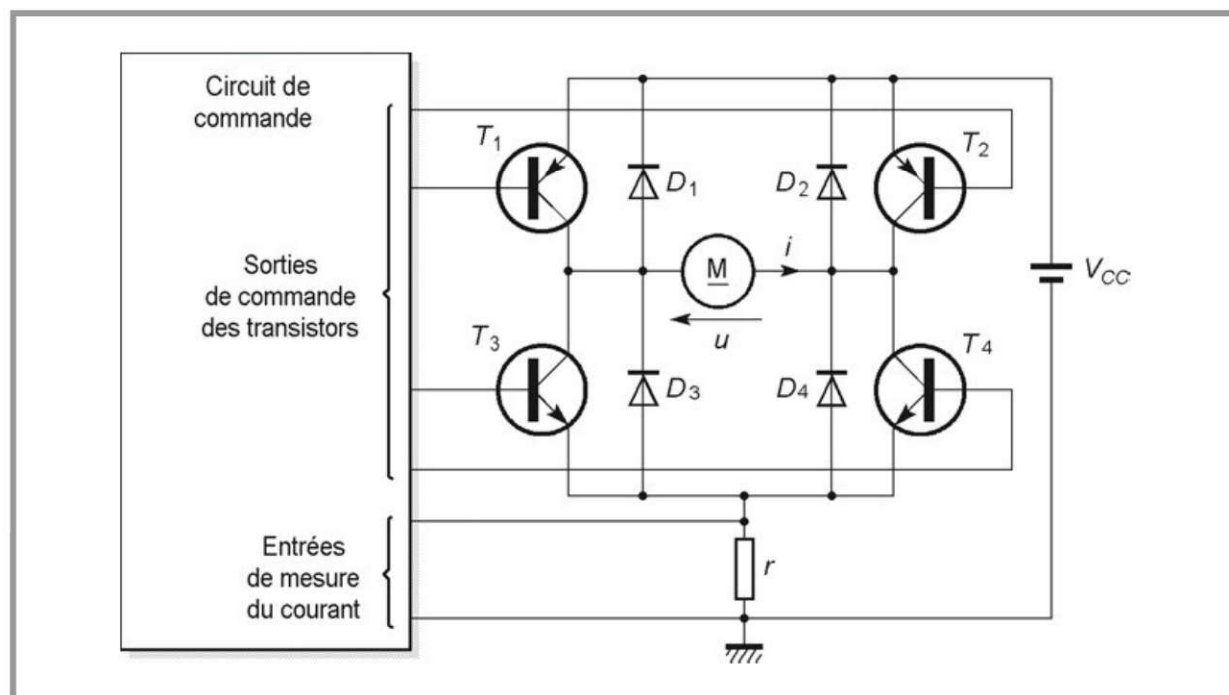


Figure 4.30 – Principe de l'asservissement du courant.

4.3 Exemples de réalisation

4.3.1 Alimentation en courant utilisant un seul circuit intégré

Description

Le circuit L292 de ST permet de réaliser facilement une alimentation en courant fonctionnant par découpage (figure 4.31). Le circuit intégré est décrit par le schéma fonctionnel donné par son constructeur.

L'induit du moteur est alimenté par un pont de quatre transistors bipolaires NPN. Les diodes de roue libre sont externes et doivent être choisies d'un modèle suffisamment rapide. Deux résistances R_{S1} et R_{S2} (de même valeur R_S) donnent une image du courant dans le moteur sous forme d'une tension différentielle v_d obtenue entre les bornes 2 et 3. Quand les transistors T_1 et T_4 sont saturés et les transistors T_2 et T_3 bloqués (figure 4.32), on a :

$$v_d = R_{S1} i$$

Par contre, quand T_2 et T_3 sont saturés et T_1 et T_4 bloqués, on a :

$$v_d = R_{S2} i$$

Compte tenu de l'identité des valeurs des résistances, on a dans tous les cas :

$$v_d = R_S i$$

Figure 4.31 – Alimentation en courant utilisant un circuit intégré L292.

Cette tension différentielle est appliquée à l'entrée d'un amplificateur de transconductance qui délivre un courant :

$$i_d = G v_d$$

Après filtrage par le circuit $R_F C_F$, le signal arrive à l'amplificateur d'erreur qui reçoit par ailleurs une tension issue de l'entrée de commande. Cette tension a subi un décalage continu égal à la tension de référence interne V_r grâce à l'étage d'entrée. Cette opération est nécessaire car le circuit intégré étant alimenté par une seule source V_{CC} , il faut que toutes les tensions restent positives. L'égalité des tensions sur les deux entrées de l'amplificateur opérationnel permet d'exprimer la sortie v_1 de cet étage :

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_r = \frac{R_1 v_1 + R_2 u_c}{R_1 + R_2}$$

$$v_1 = V_r - \frac{R_2}{R_1} u_c$$

L'étage suivant est l'amplificateur d'erreur qui effectue la comparaison entre le courant réel et une valeur de consigne. Il joue également le rôle de correcteur grâce à l'action du circuit $R_c C_c$.

Sa tension de sortie est appliquée à un comparateur qui reçoit sur sa deuxième entrée une tension en dents de scie issue d'un oscillateur interne. Une résistance et un condensateur extérieurs permettent de fixer la fréquence de découpage :

$$f_d = \frac{1}{2R_d C_d}$$

La comparaison permet de modifier le rapport cyclique du découpage. Les quatre sorties du comparateur commandent les quatre transistors du pont qui alimente le moteur.

Élaboration du schéma-bloc

La conception du montage nécessite l'étude des propriétés de l'asservissement. Pour cela, on va établir son schéma-bloc. L'étage de décalage amplifie les composantes variables des tensions par le coefficient $-R_2/R_1$. On a donc, pour les transformées de Laplace des composantes variables des signaux :

$$(1) \quad \tilde{V}_1 = -\frac{R_2}{R_1} \tilde{U}_c$$

La sortie de l'amplificateur de transconductance est une source de courant et elle est suivie du filtre $R_F C_F$. La transformation du générateur de courant en générateur de tension permet de simplifier la mise en équations de l'amplificateur d'erreur (figure 4.33).

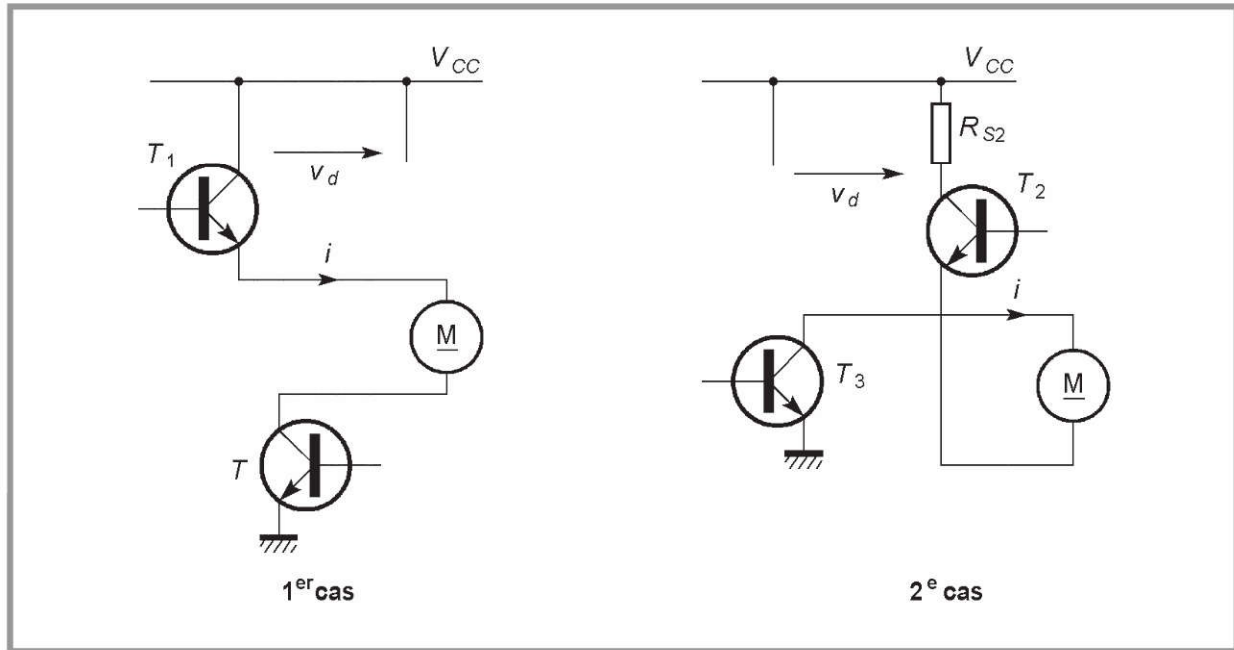


Figure 4.32 – Schémas pour la mise en équation de la détection de courant.

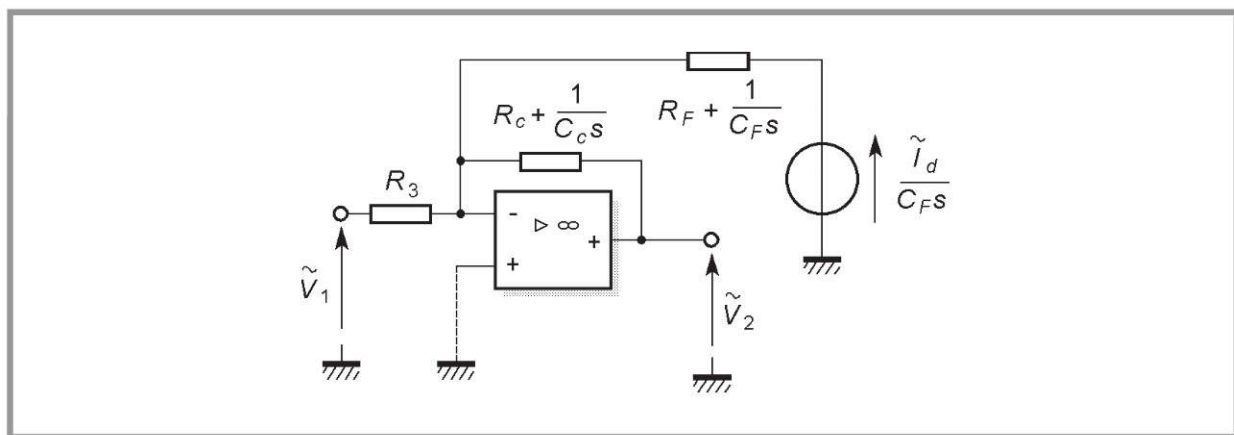


Figure 4.33 – Schéma pour la mise en équations de l'amplificateur d'erreur.

La loi des nœuds sur l'entrée – de l'amplificateur donne :

$$\frac{\tilde{V}_1}{R_3} + \frac{\tilde{V}_2}{R + \frac{1}{C_s}} + \frac{\frac{\tilde{I}_d}{C_F s}}{R_F + \frac{1}{C_F s}} = 0$$

$$(2) \quad \tilde{V}_2 = \frac{1 + R_c C_c s}{R_F C_c s} \left(-\frac{R_F \tilde{I}_d}{1 + R_F C_F s} - \frac{R_F \tilde{V}_1}{R_3} \right)$$

Le découpage effectué par le pont de transistors permet de commander la tension appliquée au moteur par le rapport cyclique α :

$$\alpha V_{CC} = e' + Ri + L \frac{di}{dt}$$

Le comparateur fait varier le rapport cyclique avec la tension v_2 :

$$\alpha = \frac{2}{V_r} v_2$$

À l'échelle du découpage, e' est constante et on a pour les transformées de Laplace des composantes variables des signaux :

$$\frac{2V_{CC}}{V_r} \tilde{V}_2 = R\tilde{I} + Ls\tilde{I}$$

$$(3) \quad \tilde{I} = \frac{H_0}{1 + \frac{L}{R}s}$$

en posant :

$$H_0 = \frac{2}{R} \frac{V_{CC}}{V_r}$$

Par ailleurs, les relations déjà écrites pour l'amplificateur de transconductance et les résistances R_{S1} et R_{S2} donnent, toujours en transformées de Laplace :

$$(4) \quad \tilde{I}_d = GR_S \tilde{I}$$

Les relations (1) à (4) permettent de tracer le schéma-bloc (figure 4.34).

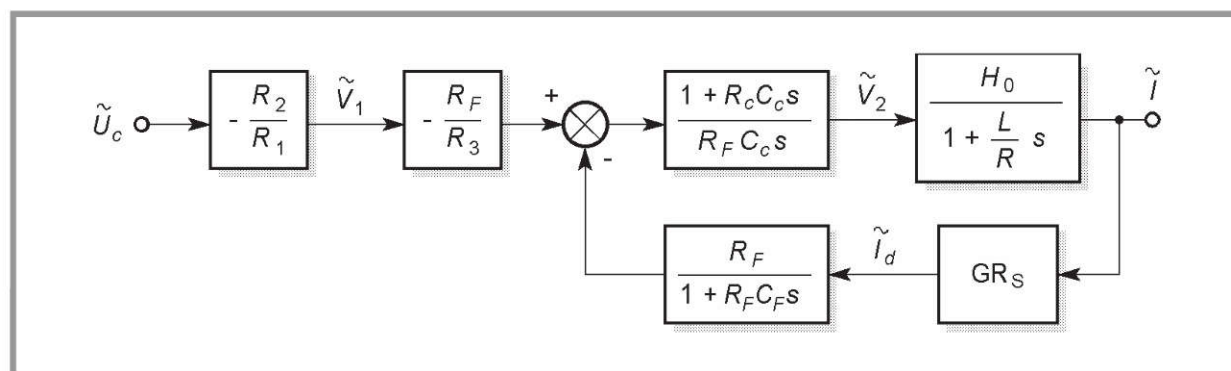


Figure 4.34 – Schéma-bloc de l'asservissement de courant.

Propriétés de l'asservissement

Compensation de pôle

Le correcteur effectue une compensation de pôle. Pour cela, on choisit :

$$R_c C_c = \frac{L}{R}$$

Quand cette condition est remplie, la transmittance du système s'écrit :

$$\begin{aligned}\tilde{T} = \frac{\tilde{I}}{\tilde{U}_c} &= \frac{R_2 R_F}{R_1 R_3} \frac{\frac{H_0}{R_F C_c s}}{1 + \frac{H_0}{R_F C_c s} \frac{R_F}{1 + R_F C_F s} G R_S} \\ \tilde{T} &= \frac{R_2}{R_1 R_3 G R_S} \frac{1 + R_F C_F s}{1 + \frac{C_c}{H_0 G R_S} s + \frac{R_F C_F C_c}{H_0 G R_S} s^2}\end{aligned}$$

La transmittance statique est alors :

$$T_0 = \frac{R_2}{R_1 R_3 G R_S}$$

Stabilité

L'étude de la stabilité se fait sur la transmittance isochrone en boucle ouverte. On ne considère que la partie bouclée du schéma-bloc et on remplace la variable s des transmittances isomorphes par $j2\pi f$ pour les transmittances isochrones. On obtient ainsi :

$$\underline{L} = \frac{H_0 G R_S}{C_c} \frac{1}{j2\pi f (1 + jR_F C_F 2\pi f)}$$

On peut représenter le diagramme de Bode de cette transmittance (*figure 4.35*). La marge de phase du système est définie par :

$$m_\varphi = (\arg \underline{L})|_{|\underline{L}|=1} + 180^\circ$$

Un ordre de grandeur satisfaisant pour ce paramètre est 45° , ce qui implique que l'argument doit prendre la valeur -135° lorsque le module vaut 1. Or :

$$\arg L = -90^\circ - \text{Arc tan}(R_F C_F 2\pi f)$$

ce qui donne :

$$\text{Arc tan}(R_F C_F 2\pi f) = 45^\circ$$

$$f = \frac{1}{2\pi R_F C_F}$$

À cette fréquence, le module de la transmittance est :

$$|\underline{L}| = \frac{H_0 G R_S R_F C_F}{C_c \sqrt{2}}$$

Pour avoir un module égal à 1, il faut donc :

$$\frac{H_0 G R_S R_F C_F}{C_c \sqrt{2}} = 1$$

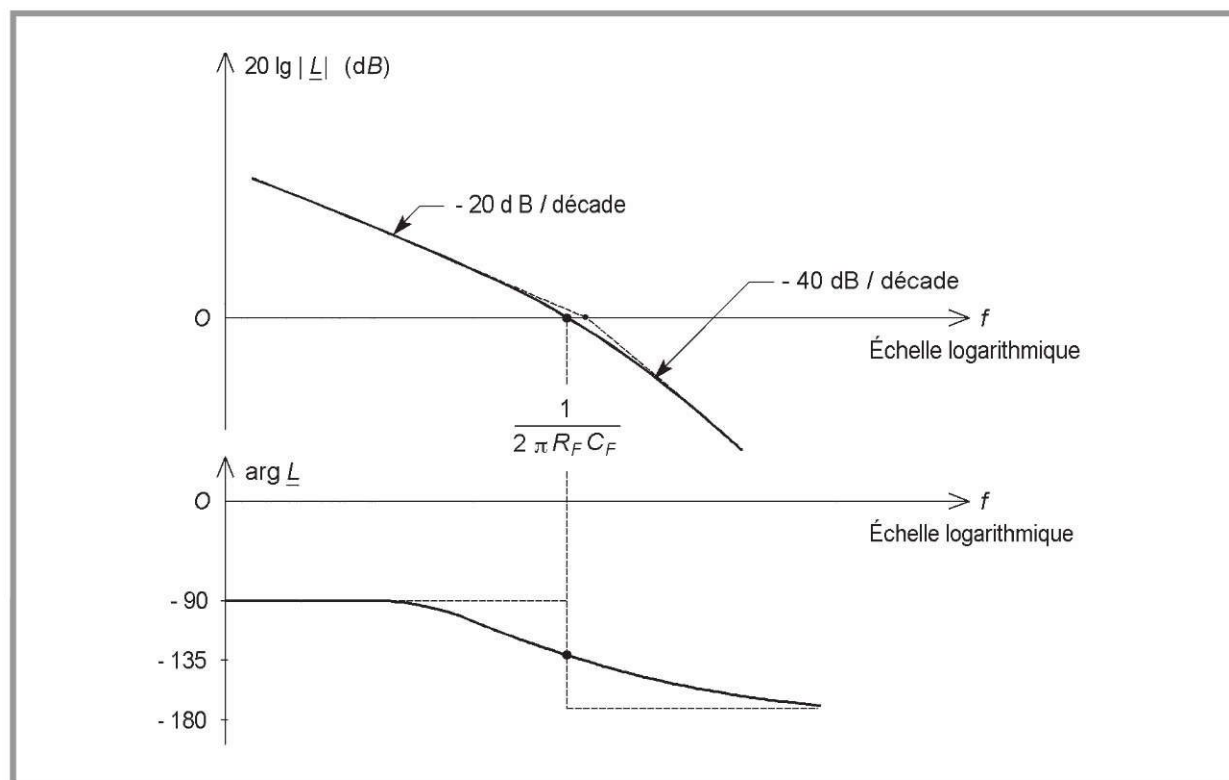


Figure 4.35 – Diagramme de Bode en boucle ouverte.

Rapidité de réponse

On peut mettre la transmittance en boucle fermée sous sa forme normalisée :

$$\tilde{T} = T_0 \frac{1 + \frac{s}{2m\Omega_0}}{1 + \frac{2m}{\Omega_0}s + \frac{s^2}{\Omega_0^2}}$$

La pulsation propre Ω_0 et le coefficient d'amortissement réduit m s'expriment par :

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{H_0 G R_S}{C_c R_F C_F}}$$

$$m = \sqrt{\frac{C_c}{4R_F C_F H_0 G R_S}}$$

Le temps de réponse pour une entrée en échelon est minimal lorsque m vaut 0,7, ce qui donne :

$$\frac{C_c}{R_F C_F H_0 G R_S} = 2$$

Cette égalité est incompatible avec celle qui correspond à la marge de phase de 45°. Si on la respecte, on obtient une marge de stabilité supérieure, ce qui n'est pas gênant.

Bande passante

Avec $m = 0,7$, la transmittance isochrone du système devient :

$$\underline{T} = T_0 \frac{1 + R_F C_F j 2\pi f}{1 + 2R_F C_F j 2\pi f - 2R_F C_F (2\pi f)^2}$$

La fréquence de coupure f_T est obtenue lorsque :

$$|\underline{T}| = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$$

ce qui donne :

$$f_T = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{2} \frac{1}{2\pi R_F C_F}$$

Exemple numérique

On veut commander un moteur dont la résistance est $R = 5 \Omega$ et l'inductance $L = 5 \text{ mH}$. La tension d'alimentation est $V_{CC} = 24 \text{ V}$. On veut atteindre un courant $i = 2 \text{ A}$ lorsque la tension de commande vaut $u_c = 10 \text{ V}$. La bande passante souhaitée est $f_T = 3 \text{ kHz}$.

La valeur de R_S est fixée par la transmittance statique :

$$R_S = \frac{R_2}{R_1 R_3 G T_0}$$

La notice du composant donne $R_1 = 12 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 7,2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 5 \text{ k}\Omega$ et $G = 2,5 \text{ mS}$. On obtient alors :

$$R_S = \frac{7,2}{12 \times 5 \times 2,5} \frac{10}{2} = 0,24 \Omega$$

On prend une valeur normalisée de $0,22 \Omega$.

Le coefficient H_0 est fixé par la tension d'alimentation :

$$H_0 = \frac{2}{R} \frac{V_{CC}}{V_r}$$

La notice précise que la tension de référence interne V_r vaut 8 V , ce qui conduit à :

$$H_0 = \frac{2}{5} \times \frac{24}{8} = 1,2 \text{ S}$$

La bande passante impose le produit $R_F C_F$:

$$R_F C_F = \frac{1}{2\pi f_T} \frac{2}{\sqrt{1 + \sqrt{5}}} = 47,7 \mu\text{s}$$

On choisit par exemple $C_F = 100 \text{ nF}$ et $R_F = 470 \Omega$.

Le choix de $m = 0,7$ impose la valeur de C_c :

$$C_c = 2R_F C_F H_0 R_S$$

$$C_c = 2 \times 470 \times 100 \times 10^{-9} \times 1,2 \times 0,22 = 63 \text{ nF}$$

On prend une valeur normalisée de 68 nF .

La condition de compensation du pôle fixe la valeur de R_c :

$$R_c = \frac{L}{R C_c}$$

$$R_c = \frac{5 \times 10^{-3}}{5 \times 68 \times 10^{-9}} = 14,7 \text{ k}\Omega$$

Une valeur normalisée de 15 k Ω convient.

Il reste enfin à choisir la fréquence de découpage. Une valeur située juste au-dessus du domaine audio est la plus favorable. On choisit par exemple 25 kHz. On peut alors calculer le produit $R_d C_d$:

$$R_d C_d = \frac{1}{2f_d}$$

$$R_d C_d = \frac{1}{2 \times 25 \times 10^3} = 20 \text{ }\mu\text{s}$$

On peut prendre $R_d = 15 \text{ k}\Omega$ et $C_d = 1,5 \text{ nF}$.

4.3.2 Alimentation en courant utilisant deux circuits intégrés

Ce montage (*figure 4.36*) utilise deux circuits intégrés *ST* :

- un pont de quatre transistors MOS L6203 ;
- un circuit de commande du courant par découpage L6506.

Bien que la vocation de ce dernier composant soit la commande de moteur pas-à-pas, il peut aussi être utilisé pour les moteurs à courant continu, mais seule une moitié du circuit est nécessaire. Un oscillateur interne fournit le signal de découpage. Sa fréquence est définie par deux éléments extérieurs, une résistance R_d et un condensateur C_d :

$$f_d = \frac{1}{R_d C_d \ln 2}$$

La tension de sortie de l'oscillateur est appliquée à l'entrée *S* de mise à 1 de deux bascules internes. Leur entrée *R* de remise à zéro est attaquée par la sortie d'un comparateur qui reçoit sur l'entrée + une tension de référence externe V_r et sur l'entrée – une tension prélevée aux bornes d'une petite résistance R_s de mesure du courant. L'intensité maximale est :

$$I_M = \frac{V_r}{R_s}$$

Dans notre cas, la tension de référence V_{r1} du premier comparateur est la tension de commande u_c . On agit ainsi sur le courant maximal dans le moteur :

$$I_M = \frac{u_c}{R_s}$$

Les entrées E_1 et E_2 sont utilisées pour commander le sens de rotation de la machine. Les sorties S_1 et S_2 permettent d'attaquer les entrées du pont de transistors qui assure le découpage de la tension aux bornes du moteur.

Figure 4.36 – Alimentation en courant utilisant un circuit L6203 associé à un L6506.



MOTEURS À COURANT CONTINU SANS BALAIS

Les moteurs à courant continu sont tout à fait adaptés aux fonctionnements en régime variable, mais ils présentent de gros inconvénients liés à la présence du contact mobile entre balais et collecteur (entretien, problèmes de commutation...). On a donc cherché à les remplacer par des machines qui utilisent un commutateur électronique à la place du commutateur mécanique : ce sont les moteurs à courant continu sans balais.

5.1 Généralités

5.1.1 Description

Dans un moteur à courant continu classique, le rotor porte les enroulements tandis que le stator est muni d'aimants. Cette structure est imposée pour pouvoir utiliser un contact mobile assurant les commutations de courant nécessaires au fonctionnement en continu, mais elle n'est pas favorable au comportement thermique de la machine puisque la chaleur créée par l'effet Joule dans l'induit ne peut pas se dissiper facilement. Quand on n'a pas besoin de balais et de collecteur, c'est naturellement le stator qui porte les enroulements et le rotor qui est aimanté. La chaleur due à l'effet Joule ne rencontre pas d'obstacle à son évacuation. Cette disposition est adoptée pour les moteurs à courant continu sans balais (*figure 5.1*).

L'enroulement est souvent triphasé, mais on rencontre aussi des machines à quatre phases. Il peut être à pôles saillants ou plus souvent réparti dans des encoches. La structure électromagnétique de la machine est analogue à celle d'un moteur synchrone à aimant ou d'un moteur pas-à-pas à aimant.

La particularité de la machine à courant continu sans balais est que le stator est muni de capteurs qui permettent de détecter la position du rotor afin de commander l'électronique qui assure les commutations des courants dans les phases. On rencontre surtout des capteurs à effet Hall, mais on utilise également des dispositifs optiques. Dans les moteurs à courant continu classiques, cette fonction de détection est automatiquement assurée par le positionnement des balais par rapport au collecteur.

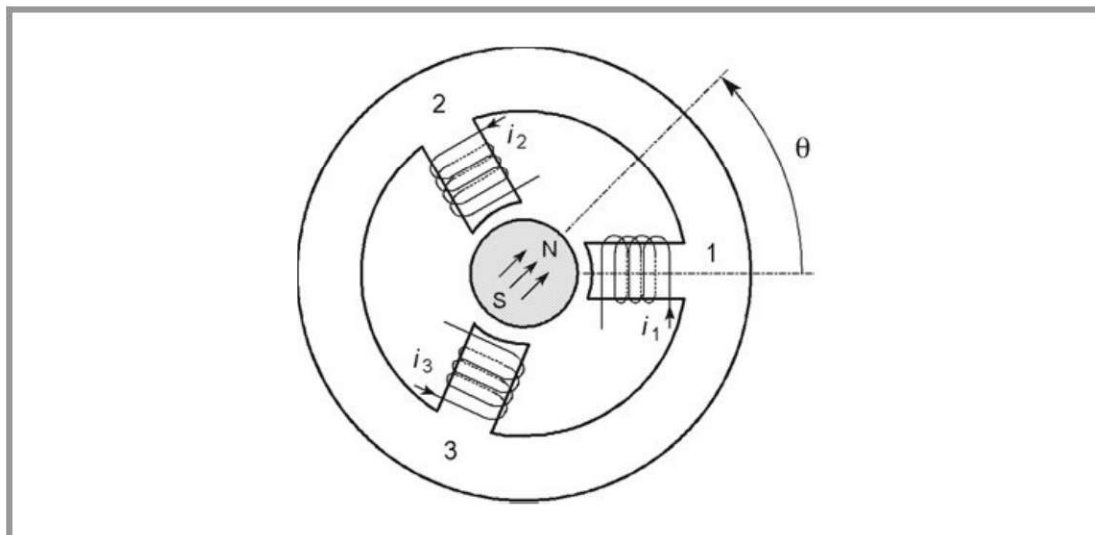


Figure 5.1 – Structure élémentaire d'un moteur à courant continu sans balais.

L'étude du moteur lui-même est indissociable de celle de l'électronique qui lui est liée. On a en fait une machine alternative qui est transformée en moteur à courant continu quand on y inclut les circuits électroniques assurant les commutations (figure 5.2).

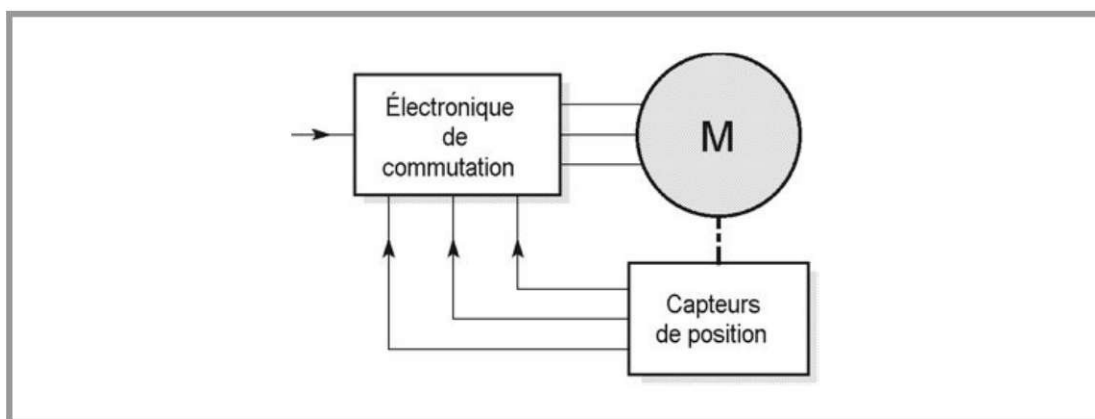


Figure 5.2 – Organisation du système complet.

5.1.2 Principe

Considérons le cas le plus courant, la machine triphasée. Lorsque le rotor est en mouvement, les enroulements sont le siège de forces contre-électromotrices induites. Leur variation dépend de la forme des aimants et de la répartition des conducteurs le long de l'entrefer. Dans les machines alternatives classiques, destinées à être alimentées en sinusoïdal, les constructeurs font en sorte qu'à vitesse fixe, la variation des forces contre-électromotrices en fonction de la position du rotor soit sinusoïdale afin d'obtenir un couple constant. Par contre, dans le cas des moteurs à courant continu sans balais, on souhaite alimenter les enroulements par des courants en créneaux pour simplifier l'électronique correspondante.

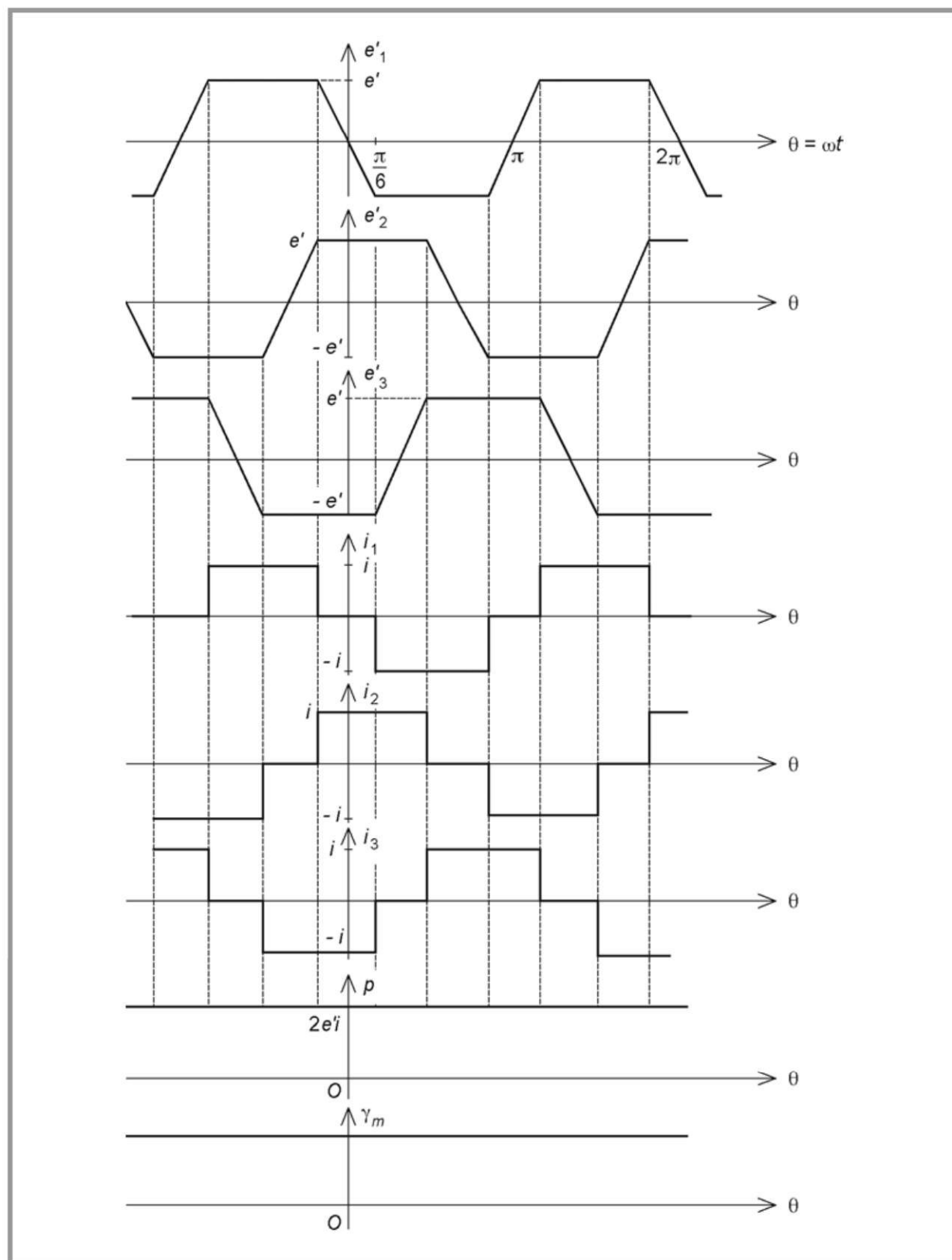


Figure 5.3 – Courbes des forces électromotrices et des courants dans une machine triphasée.

Afin d'obtenir un couple constant, les fabricants font en sorte que la variation des forces contre-électromotrices en fonction de la position du rotor à vitesse fixée soit trapézoïdale (*figure 5.3*). L'électronique de commutation impose alors un courant constant i quand une force électromotrice est égale à la valeur e' et un courant opposé $-i$ lorsque la force contre-électromotrice est $-e'$. La puissance instantanée transformée est égale à la somme des puissances de chaque phase :

$$p = e'_1 i_1 + e'_2 i_2 + e'_3 i_3$$

On constate sur les courbes que cette puissance est constante et qu'elle s'exprime par :

$$p = 3 \times \frac{2}{3} e' i = 2e' i$$

Le couple électromagnétique γ est donc également constant puisque :

$$p = \gamma \omega$$

Par ailleurs, l'amplitude e' des forces contre-électromotrices est proportionnelle à la vitesse de rotation ω :

$$e' = \lambda_1 \omega$$

λ_1 est la constante de force contre-électromotrice par phase. On en déduit :

$$p = 2\lambda_1 \omega i$$

Ce qui donne pour le couple :

$$\gamma = 2\lambda_1 i$$

Cette relation est de la même forme que celle qu'on avait obtenue pour le moteur à courant continu :

$$\gamma = \lambda i$$

λ est la constante de couple de la machine. Il faut la distinguer de λ_1 qui est une constante définie pour une seule phase.

5.1.3 Avantages

Les machines à courant continu sans balais présentent de nombreux avantages par rapport aux moteurs à courant continu classiques :

- l'entretien est bien moindre puisqu'il n'y a pas d'usure de contacts mobiles (pas de balais) ;
- il n'y a pas de limitations dues aux phénomènes de commutation ;
- il n'y a pas d'étincelles qui empêchent l'utilisation en atmosphère explosive ;
- le comportement thermique est meilleur puisque les pertes par effet Joule sont produites au stator ;
- l'inertie du rotor est moindre (pas de collecteur).

Si la machine à courant continu sans balais apparaît comme une solution techniquement intéressante, il faut toutefois prendre en compte le coût de l'ensemble du système (moteur, capteurs et électronique). Compte tenu de la simplicité de son alimentation électronique, la machine à courant continu classique soutient bien la comparaison.

5.2 Différentes configurations d'enroulements

5.2.1 Moteur à trois phases en étoile à alimentation bidirectionnelle

Pour obtenir le fonctionnement décrit précédemment, on peut connecter les trois phases en étoile en reliant ensemble une extrémité de chaque bobine (*figure 5.4*) et appliquer une alimentation bidirectionnelle entre chaque borne 1, 2 ou 3 et le commun.

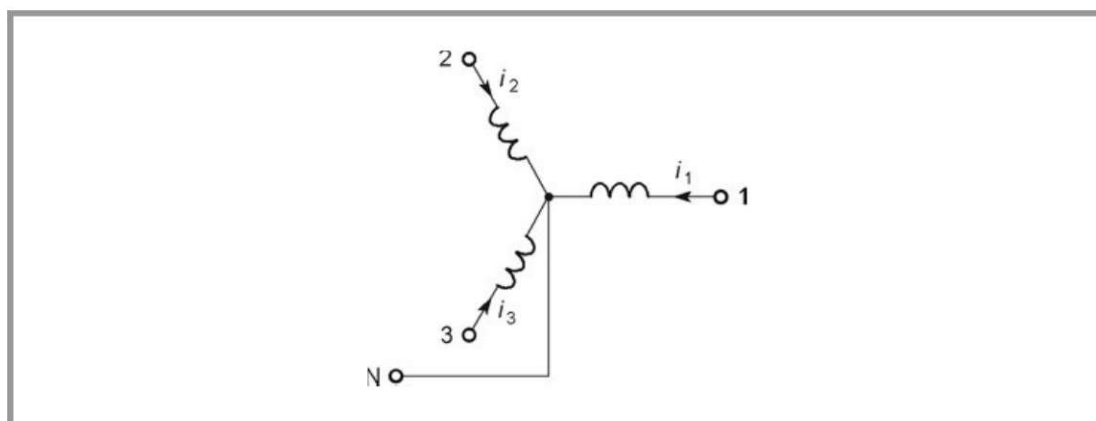


Figure 5.4 – Moteur triphasé en étoile avec neutre.

En fait, comme on a toujours deux phases utilisées en sens inverse en même temps, il n'y a aucun courant dans le fil commun et on peut donc le supprimer (*figure 5.5*) et alimenter deux phases en série.

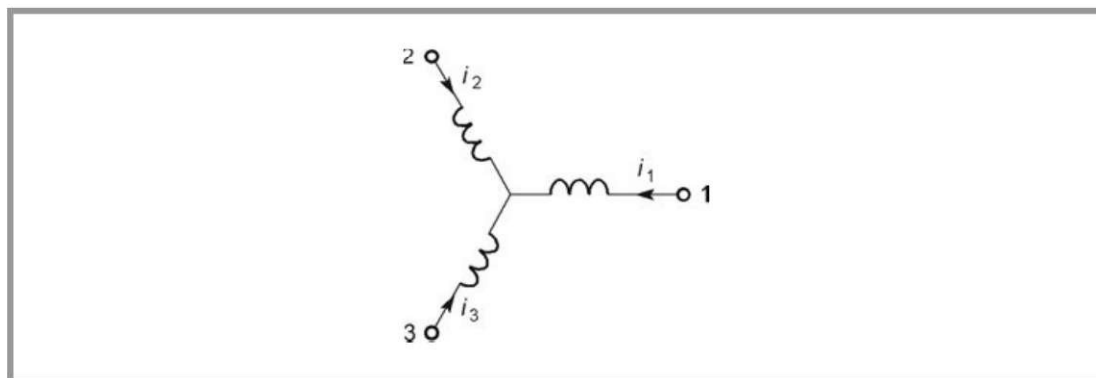


Figure 5.5 – Moteur triphasé en étoile sans neutre.

Suivant les enroulements commutés, on obtient six cas différents pour la circulation du courant (*figure 5.6*).

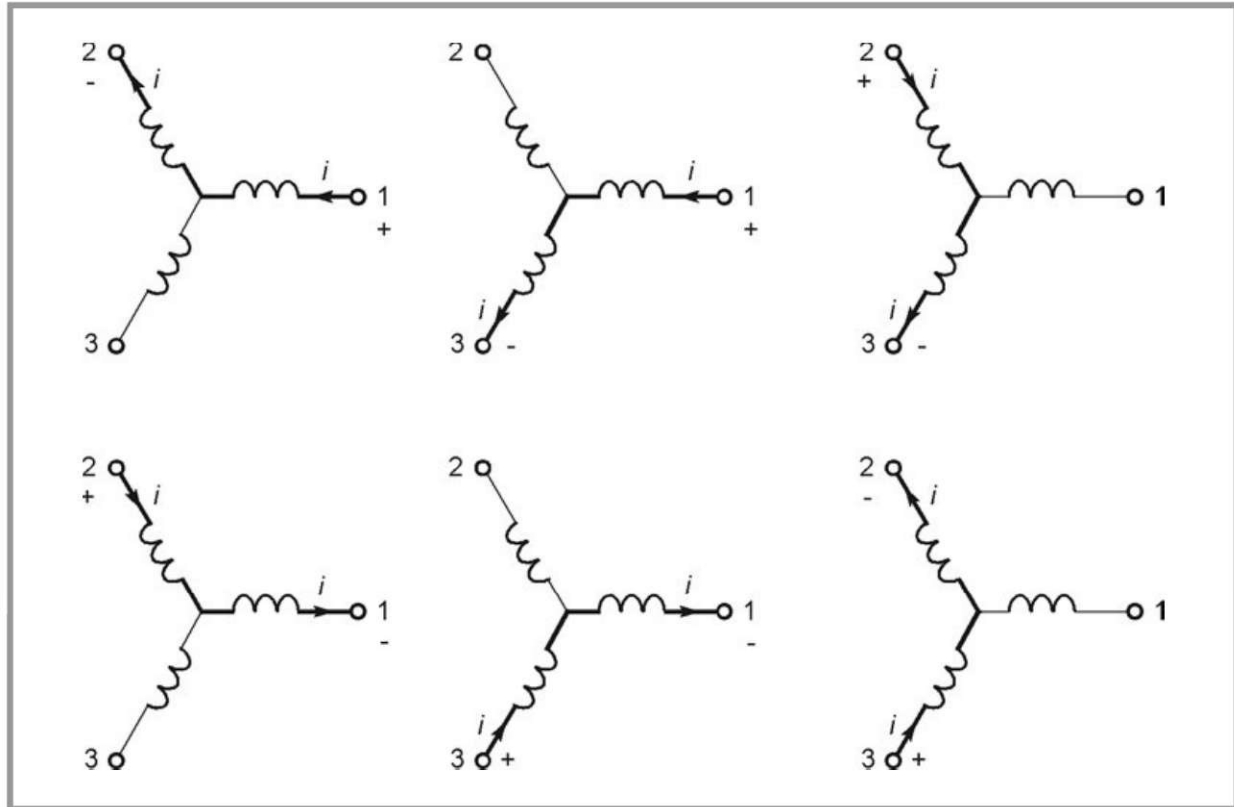


Figure 5.6 – Commutation du courant dans les phases d'un moteur triphasé en étoile avec une alimentation bidirectionnelle.

5.2.2 Moteur à trois phases en étoile à alimentation unidirectionnelle

Il arrive que pour des raisons d'économie au niveau de l'alimentation, on ne prévoit pas d'inverser les courants. Dans ce cas, la connexion du neutre est indispensable. On applique une alimentation unidirectionnelle entre chaque borne 1, 2 ou 3 et le commun. On obtient ainsi trois cas différents pour la circulation du courant (*figure 5.7*). Le couple obtenu est encore constant, mais il est divisé par 2 par rapport au cas de l'alimentation bidirectionnelle (*figure 5.8*) :

$$p = 3 \times \frac{1}{3} e' i$$

$$\gamma = \lambda_1 i$$

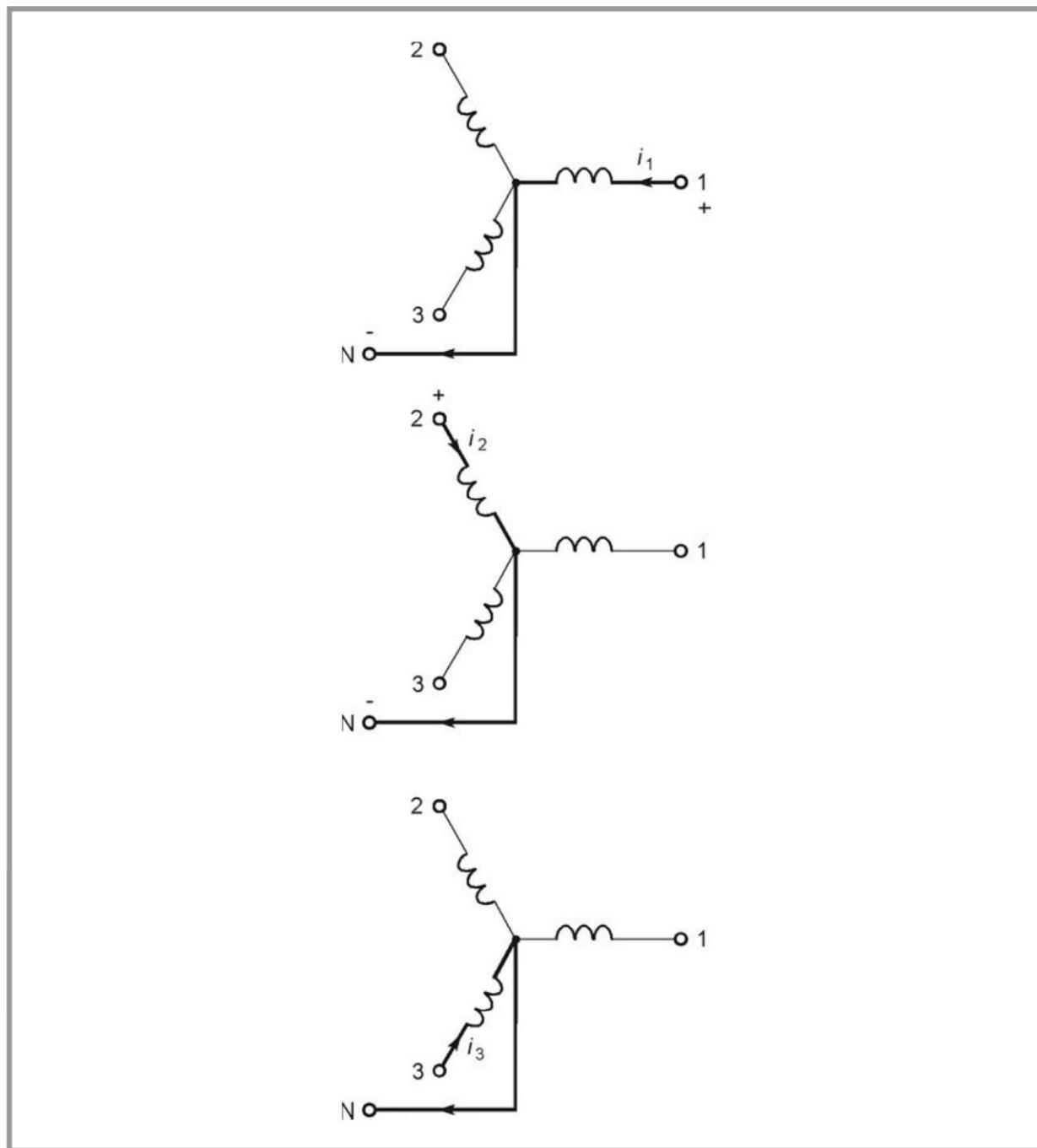


Figure 5.7 – Commutation du courant dans les phases d'un moteur triphasé en étoile avec une alimentation unidirectionnelle.

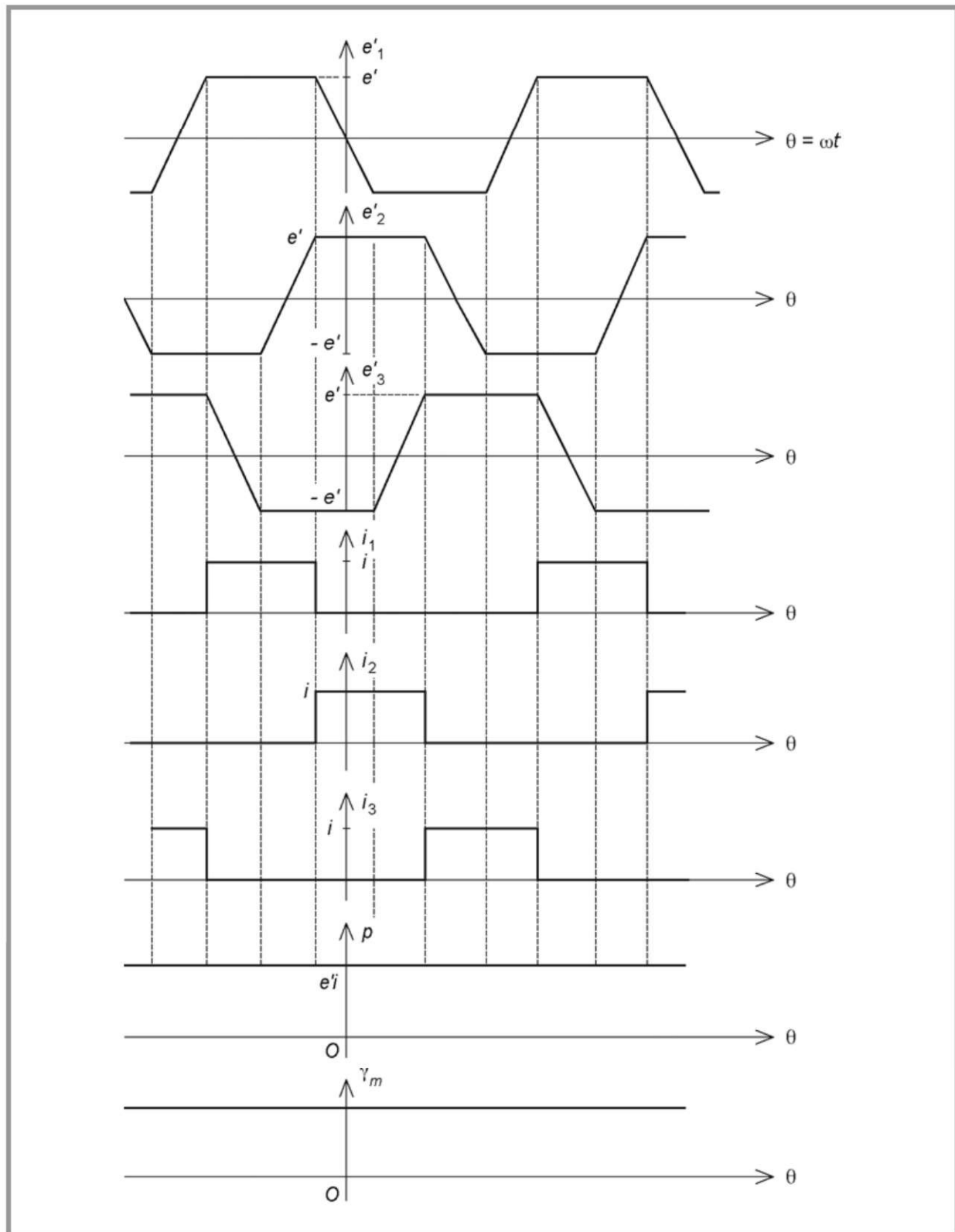


Figure 5.8 – Courbes des forces contre-électromotrices et des courants pour un moteur triphasé en étoile dans le cas d'une alimentation unidirectionnelle.

5.2.3 Moteur à trois phases en triangle

On peut également connecter les enroulements en triangle (*figure 5.9*).

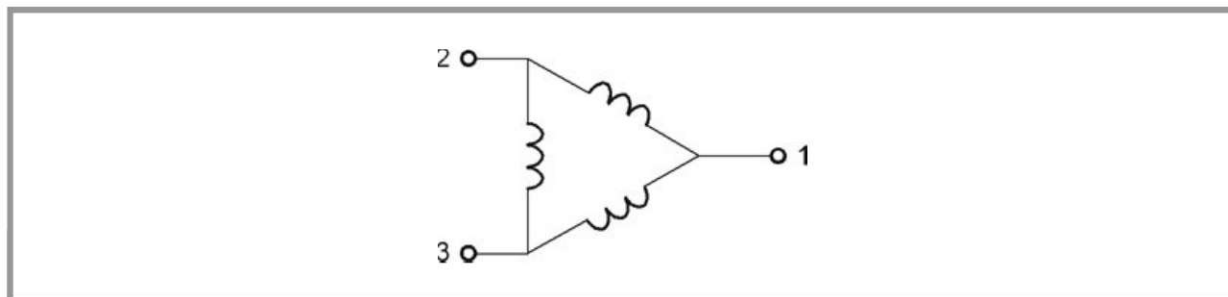


Figure 5.9 – Moteur triphasé en triangle.

Dans ce cas, le courant se partage entre deux branches, l'une formée par une seule phase, l'autre par deux phases en série. L'application des tensions entre les bornes 1, 2 et 3 est la même qu'avec le couplage étoile en alimentation bidirectionnelle, mais la distribution du courant dans les enroulements est différente. Un tiers de l'intensité en ligne circule dans les deux phases en série tandis que les deux autres tiers parcourent la phase seule (*figure 5.10*). Les courbes des courants montrent que la puissance instantanée et donc le couple ne sont pas tout à fait constants (*figure 5.11*).

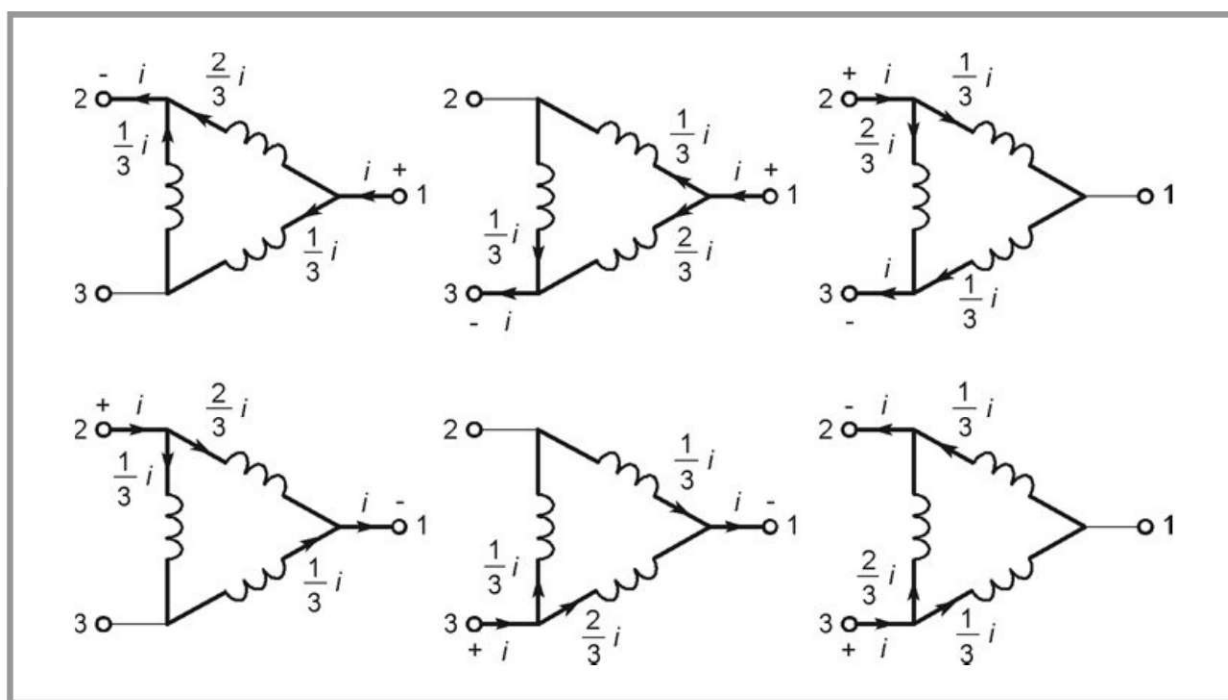


Figure 5.10 – Commutation du courant dans les phases d'un moteur triphasé en triangle.

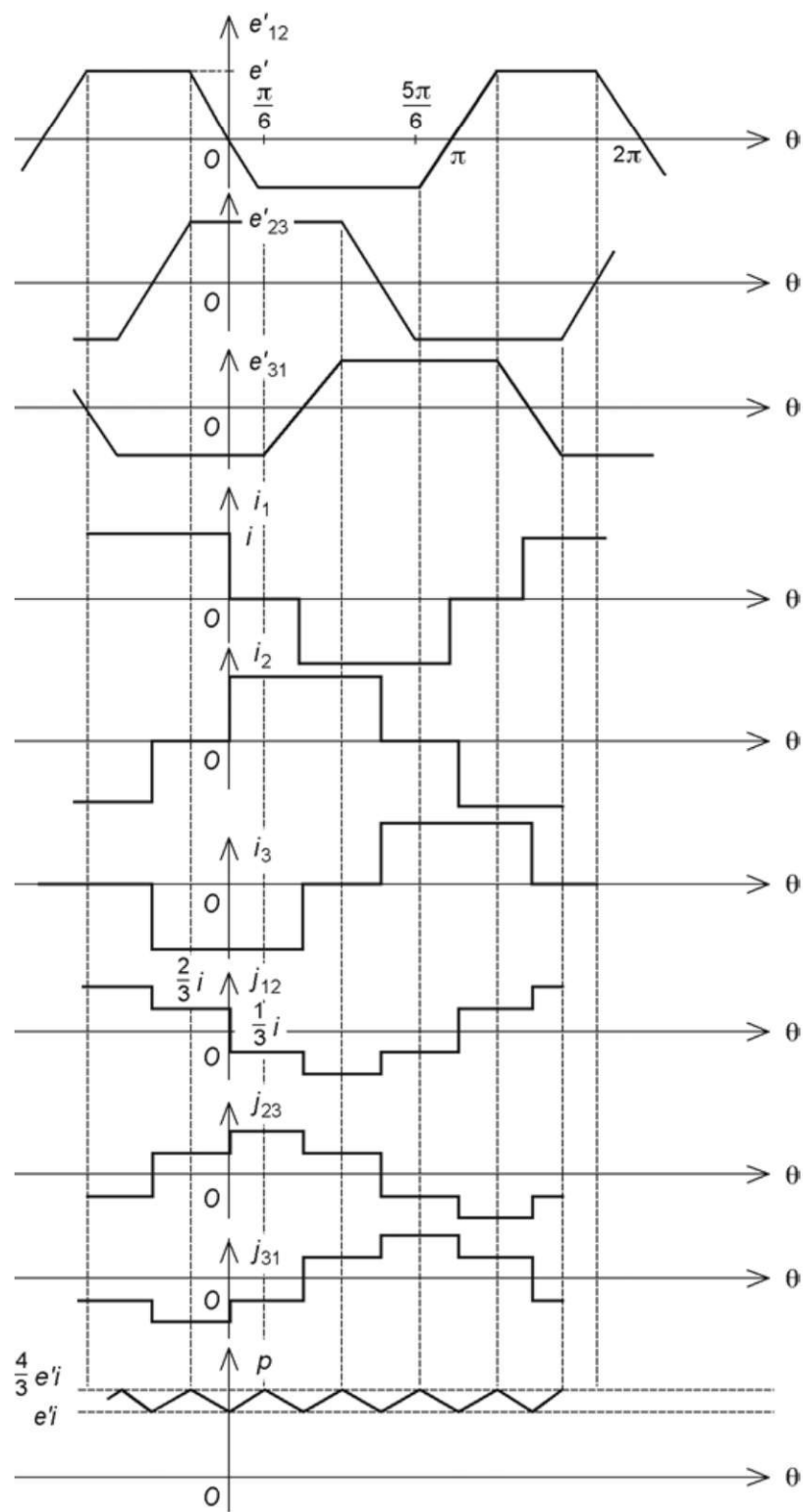


Figure 5.11 – Courbes des forces contre-électromotrices et des courants pour un moteur triphasé en triangle.

5.2.4 Moteur à quatre phases en étoile à alimentation bidirectionnelle

On rencontre également des machines à quatre enroulements qu'on peut connecter en étoile. Avec une alimentation bidirectionnelle, le neutre n'est pas nécessaire (*figure 5.12*). On retrouve des distributions des courants (*figure 5.13*) et des courbes (*figure 5.14*) analogues aux précédentes. La particularité de ces machines est que les forces contre-électromotrices e'_3 et e'_4 sont opposées par rapport à e'_1 et e'_2 . Leur avantage est que la détection de position n'exige que deux capteurs à effet Hall au lieu de trois pour les moteurs triphasés.

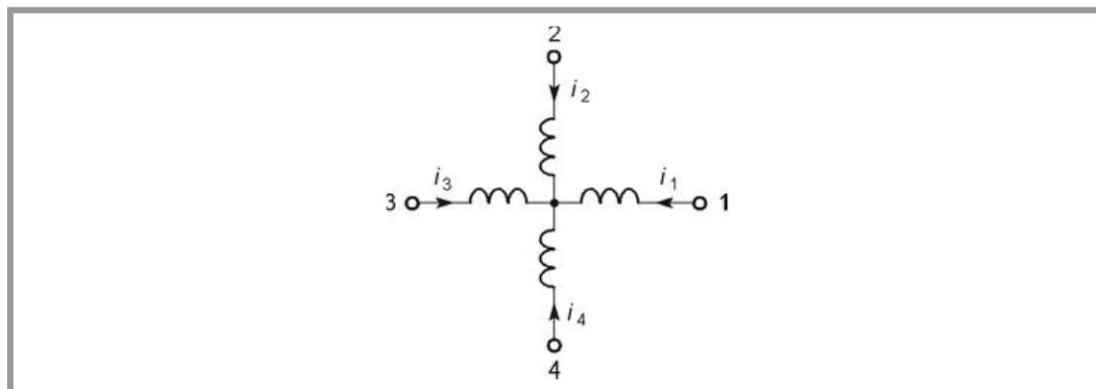


Figure 5.12 – Moteur à quatre phases en étoile sans neutre.

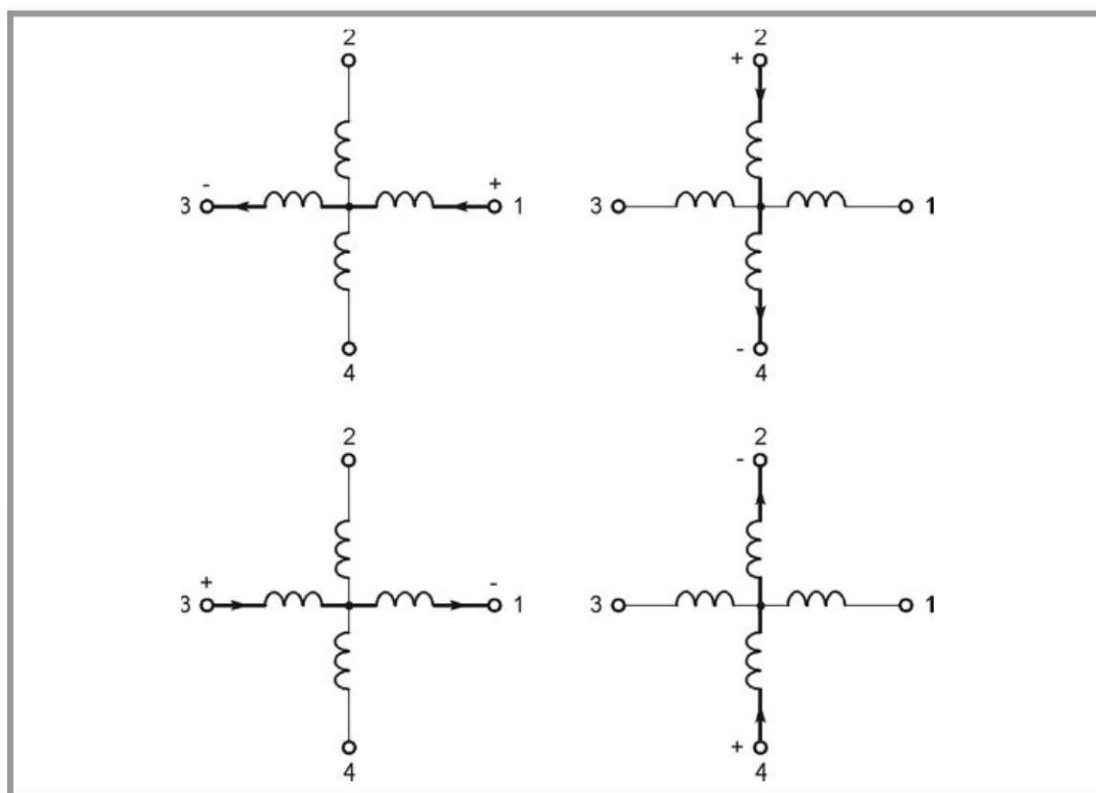


Figure 5.13 – Commutation du courant dans les enroulements d'un moteur à quatre phases en étoile avec une alimentation bidirectionnelle.

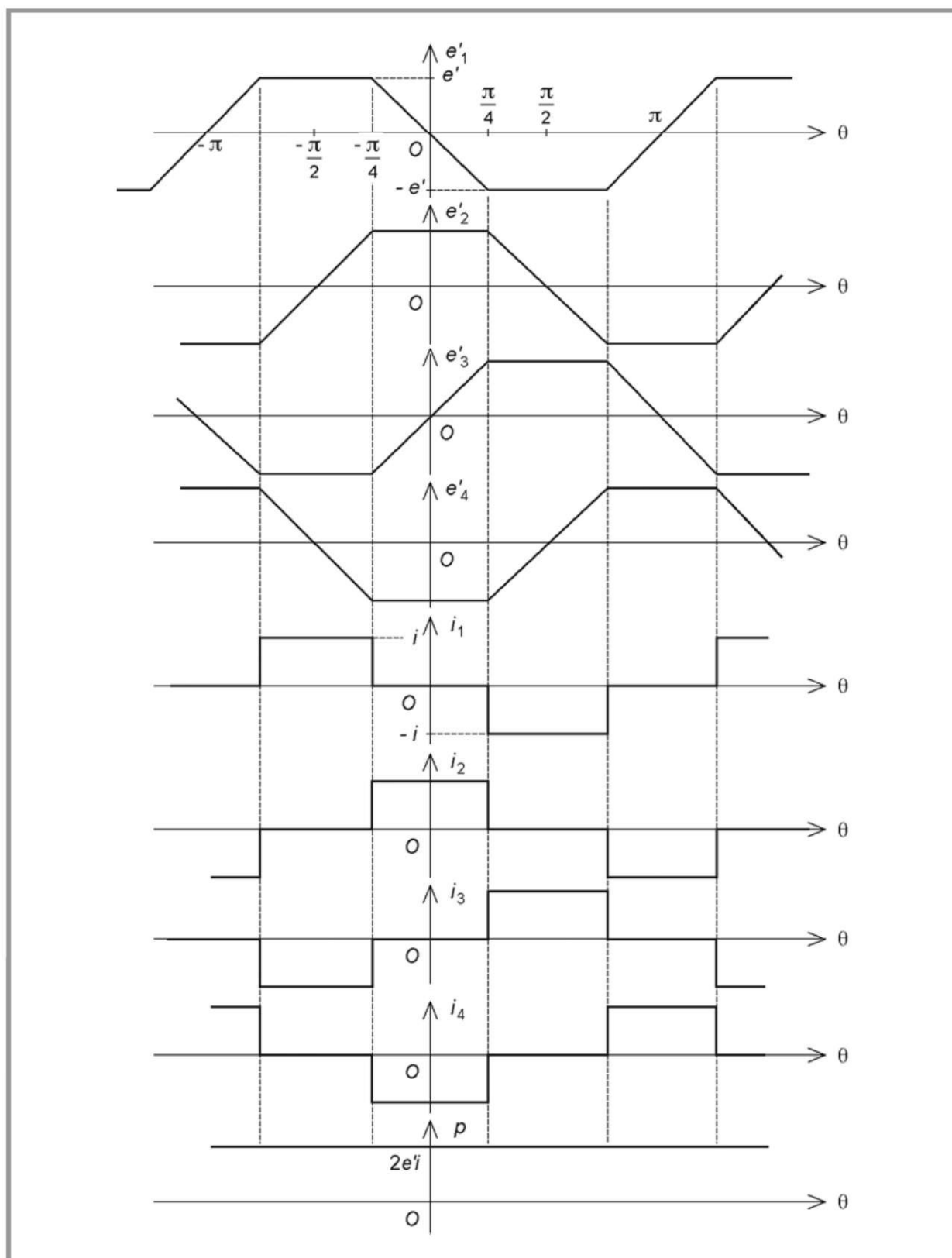


Figure 5.14 – Courbes des forces contre-électromotrices et des courants pour un moteur à quatre phases en étoile dans le cas d'une alimentation bidirectionnelle.

5.2.5 Moteur à quatre phases en étoile à alimentation unidirectionnelle

Il est toujours possible pour des raisons d'économie de n'utiliser qu'une alimentation unidirectionnelle, mais dans ce cas, le neutre doit être connecté (*figure 5.15*). La distribution des courants est déduite de ce qui précède (*figure 5.16*).

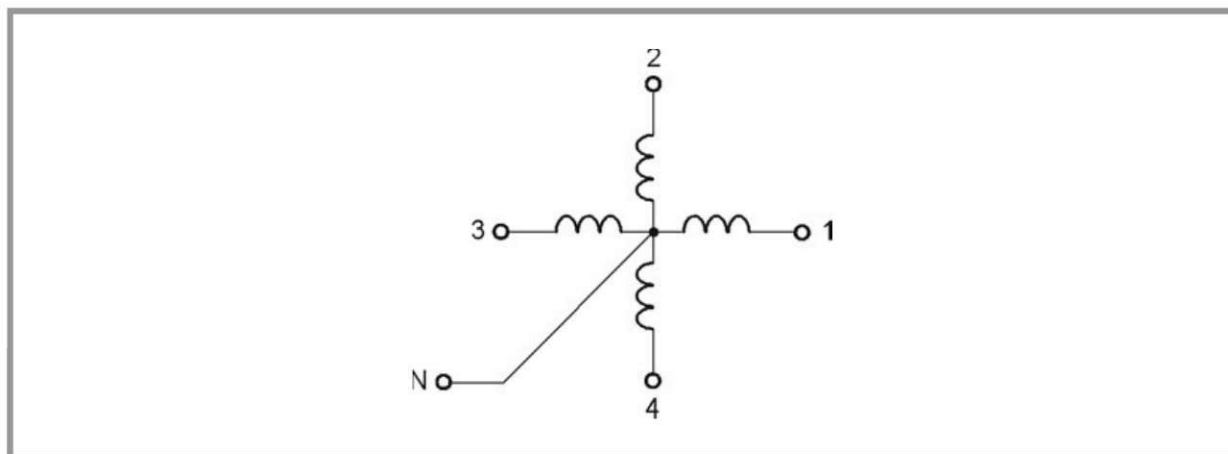


Figure 5.15 – Moteur à quatre phases en étoile avec neutre.

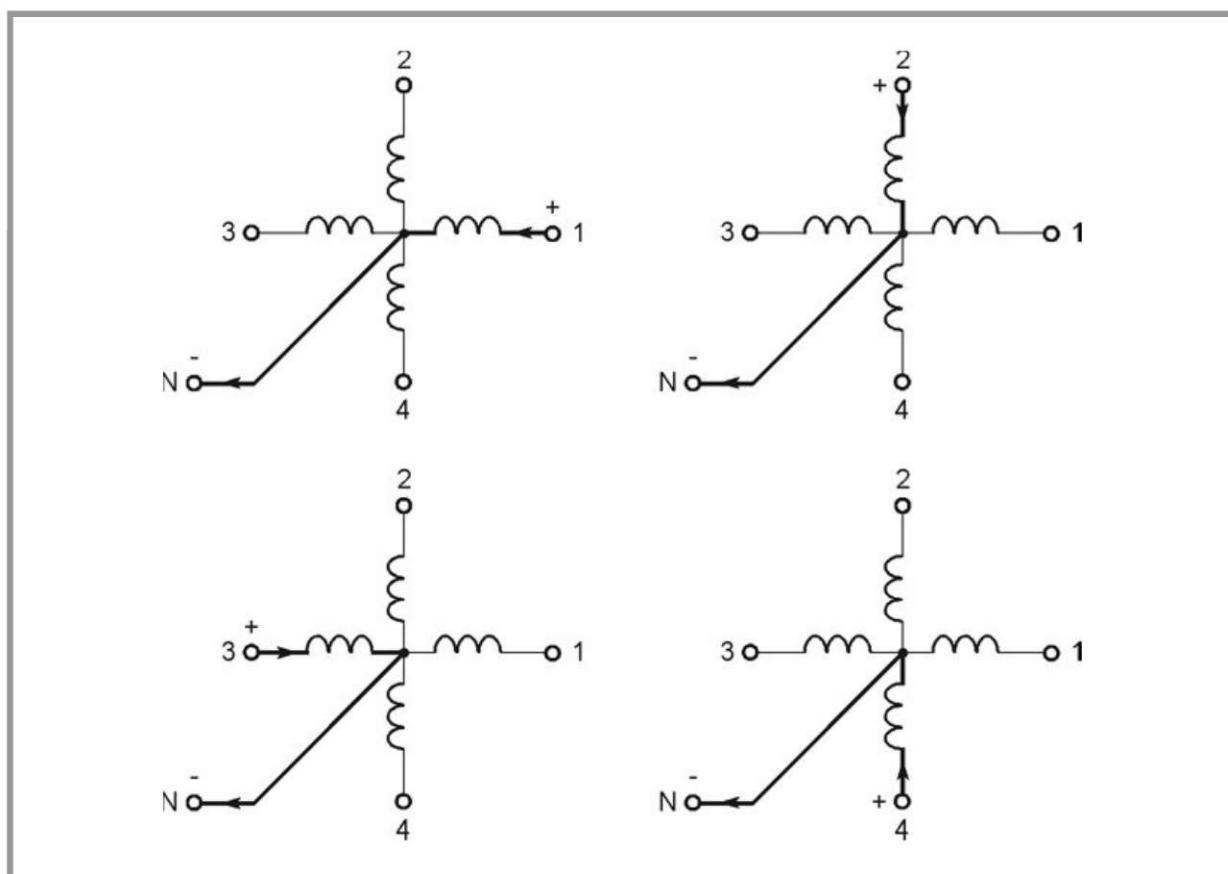


Figure 5.16 – Commutation du courant dans les enroulements d'un moteur à quatre phases en étoile dans le cas d'une alimentation unidirectionnelle.

5.2.6 Moteur à quatre phases en carré

Dans le cas de l'alimentation bidirectionnelle, on peut coupler les enroulements en carré (figure 5.17). C'est l'analogue du triangle vu pour la machine triphasée et la distribution des courants est similaire (figure 5.18).

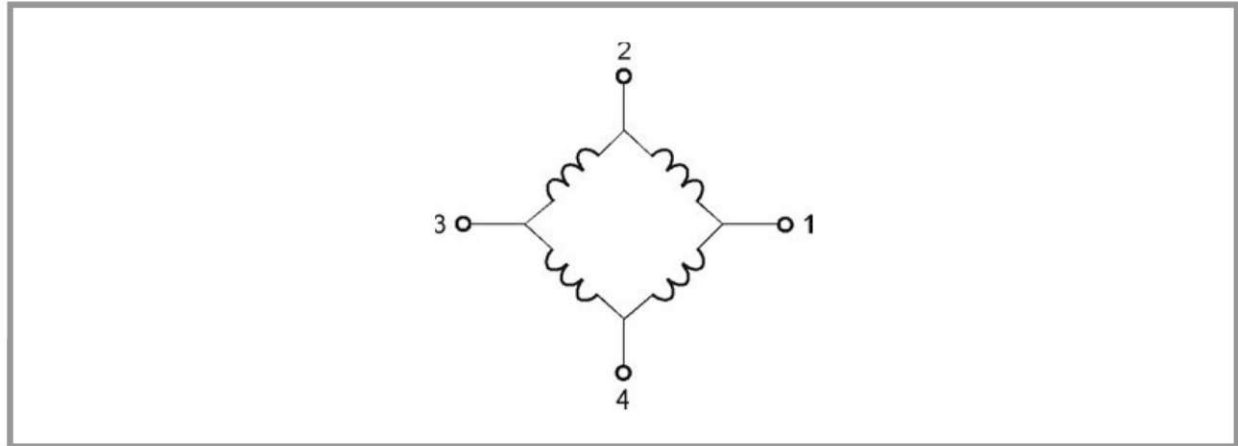


Figure 5.17 – Moteur à quatre phases en carré.

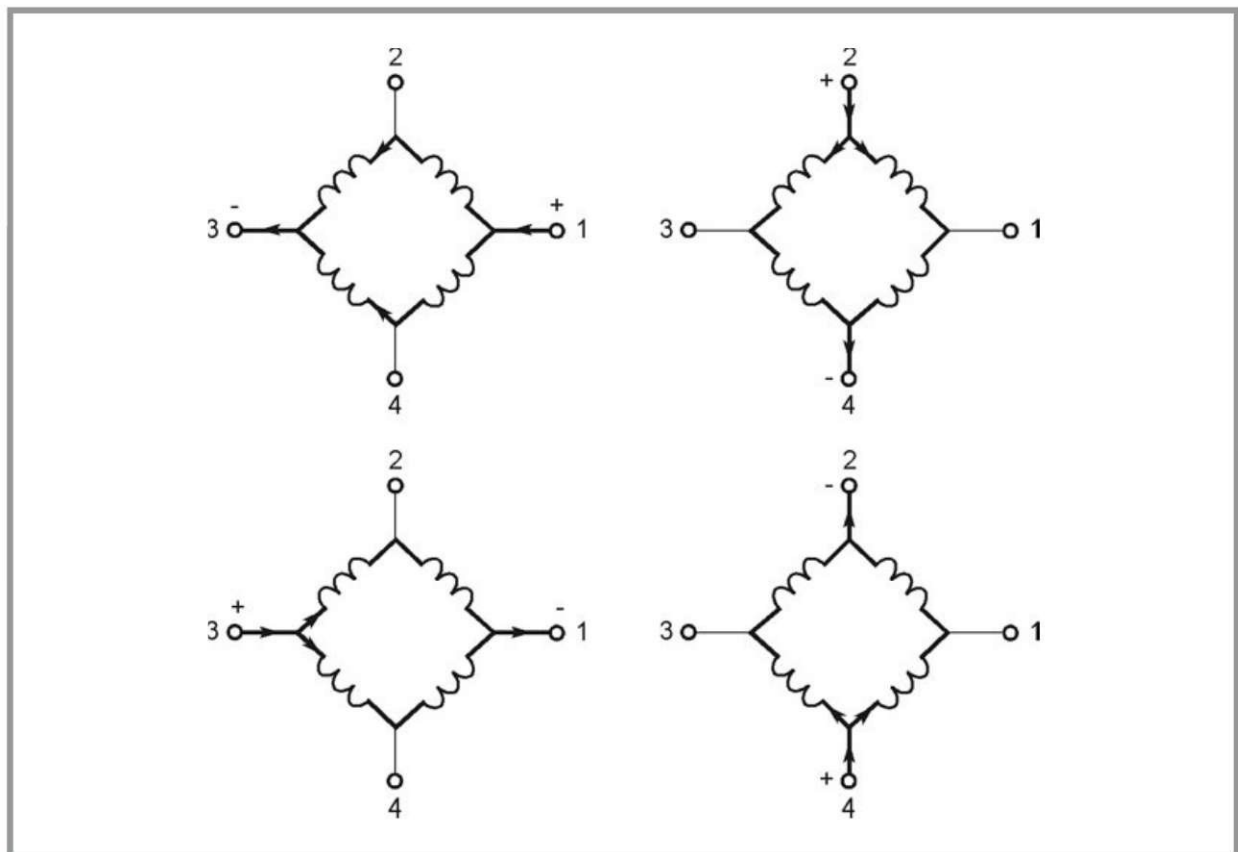


Figure 5.18 – Commutation du courant dans les enroulements d'un moteur à quatre phases en carré.

5.3 Modélisation

5.3.1 Schéma électrique d'une phase

Outre la force contre-électromotrice de rotation, le modèle d'une phase comprend une résistance R , une inductance propre L et une inductance mutuelle M avec les autres phases (figure 5.19).

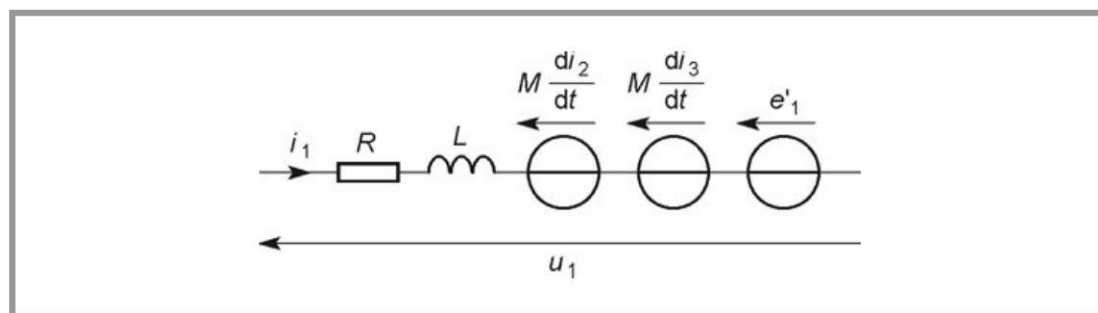


Figure 5.19 – Modèle équivalent à une phase.

5.3.2 Modélisation de la machine

On considère le moteur triphasé en étoile avec une alimentation bidirectionnelle. Deux bobines sont branchées en série aux bornes du générateur (figure 5.20). La loi des mailles s'écrit :

$$u = Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + e'_1 - Ri_2 - L \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} - e'_2$$

Or, dans les intervalles où ce sont les phases 1 et 2 qui sont alimentées, on a :

$$i_1 = -i_2 = i$$

$$e'_1 = -e'_2 = e'$$

ce qui donne :

$$u = 2Ri + 2L \frac{di}{dt} - 2M \frac{di}{dt} + 2e'$$

On arrive à la même équation quel que soit l'intervalle considéré.

On peut par ailleurs écrire le principe fondamental de la dynamique. Avec les deux formules déjà établies pour la force contre-électromotrice et le couple, on obtient quatre équations similaires à celles qui régissent le fonctionnement du moteur à courant continu classique :

$$\begin{aligned}
 e' &= \lambda_1 \omega \\
 \gamma &= 2\lambda_1 \omega \\
 u &= 2Ri + 2(L - M) \frac{di}{dt} + 2e' \\
 J \frac{d\omega}{dt} &= \gamma - \gamma_r
 \end{aligned}$$

Avec les autres types de machines, les équations sont semblables. Elles ne diffèrent que par l'expression de certains coefficients.

On constate ainsi que le fonctionnement dynamique d'un moteur à courant continu sans balais s'étudie exactement de la même façon que celui d'une machine classique.

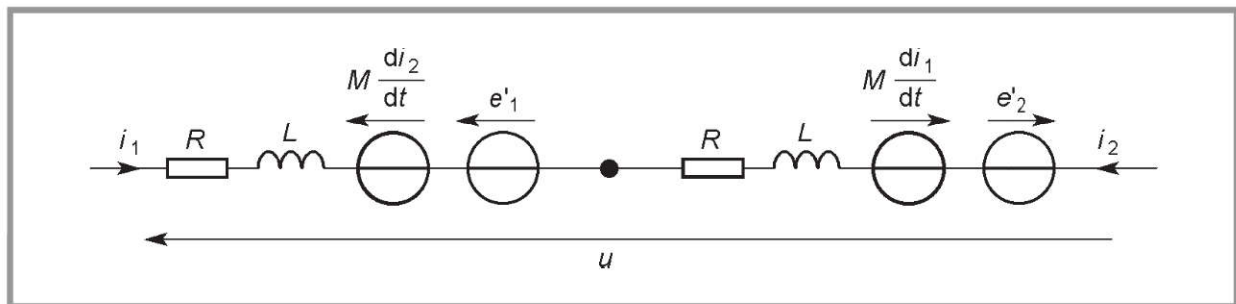


Figure 5.20 – Schéma équivalent lors de l'alimentation des phases 1 et 2.

5.4 Technologie

5.4.1 Stator

Le stator porte les enroulements qui peuvent prendre plusieurs formes :

- bobines concentrées autour de pôles saillants (figure 5.21) ;
- enroulements répartis dans des encoches (figure 5.22) ;
- enroulements répartis le long de l'entrefer sans encoches (figure 5.23).

La première solution qui correspond à celle qui est en général employée pour les rotors des moteurs à courant continu ou pour les stators de moteur pas-à-pas est peu utilisée pour les moteurs sans balais. Les machines obtenues ont des performances modestes et le couple présente des irrégularités dues aux variations de réluctance.

La deuxième solution est la plus classique. Par une répartition adaptée des conducteurs dans les encoches, on s'approche de la forme trapézoïdale des variations des forces électromotrices induites. Une géométrie bien choisie des dents permet de minimiser les irrégularités de couple.

Dans le troisième cas, on élimine toute variation de couple due aux modifications de réluctance. Cependant, la construction est moins solide et le comportement thermique est moins bon. Cette solution est néanmoins intéressante pour les petits moteurs.

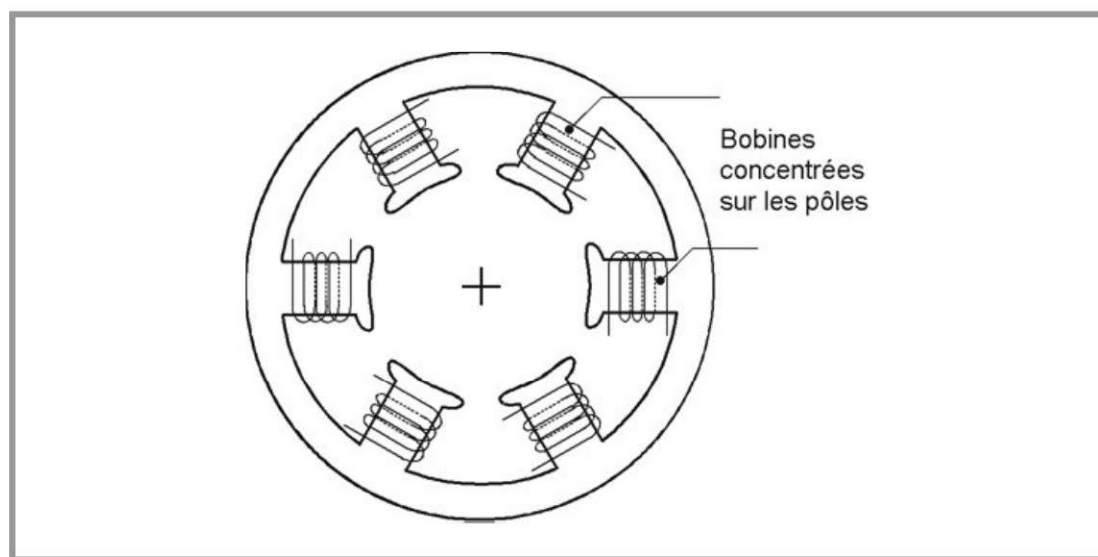


Figure 5.21 – Stator à pôles saillants.

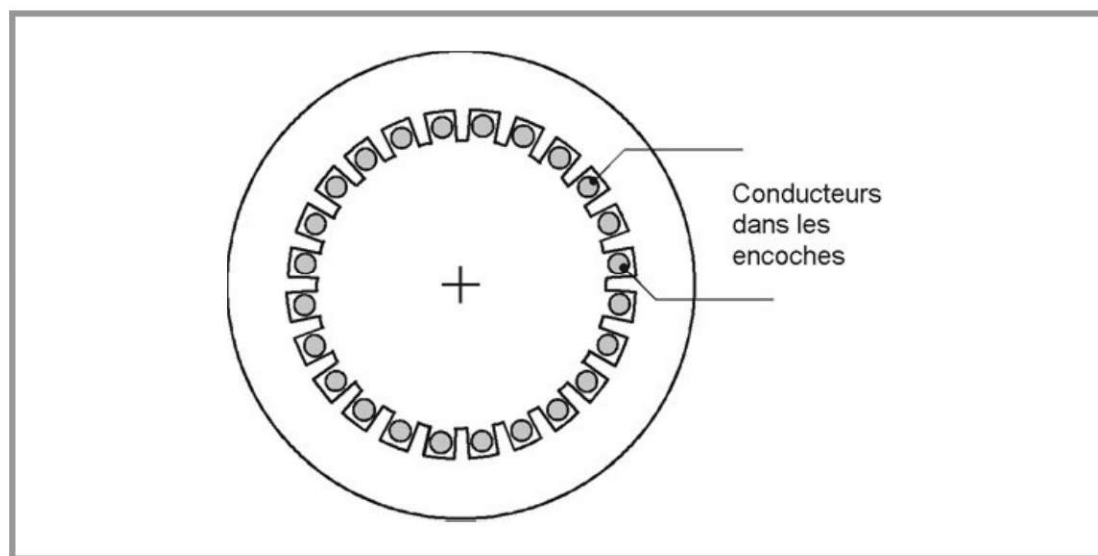


Figure 5.22 – Stator à encoches.

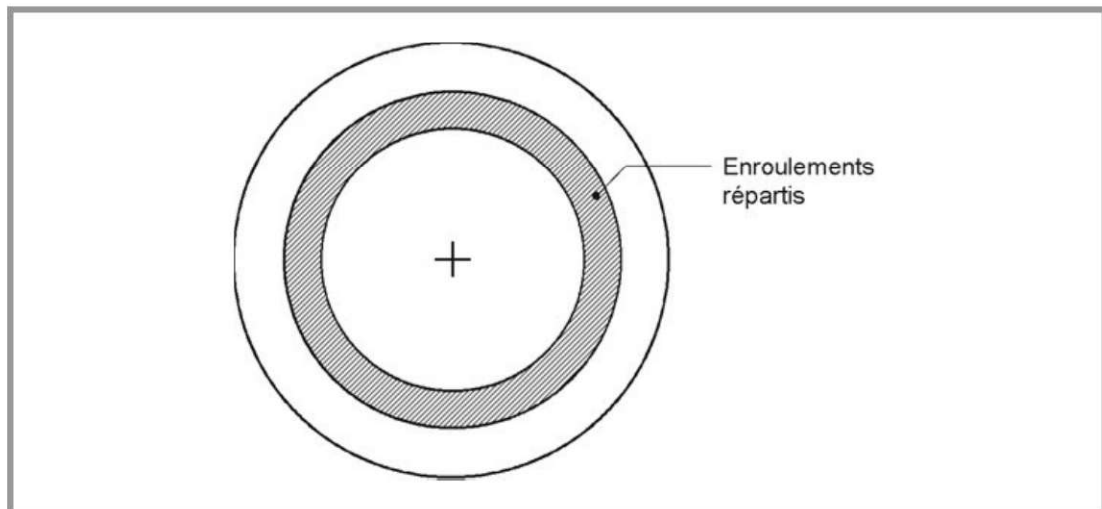


Figure 5.23 – Stator sans encoches.

5.4.2 Rotor

Le rotor porte les aimants qui peuvent se présenter de différentes manières :

- aimants en tuile sur un support ferromagnétique (figure 5.24) ;
- aimants en anneau fabriqué dans un matériau isotrope (figure 5.25) ;
- aimants munis de pièces polaires (figure 5.26).

La première solution est la plus classique, la seconde peut être intéressante pour de petites machines. Le troisième cas peut permettre une concentration du flux si la surface de la pièce polaire en regard de l'entrefer est inférieure à la surface présentée par l'aimant. On obtient ainsi des champs magnétiques élevés qui conduisent à des machines de grandes performances.

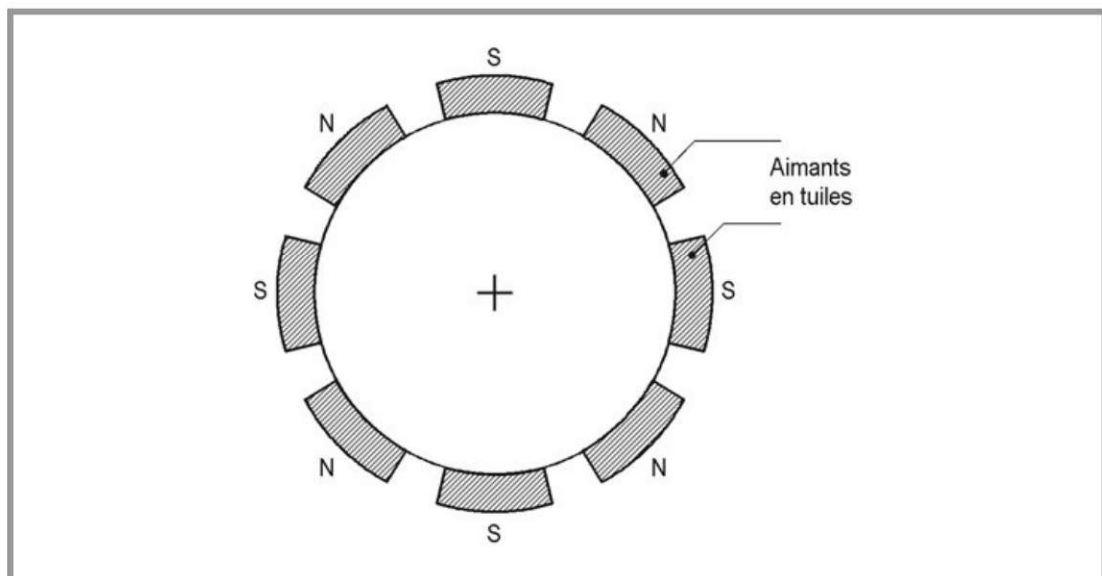


Figure 5.24 – Rotor muni d'aimants en tuiles.

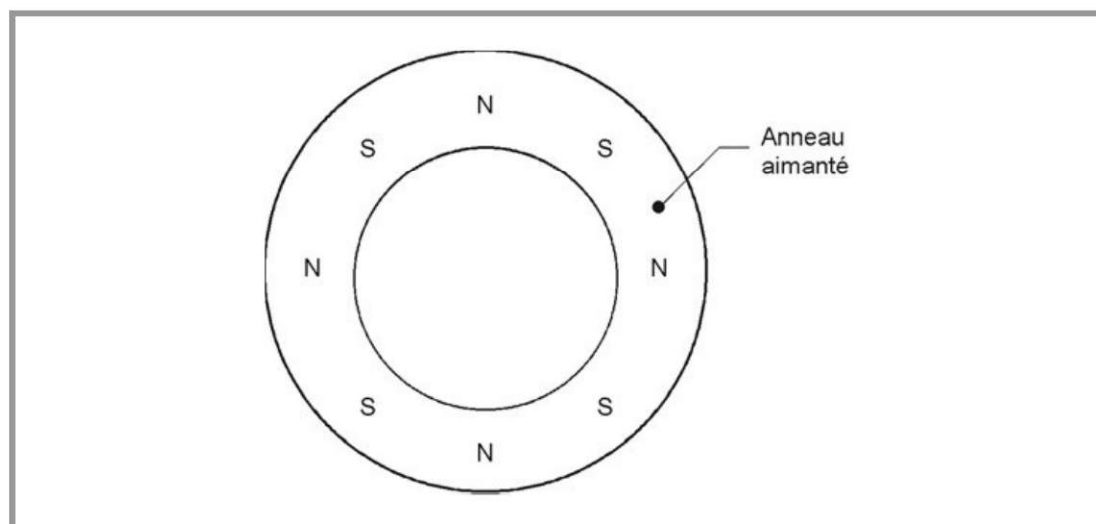


Figure 5.25 – Rotor annulaire.

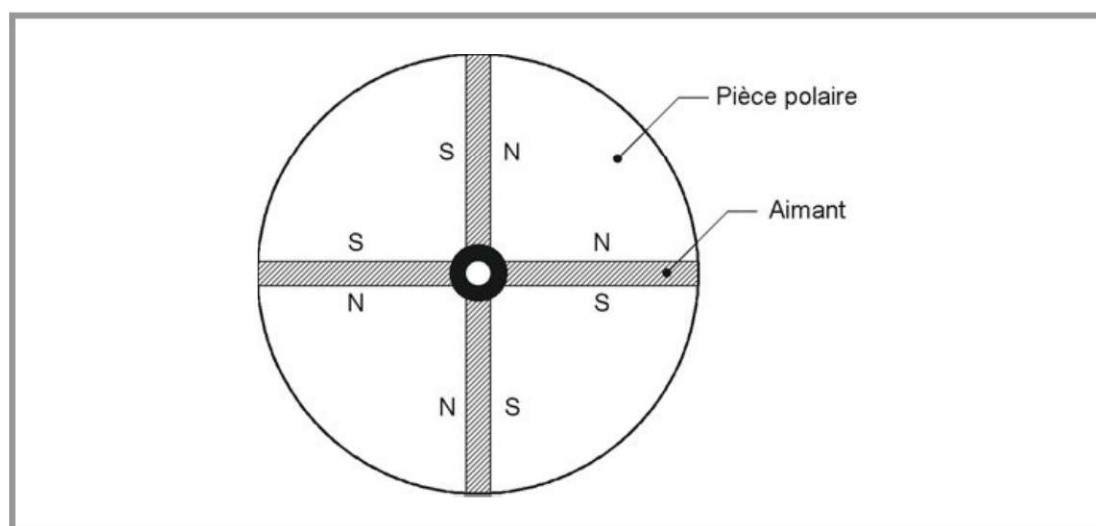


Figure 5.26 – Rotor avec pièces polaires.

5.4.3 Moteurs à structure inversée

Les moteurs décrits précédemment présentent la configuration classique des machines tournantes : le rotor est à l'intérieur du stator. Quand on veut le préciser, on parle de moteur à rotor interne (*inrunner* en anglais). Pour quelques applications particulières, il existe des moteurs à courant continu sans balais dont le rotor est extérieur au stator (*figure 5.27*). On parle alors de moteur à rotor externe (*outrunner* en anglais).

Cette configuration est propice à la réalisation de moteurs à fort couple et faible vitesse. Le moteur à rotor externe est assez rare en robotique, mais il a des applications dans des domaines particuliers :

- bicyclettes et scooters électriques,

- entraînement des disques durs et des lecteurs de CD,
- ventilateurs,
- modélisme aérien et naval.

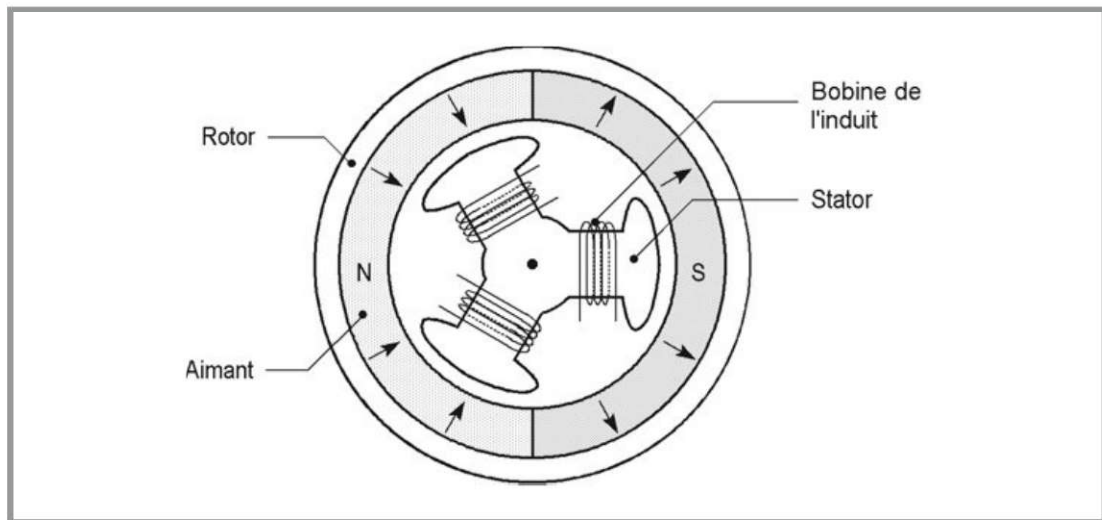


Figure 5.27 – Structure inversée.

5.4.4 Moteurs à électronique intégrée

La machine à courant continu sans balais se présente généralement munie de ses capteurs de position. Ses connexions extérieures comprennent donc les bornes des enroulements et les bornes des capteurs. Il existe quelques réalisations de moteurs dans lesquelles on a intégré l'électronique effectuant les commutations. La machine ne comporte alors que deux fils comme un moteur à courant continu classique.

A LIMENTATION ÉLECTRONIQUE DES MOTEURS À COURANT CONTINU SANS BALAIS

6.1 Généralités

6.1.1 Structure globale

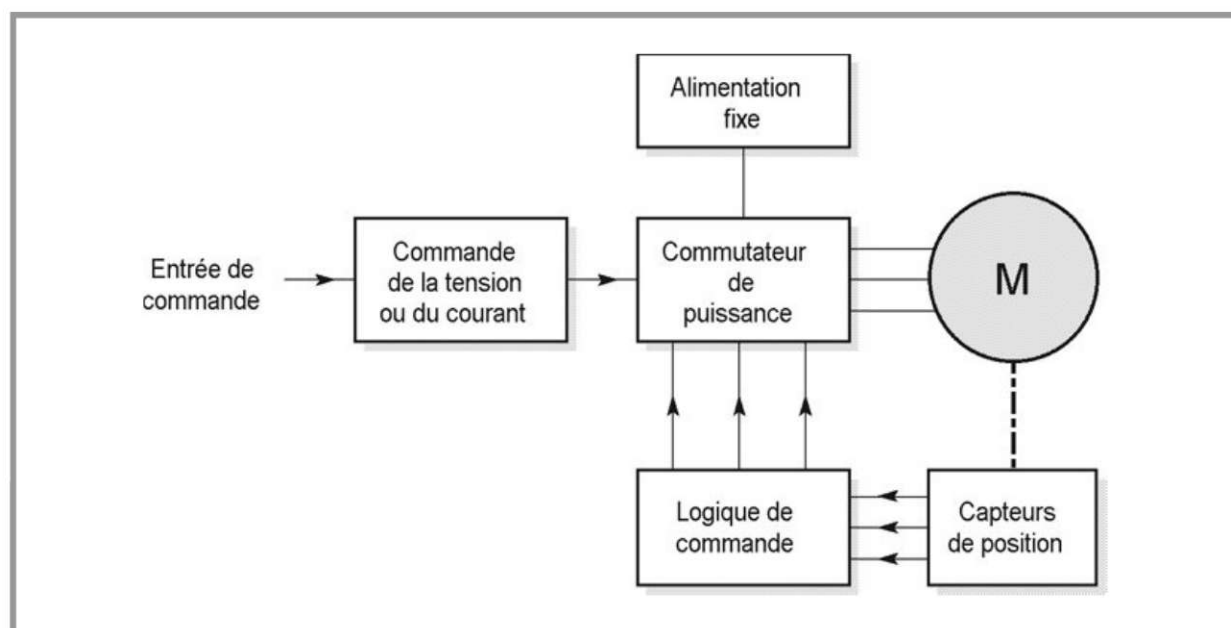


Figure 6.1 – Structure générale de l'alimentation d'un moteur à courant continu sans balais.

L'alimentation électronique d'un moteur à courant continu sans balais comprend (figure 6.1) :

- des capteurs, munis éventuellement de circuits de mise en forme, qui permettent de connaître la position du rotor à tout instant ;
- un circuit logique qui élabore les commutations à appliquer aux différentes phases du moteur compte tenu des signaux issus des capteurs ;

- un commutateur de puissance qui alimente les enroulements en fonction des informations reçues par la logique de commande ;
- une commande de la tension ou du courant permettant d’agir sur la vitesse du moteur.

Les trois premières fonctions permettent d’effectuer les commutations assurées par le système balais-collecteur dans un moteur à courant continu classique tandis que la dernière est analogue à celle qui est utilisée pour la commande de ces mêmes moteurs.

6.1.2 Alimentation en tension ou en courant

Au chapitre précédent, on a supposé que les variations des courants étaient rectangulaires. Dans la réalité, il n’en est pas tout à fait ainsi. Le caractère inductif du circuit empêche les discontinuités de courant. Si on applique une tension constante aux bornes des phases (alimentation en tension), les montées et les descentes sont progressives. Pour améliorer la rapidité de ces commutations, on utilise souvent une alimentation en courant. Dans ce cas, on régule l’intensité, en général par découpage. On obtient des temps de montée et de descente inférieurs, mais aussi une ondulation du courant autour de la valeur désirée.

6.1.3 Alimentation unidirectionnelle ou bidirectionnelle

On prévoit en général l’inversion du sens du courant dans les phases (alimentation bidirectionnelle) car la machine est alors mieux utilisée. Les enroulements peuvent être couplés en étoile ou en polygone. On rencontre aussi parfois des alimentations unidirectionnelles, mais uniquement lorsque les phases sont couplées en étoile avec neutre sorti.

6.2 Éléments de l’alimentation

6.2.1 Commutateur de puissance

Alimentation unidirectionnelle

Dans ce cas, on a besoin d’un transistor et d’une diode par phase (*figure 6.2*). Lorsqu’un transistor est saturé, la tension d’alimentation est appliquée aux bornes de la phase. Quand on bloque le transistor, la force électromotrice induite dans l’inductance du circuit impose la mise en conduction de la diode de roue libre qui court-circuite alors l’enroulement.

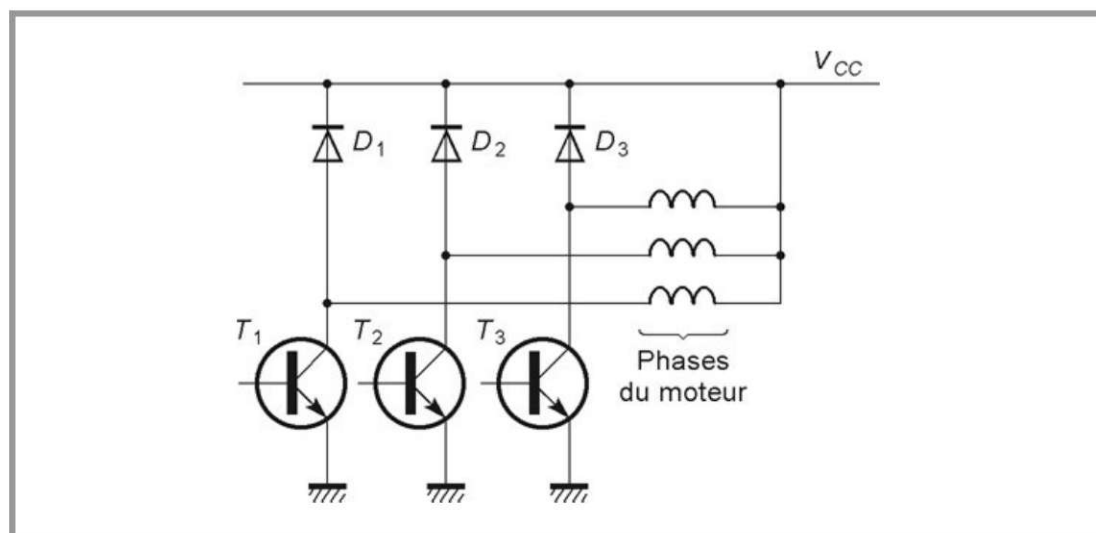


Figure 6.2 – Alimentation unidirectionnelle.

Alimentation bidirectionnelle

Il faut ici deux transistors et deux diodes par phase. Le montage est identique, que le moteur soit en étoile (figure 6.3) ou en triangle (figure 6.4). On sature simultanément deux transistors, l'un du groupe T_1, T_2, T_3 et l'autre du groupe T'_1, T'_2, T'_3 . Dans le cas du moteur triphasé en étoile, la tension V_{CC} est appliquée aux bornes de deux enroulements en série. Dans le cas du moteur triphasé en triangle, cette tension est appliquée à une phase en parallèle avec les deux autres phases en série. Les six diodes assurent la fonction de roue libre dans tous les cas de figure.

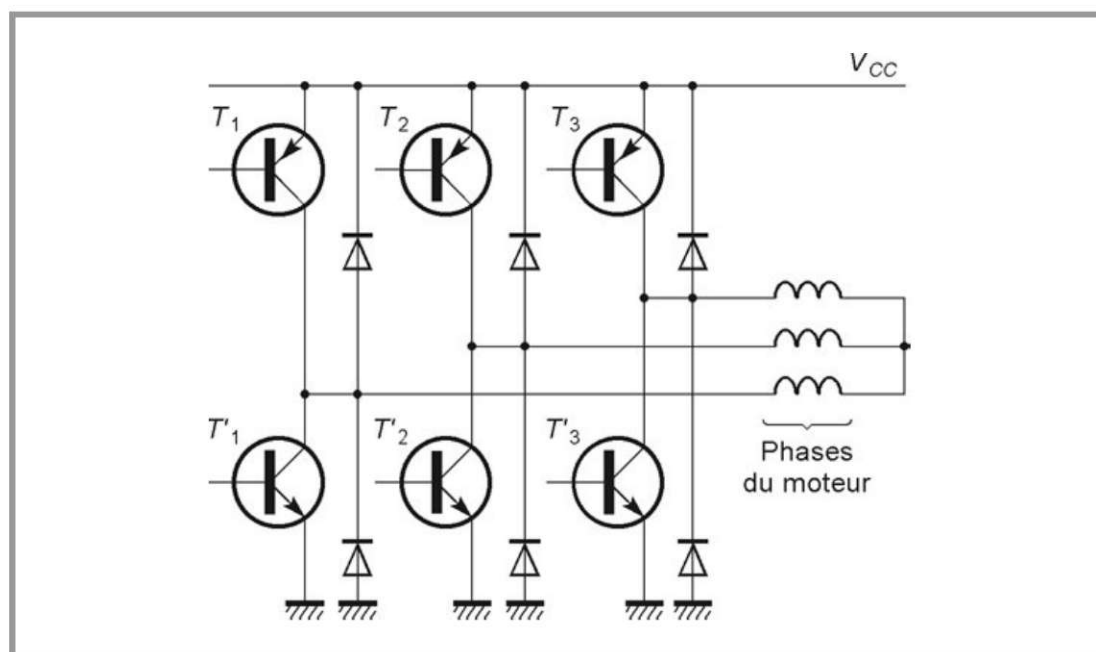


Figure 6.3 – Alimentation bidirectionnelle d'un moteur en étoile.

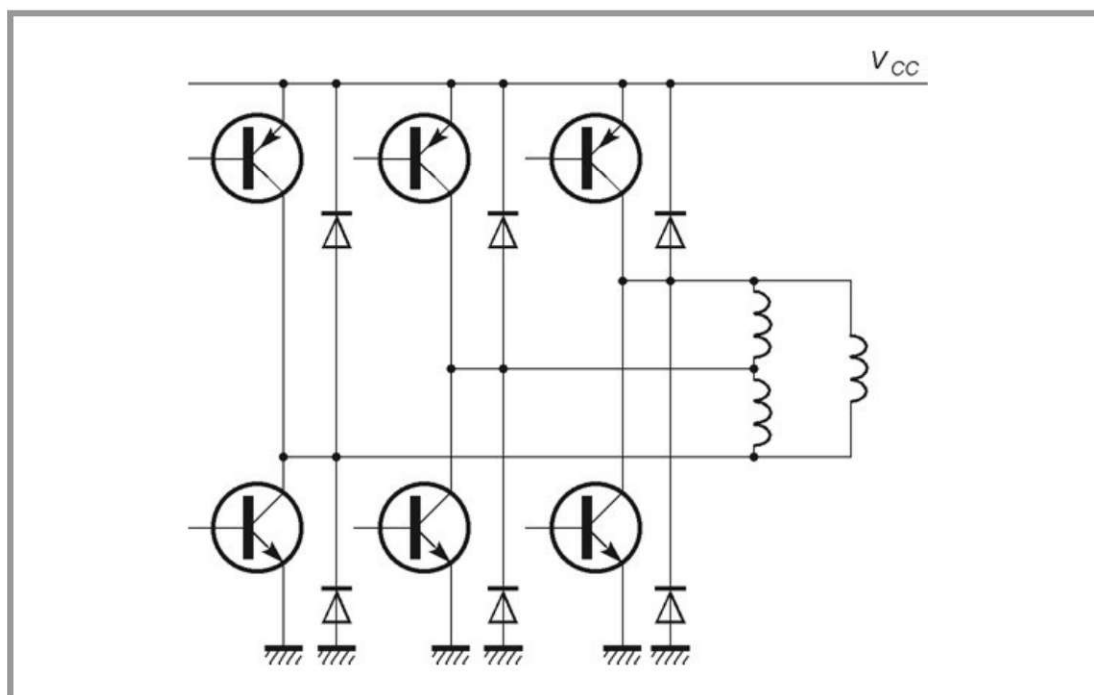


Figure 6.4 – Alimentation bidirectionnelle d'un moteur en triangle.

6.2.2 Capteurs

Pour connaître la position instantanée du rotor, il faut disposer sur le stator d'un certain nombre de capteurs. On utilise soit des capteurs magnétiques à effet Hall, soit des capteurs optiques. Pour une machine triphasée, il faut trois capteurs régulièrement espacés (*figure 6.5*).

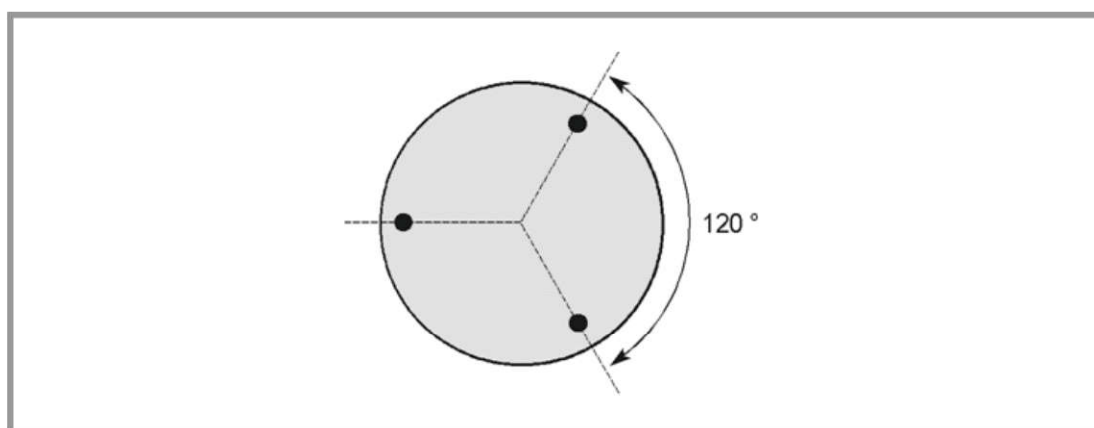


Figure 6.5 – Position des capteurs pour un moteur à trois phases.

Après mise en forme par un comparateur adapté, on obtient trois signaux logiques h_1 , h_2 et h_3 (*figure 6.6*). Pour un moteur à quatre phases (*figure 6.7*), on se contente de deux capteurs décalés de 90° (deux capteurs supplémentaires donneraient des signaux inverses, ce qui ne sert à rien). On obtient après mise en forme deux signaux logiques h_1 et h_2 (*figure 6.8*).

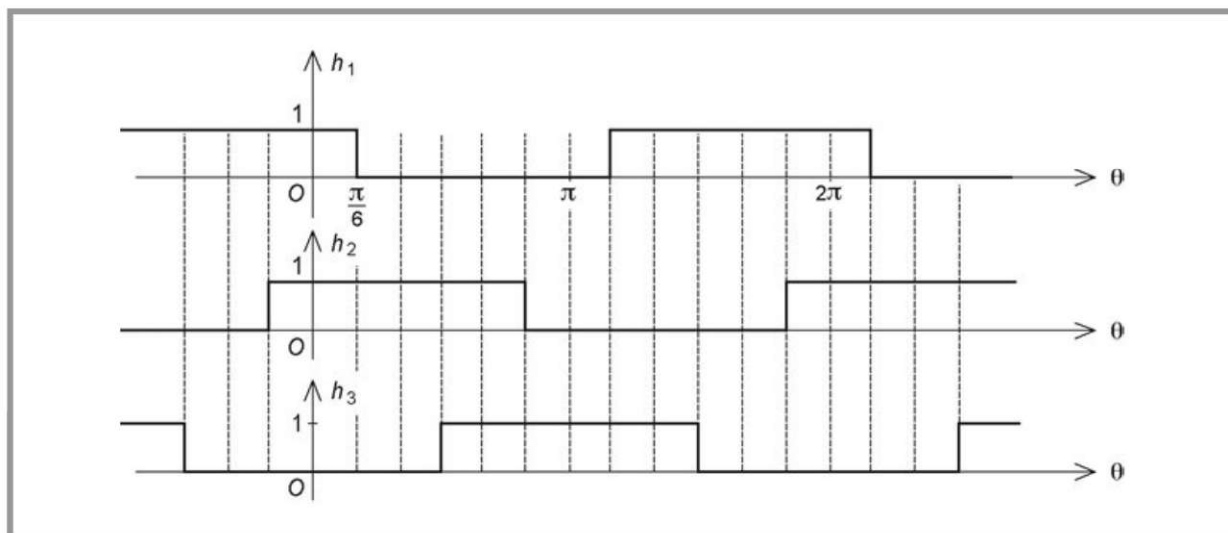


Figure 6.6 – Signaux logiques issus des capteurs pour une machine triphasée.

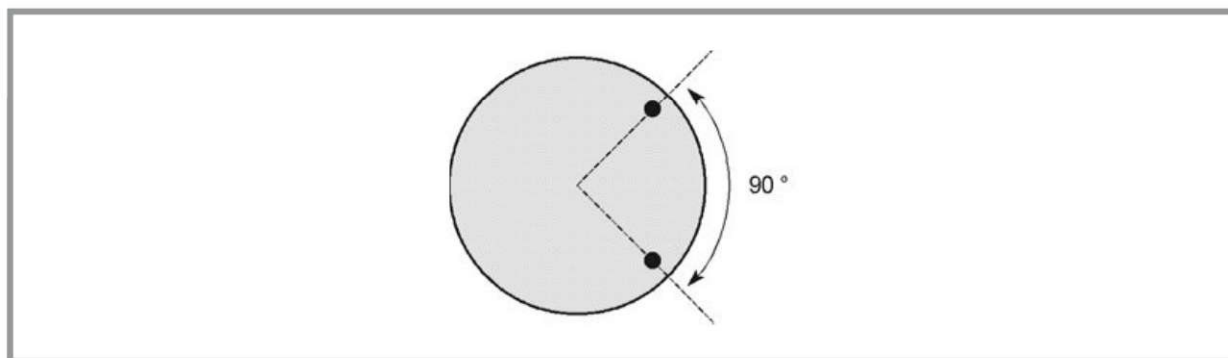


Figure 6.7 – Position des capteurs pour un moteur à quatre phases.

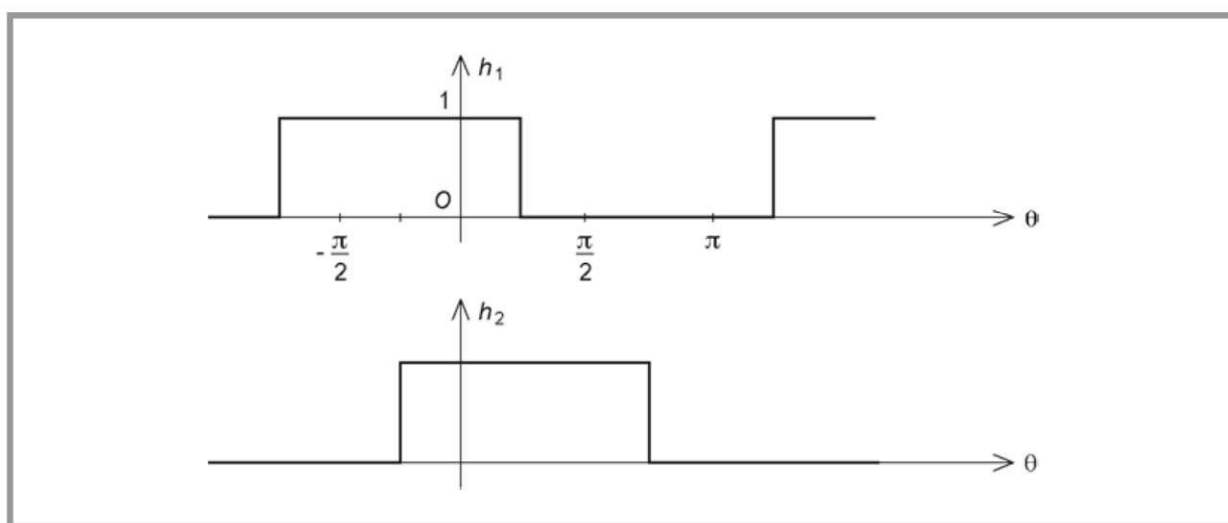


Figure 6.8 – Signaux logiques issus des capteurs pour une machine à quatre phases.

6.2.3 Logique de commande

Ce circuit reçoit les informations logiques issues des capteurs et délivre les signaux de commutation des courants nécessaires au fonctionnement du circuit de puissance. Par exemple, dans le cas du moteur triphasé à alimentation bidirectionnelle, on dispose de trois signaux h_1 , h_2 et h_3 et on veut élaborer six signaux logiques c_1 , c_2 , c_3 , c'_1 , c'_2 et c'_3 destinés à la commande des six transistors pour obtenir les courants souhaités dans les trois phases du moteur (figure 6.9). On constate qu'il faut assurer les équations logiques suivantes :

$$c_1 = h_1 \overline{h_2}$$

$$c_2 = h_2 \overline{h_3}$$

$$c_3 = h_3 \overline{h_1}$$

$$c'_1 = \overline{h_1} h_2$$

$$c'_2 = \overline{h_2} h_3$$

$$c'_3 = \overline{h_3} h_1$$

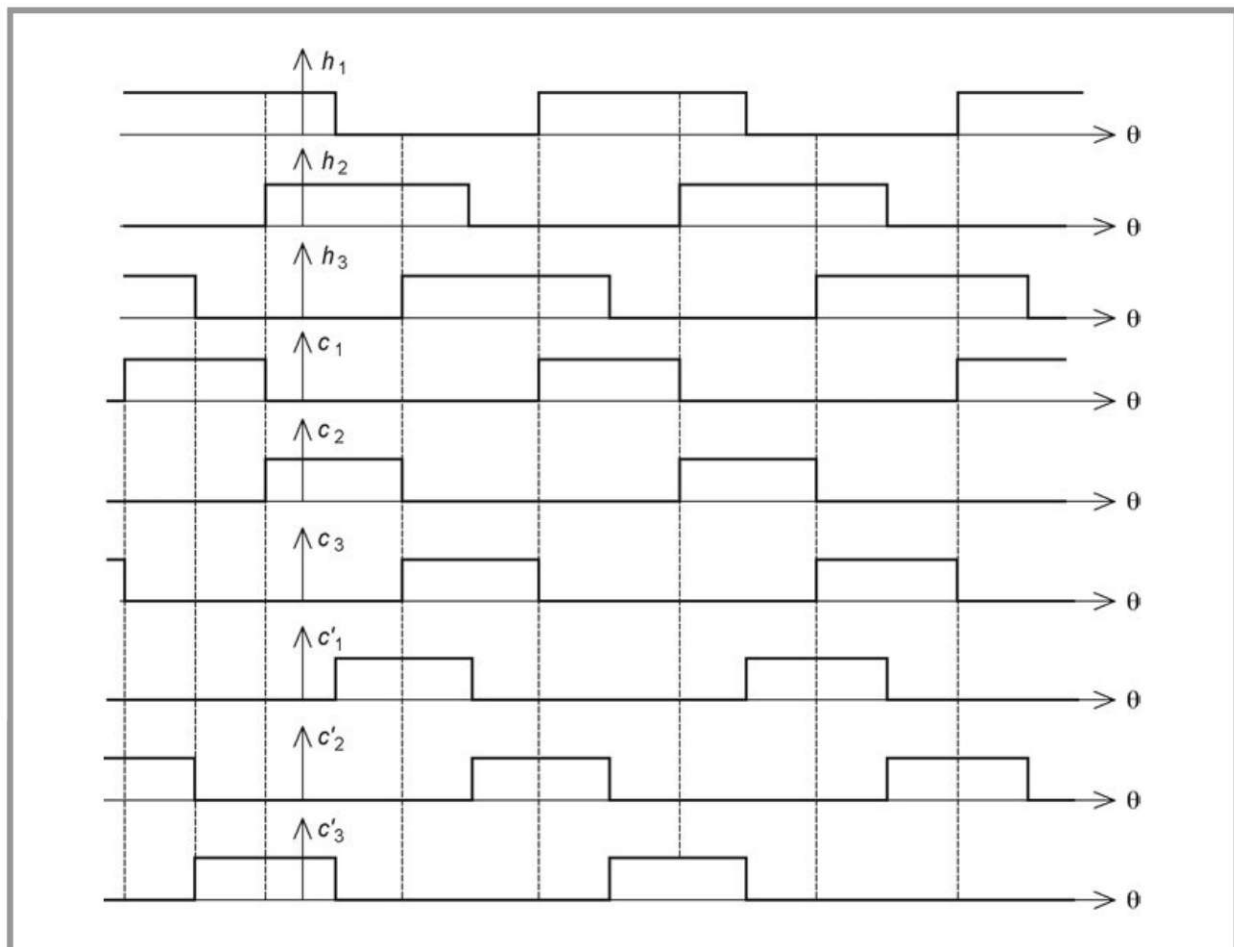


Figure 6.9 – Signaux de commande pour une alimentation bidirectionnelle triphasée.

Cette logique de commande peut facilement être réalisée avec des circuits élémentaires (*figure 6.10*), mais elle est en général intégrée dans des circuits spécialisés pour moteurs à courant continu sans balais.

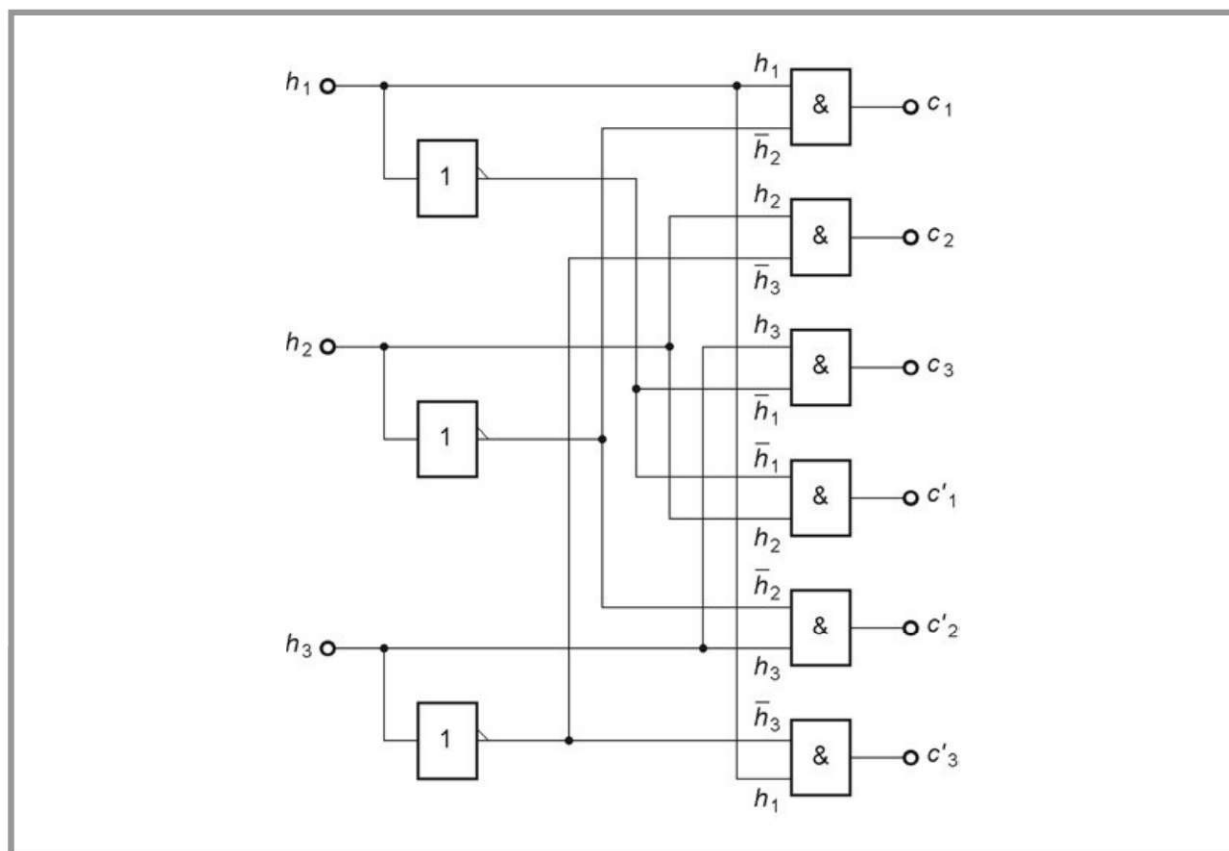


Figure 6.10 – Réalisation de la logique de commande d'un moteur triphasé à alimentation bidirectionnelle.

6.2.4 Commande de la tension ou du courant

Alimentation en tension

On a vu au chapitre précédent que le moteur associé à son commutateur de puissance, sa logique de commande et ses capteurs a un comportement analogue à celui d'une machine à courant continu. On peut donc le commander en tension en faisant varier l'alimentation V_{CC} appliquée au commutateur. Pour avoir un rendement correct, on utilise en général un hacheur pour cette opération. Son fonctionnement a été décrit en détail lors de l'étude de l'alimentation des moteurs à courant continu.

Alimentation en courant

Il est possible, comme pour une machine classique, d'utiliser une source de courant plutôt qu'une source de tension. De plus, dans le cas du moteur sans balais, nous avons vu qu'il est préférable de réguler le courant dans les phases par découpage pour s'approcher de la forme idéale de ses variations lors des commutations.

6.3 Exemples de réalisations

6.3.1 Alimentation en courant utilisant un seul circuit intégré

Le circuit intégré A3936 produit par *Allegro* comporte l'ensemble des éléments nécessaires à l'alimentation d'un moteur à courant continu sans balais triphasé muni de ses capteurs :

- trois étages de puissance comportant chacun deux transistors de puissance MOS et deux diodes (montages en demi-pont) et qui peuvent fournir au moteur un courant maximal de 3 A sous une tension maximale de 50 V ;
- une logique de commande qui reçoit les signaux des trois capteurs à effet Hall du moteur et élabore les ordres de commutation du circuit de puissance ;
- une commande du courant en modulation de largeur d'impulsions.

Un circuit de protection thermique assure la coupure des sorties du circuit en cas de température excessive du semi-conducteur.

La régulation du courant s'effectue par modulation de largeur d'impulsions à durée de blocage fixe. La détection du courant est assurée par une résistance R_S branchée entre la borne SENSE du circuit intégré et la masse (*figure 6.11*). L'intensité maximale est fixée par la relation :

$$I_M = \frac{V_{REF}}{10R_S}$$

La tension de référence V_{REF} appliquée au circuit intégré peut être comprise entre 0 et V_{DD} .

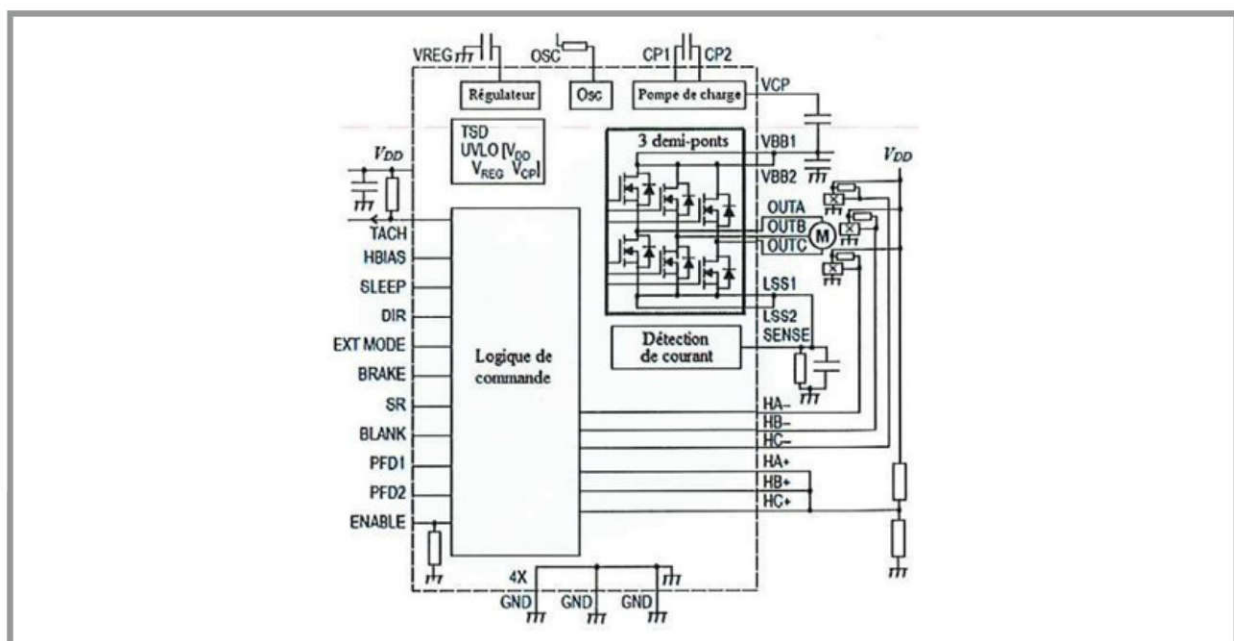


Figure 6.11 – Alimentation utilisant un seul circuit intégré.

La fréquence de découpage f_d est fixée par une résistance R_d branchée entre la borne OSC du circuit intégré et l'alimentation V_{DD} selon la formule :

$$f_d = \frac{204 \times 10^9}{R_d}$$

La valeur typique $f_d = 4$ MHz est obtenue pour $R_d = 51$ k Ω .

6.3.2 Alimentation en courant utilisant plusieurs circuits intégrés

Un premier exemple fait appel à trois circuits différents (figure 6.12) :

- un circuit de puissance L6234 produit par ST qui comprend trois étages de deux transistors MOS et de deux diodes qui peuvent fournir au maximum 5 A sous 52 V ;
- un circuit de commande du courant par découpage réalisé avec un comparateur et un monostable ;
- un circuit logique de commande réalisé grâce à un GAL16V8 (réseau logique programmable) qui décode les signaux reçus des capteurs à effet Hall pour fournir les informations adaptées à la commande du circuit de puissance.

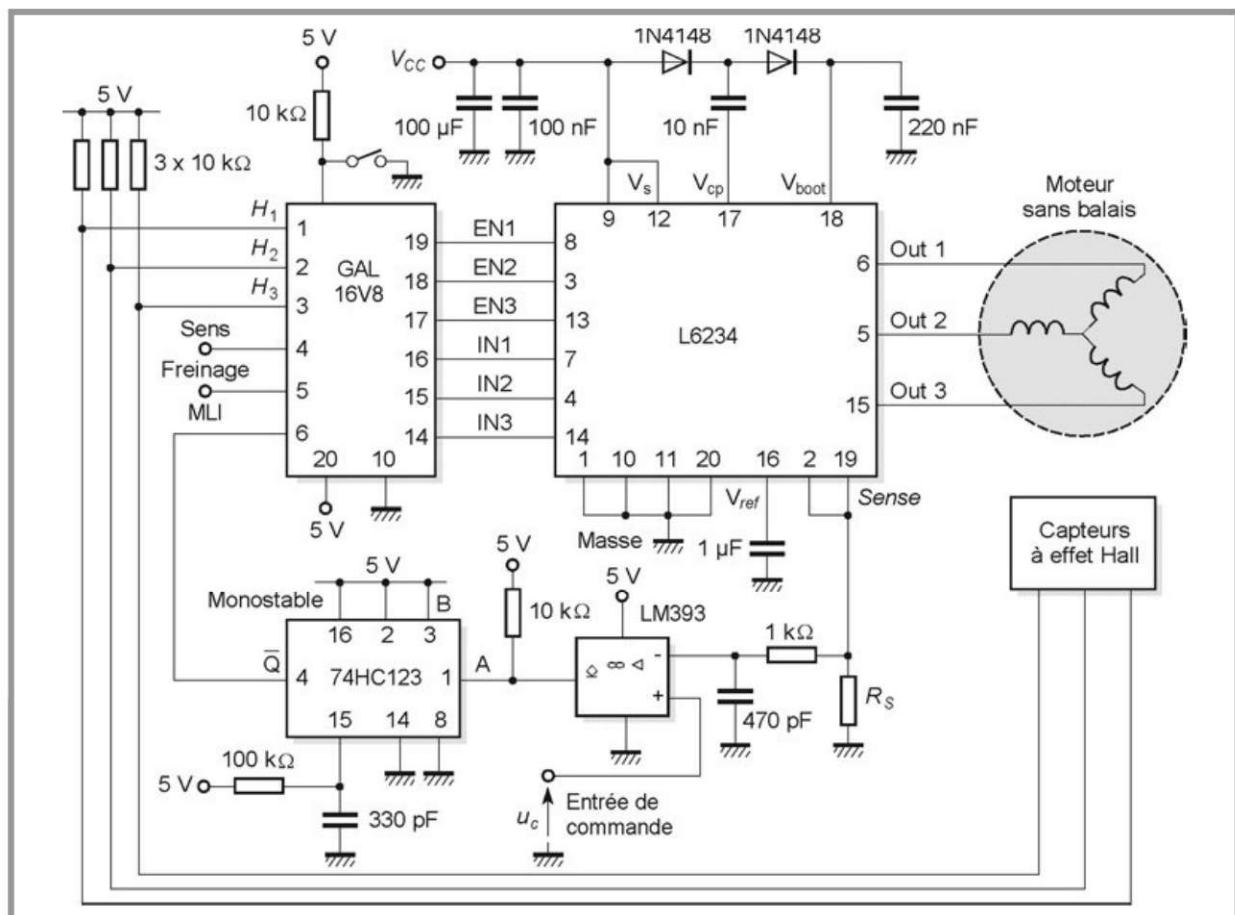


Figure 6.12 – Alimentation utilisant plusieurs circuits intégrés.

Les diodes et condensateurs connectés au circuit intégré L6234 assurent une commande correcte des transistors MOS. La résistance R_S permet d'avoir une tension image du courant dans la machine. Ce signal est filtré par un circuit passe-bas du premier ordre avant d'être appliqué à un comparateur dont l'autre entrée est soumise à la tension de commande u_c . La sortie étant en collecteur ouvert, une résistance branchée à l'alimentation est indispensable. La tension obtenue déclenche un circuit monostable intégré 74HC123 de technologie CMOS rapide.

On obtient ainsi une commande du courant par découpage à temps de coupure constant. La durée du monostable est fixée par la résistance et le condensateur externes. Avec les valeurs du schéma, on a $t_2 = 30 \mu s$. Le GAL reçoit les informations issues des capteurs à effet Hall, le signal de commande de découpage, et il est muni d'entrées de commande pour le sens de rotation et le freinage. Il élabore alors les signaux imposant les commutations du circuit de puissance.

Un autre exemple utilise trois circuits *ON Semiconductor* (figure 6.13) :

- un module de puissance MPM3003 qui est un pont triphasé de transistors MOS ;
- un circuit intégré MC33035 qui décode les signaux reçus des capteurs à effet Hall et élabore les signaux de commande des transistors de puissance ;
- un circuit intégré MC33039 qui fournit une impulsion de durée fixée à chaque transition sur les capteurs à effet Hall, ce qui permet d'obtenir après filtrage une tension proportionnelle à la vitesse du moteur.

Le circuit intégré MC33035 possède trois bornes d'entrée pour les capteurs à effet Hall (elles portent les numéros 4, 5 et 6). Il comporte six étages de sortie pour la commande des transistors MOS de puissance : trois étages à transistors NPN en collecteur ouvert (bornes 1, 2, 24) pour les transistors de la moitié supérieure du pont, et trois étages *totem pole* (bornes 19, 20, 21) pour la moitié inférieure. Les sorties en collecteur ouvert doivent être évidemment munies de résistances de rappel (R_6 , R_{14} et R_{15}). Le circuit est capable de détecter les surintensités. Une résistance R_{21} est branchée entre les sources reliées des trois transistors MOS inférieurs et la masse. La tension à ses bornes, qui est proportionnelle au courant dans la charge, est appliquée à l'entrée d'un comparateur interne (bornes 9 et 15), après atténuation et filtrage (résistances R_8 et R_9 et condensateur C_5). En cas d'apparition d'une surintensité, la sortie du comparateur agit sur une bascule RS interne qui bloque les transistors de puissance. Le circuit détecte également une tension trop basse pour assurer un fonctionnement correct. La présence d'un défaut entraîne la commutation d'un transistor interne (collecteur ouvert sur la borne 14) qui allume la diode électroluminescente D_6 . L'oscillateur interne fonctionne à une fréquence déterminée par la résistance R_2 et la capacité C_2 . L'amplificateur d'erreur a ses deux bornes d'entrée (11 et 12) accessibles pour s'adapter à diverses méthodes de commande.

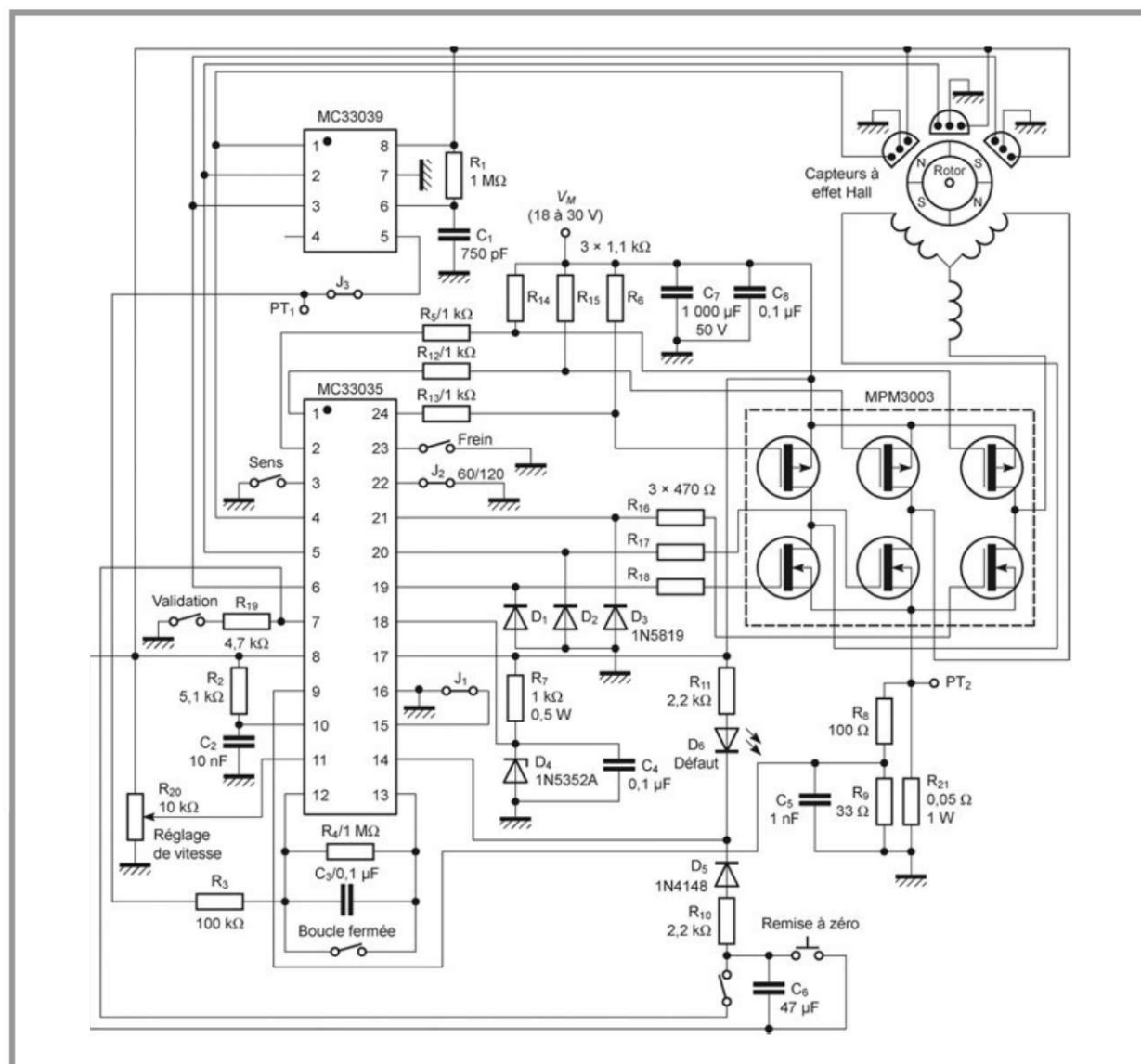


Figure 6.13 – Alimentation utilisant trois circuits ON Semiconductor.

Pour un fonctionnement en boucle ouverte, une tension de commande (obtenue sur le schéma à l'aide du potentiomètre R_{20}) est appliquée à l'entrée non inverseuse (borne 11). La fermeture de l'interrupteur nommé « boucle fermée » configure l'amplificateur d'erreur en suiveur. La tension de sortie de cet étage est ensuite comparée dans le circuit intégré au signal aux bornes du condensateur C_2 de l'oscillateur interne afin d'obtenir la modulation de largeur d'impulsion.

Pour un fonctionnement en boucle fermée, l'interrupteur correspondant est ouvert. Le signal en impulsions issu du circuit intégré MC33039 est filtré pour obtenir une tension proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur. C'est l'amplificateur d'erreur interne du circuit intégré MC33035 qui est utilisé pour constituer

un filtre actif passe-bas en association avec les résistances R_3 et R_4 et le condensateur C_3 . Sa tension de sortie constitue le signal d'erreur appliqué au comparateur de modulation de largeur d'impulsion.

Pour la création des impulsions sur sa sortie (borne 5), le circuit intégré MC33039 reçoit les signaux issus des capteurs à effet Hall sur ses entrées (bornes 1, 2, 3) tandis que la résistance R_1 et le condensateur C_1 fixent la durée de ces impulsions. L'alimentation continue du circuit intégré MC33039 (borne 8) est obtenue par la tension de référence disponible sur la borne 8 du circuit intégré MC33035.



MOTEURS PAS-À-PAS

Le principe du moteur pas-à-pas est connu de longue date, mais son développement a commencé dans les années 1960 grâce à l'avènement de l'électronique numérique.

7.1 Généralités

7.1.1 Définition

Un moteur pas-à-pas est une machine tournante dont le rotor se déplace d'un angle élémentaire α_p appelé pas chaque fois que son circuit de commande effectue une commutation de courant dans un ou plusieurs de ses enroulements. Il s'agit donc avant tout d'un actionneur de positionnement. Toutefois, une succession rapprochée de commutations permet d'obtenir une rotation continue.

Compte tenu de son principe, la commande de la position ou de la vitesse d'un moteur pas-à-pas peut se faire sans asservissement : il n'est pas nécessaire de contrôler le résultat qui correspond exactement aux ordres donnés à condition de respecter certaines limites de fonctionnement. Ce mouvement par pas est appelé incrémental. Pour avoir une bonne résolution dans le positionnement, la machine doit avoir un pas assez faible. C'est un paramètre essentiel de la machine. On peut également caractériser cette résolution par le nombre de pas par tour, qui lui, doit évidemment être élevé :

$$N_p = \frac{2\pi}{\alpha_p}$$

En dehors de ces caractéristiques générales, on ne peut pas parler du moteur pas-à-pas, mais plutôt des moteurs pas-à-pas car il existe plusieurs types de machines réalisées suivant des principes différents. Néanmoins, on utilise dans les schémas électriques un symbole unique (*figure 7.1*).

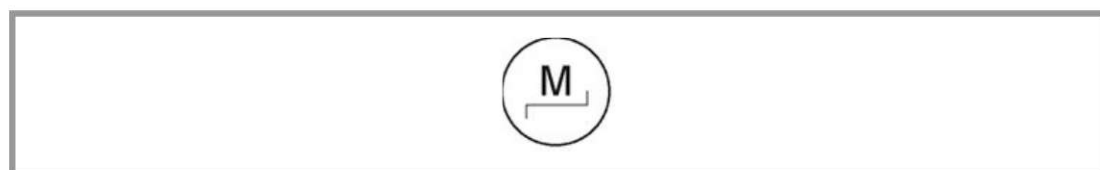


Figure 7.1 – Symbole du moteur pas-à-pas.

7.1.2 Historique

Les premiers moteurs pas-à-pas à réluctance variable ont été utilisés par la marine de guerre britannique dans les années 1920 pour déplacer les indicateurs de direction des lance-torpilles et des canons. Dans les années 1930, l'ingénieur Marius Lavet¹ a découvert un type particulier de moteur pas-à-pas à aimant, connu maintenant sous le nom de moteur Lavet, qui a permis le développement de ce dispositif dans le domaine de l'horlogerie grâce à sa miniaturisation et à son faible coût. Il équipe aujourd'hui presque toutes les montres à aiguilles. Le moteur pas-à-pas classique est apparu dans les années 1940, mais c'est l'avènement de l'électronique numérique dans les années 1960 qui a permis son développement.

7.1.3 Avantages

Le moteur pas-à-pas constitue une solution simple et bon marché pour les commandes en position. Il est parfaitement adapté à une commande par un signal numérique. Par rapport aux moteurs à courant continu avec ou sans balais, l'avantage déterminant est que l'asservissement de la position n'est pas nécessaire.

7.1.4 Inconvénients

Le rendement du moteur pas-à-pas est en général déplorable. Dans certaines conditions, il y a un risque de perte de pas. Pour les modes de commande élémentaires, les vibrations et les bruits acoustiques sont importants. Pour s'approcher d'une qualité de fonctionnement comparable à celle obtenue par un moteur à courant continu avec ou sans balais, il faut utiliser une commande plus complexe ou un asservissement, mais les avantages de la simplicité et du faible coût disparaissent alors.

7.1.5 Applications

Le moteur pas-à-pas est utilisé de longue date en horlogerie (montres et pendules). Les structures monophasées utilisées dans ce domaine sont un peu particulières. De façon générale, les moteurs pas-à-pas sont particulièrement indiqués pour obtenir un positionnement précis : antenne satellite, télescope, table XY... L'informatique fait largement appel aux moteurs pas-à-pas : imprimantes, scanner, etc. Les distributeurs automatiques, les lecteurs de cartes, les photocopieurs, emploient également cette technologie. Quelques accessoires automobiles utilisent aussi des moteurs pas-à-pas.

¹Marius Lavet est né le 7 février 1891 à Clermont-Ferrand. Ingénieur de l'École des arts et métiers de Cluny (1910) et de l'École supérieure d'électricité (1911), il dépose en 1936 un brevet concernant un micro-moteur pas-à-pas d'horlogerie. Il met au point en 1949 l'entretien des oscillations d'un quartz par un circuit électronique à transistor. Il meurt à Paris le 11 février 1980.

7.2 Différents types

Tous les moteurs pas-à-pas comprennent un stator portant des bobines dans lesquelles le courant est commuté par l'électronique de commande. Par contre, des différences apparaissent au niveau du rotor.

7.2.1 Moteur à aimant

Principe

Le rotor porte des aimants permanents. Considérons par exemple un moteur pas-à-pas dont le stator comporte quatre bobines et dont le rotor est un aimant bipolaire (*figure 7.2*).

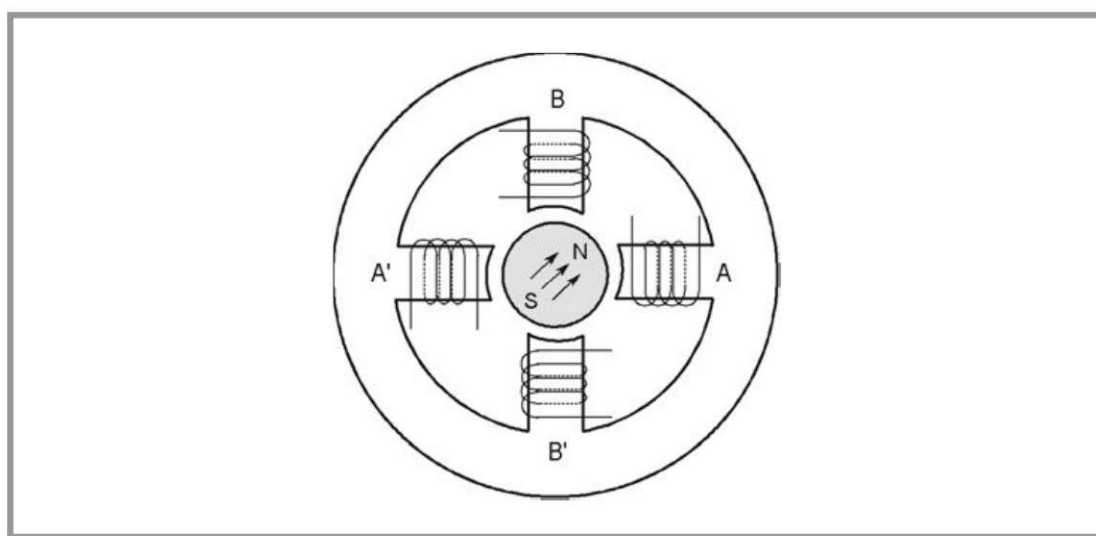


Figure 7.2 – Moteur pas-à-pas à aimant (structure à pôles saillants).

Il s'agit d'une structure élémentaire qui permettra une explication du fonctionnement, mais qui aurait en pratique une résolution insuffisante.

En l'absence de courant dans les enroulements, le rotor se place dans une position d'équilibre stable, sa paire de pôles étant en face d'une paire de plots du stator. Ce phénomène est dû à la structure à pôles saillants de la machine. Pour écarter le rotor de sa position de repos, il faut exercer un couple appelé couple de détente. Il n'existe pas dans les moteurs à « pôles lisses » (*figure 7.3*), mais cette solution n'est guère rencontrée en pratique.

On peut alimenter les quatre bobines de diverses manières. La plus simple est d'imposer un courant, toujours de même sens, dans une seule bobine à la fois. On a ainsi un moteur à quatre phases à alimentation unidirectionnelle. Considérons par exemple que le sens de bobinage et l'alimentation sont tels qu'un pôle sud soit créé par une phase alimentée. Celui-ci attire alors le pôle nord du rotor. Les positions d'équilibre stable correspondent donc à l'axe magnétique du rotor en face de l'axe des bobines, pôle nord associé à pôle sud. Il y a ainsi quatre positions d'équilibre (*tableau 7.1*).

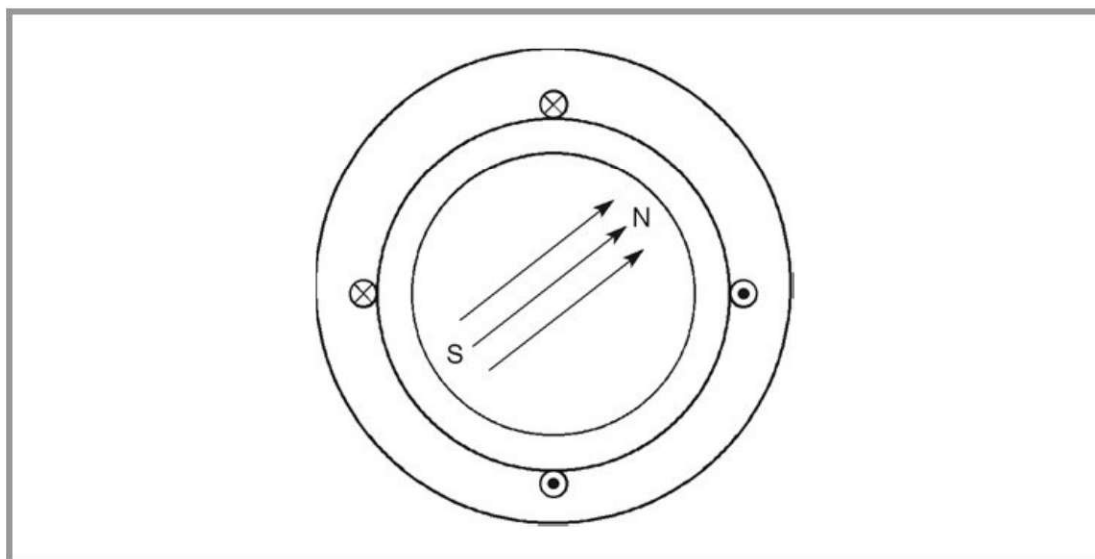


Figure 7.3 – Moteur pas-à-pas à aimant (structure lisse).

Pour obtenir une rotation d'un tour, il faut effectuer quatre commutations (figure 7.4).

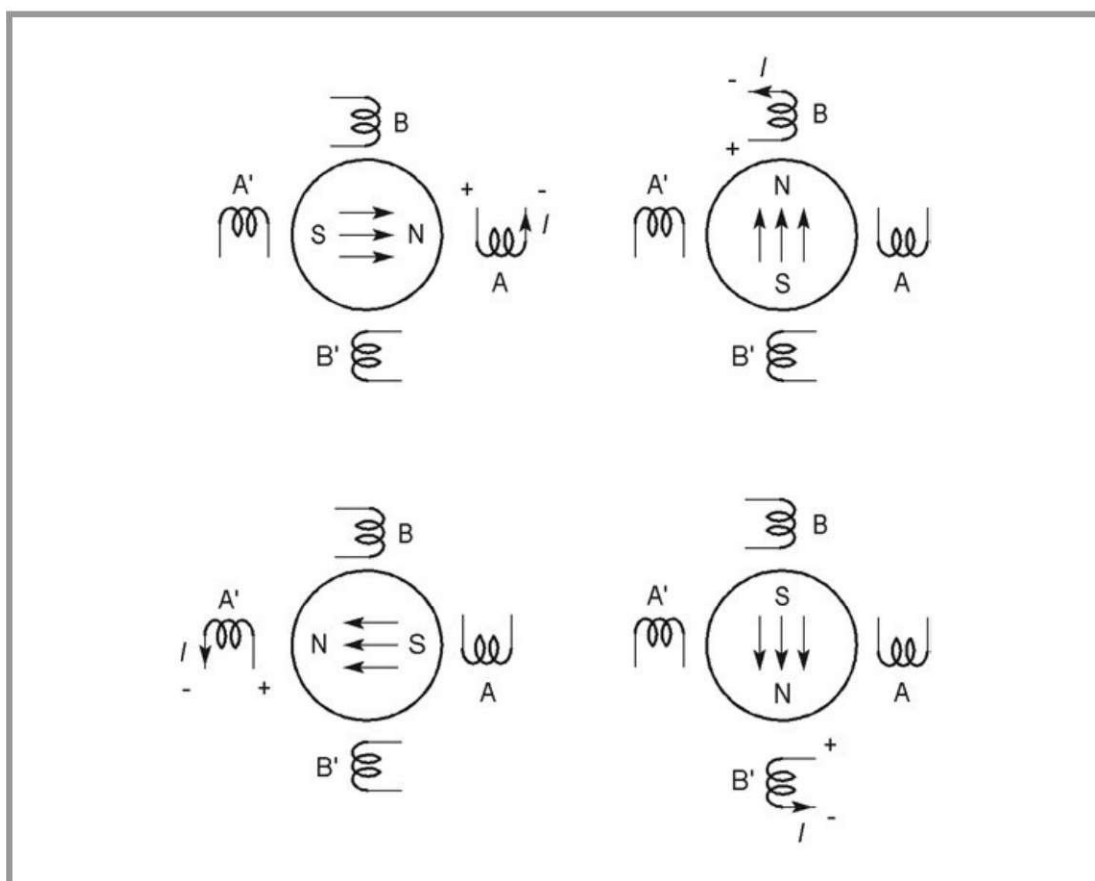


Figure 7.4 – Rotation d'un tour pour un moteur à aimant à quatre phases à alimentation unidirectionnelle.

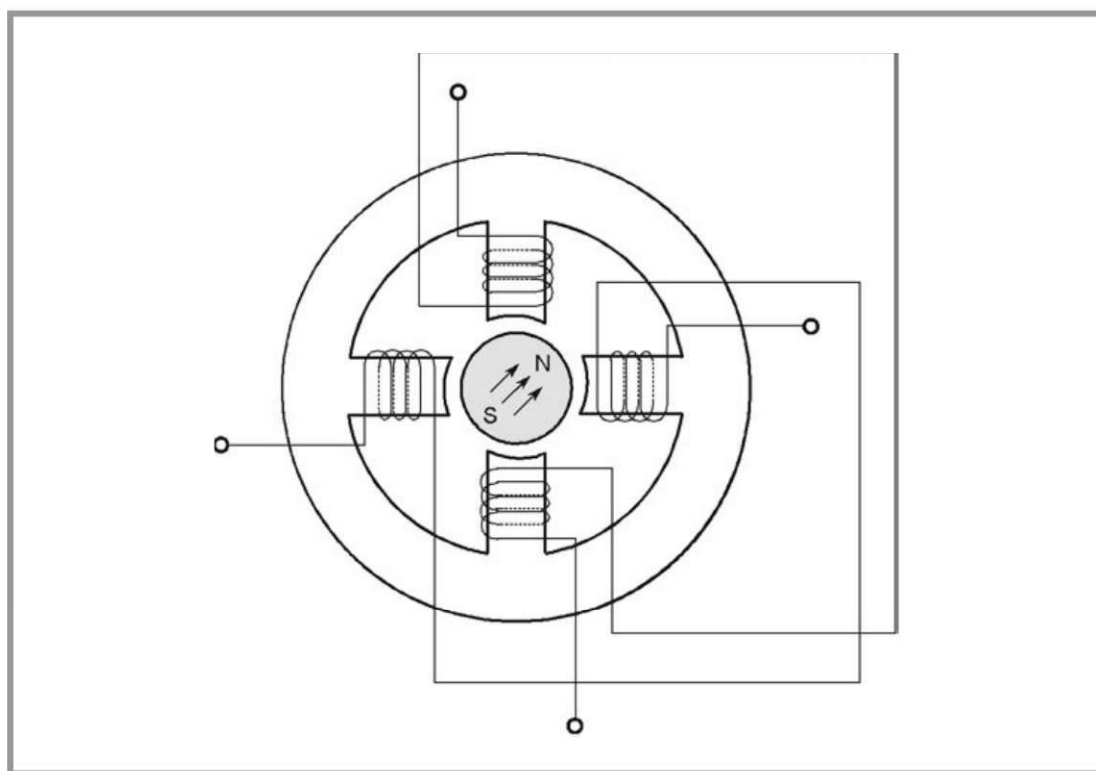
Tableau 7.1 – Séquence des commutations pour un moteur à aimant à quatre phases à alimentation unidirectionnelle.

Position du rotor	Courants dans les phases			
	A	B	A'	B'
1	I	0	0	0
2	0	I	0	0
3	0	0	I	0
4	0	0	0	I

On arrive ainsi à un pas de 90° , soit quatre pas par tour. Le sens de rotation dépend de l'ordre dans lequel on effectue les commutations : de 1 à 4 pour le sens trigonométrique et de 4 à 1 pour le sens horaire.

Dans ce mode de fonctionnement, la machine est mal utilisée car seul un quart du cuivre est parcouru par un courant à un instant donné. Par contre, l'alimentation est simple puisqu'on n'a pas besoin d'inverser le courant dans les bobines.

Pour mieux utiliser le cuivre, on préfère employer deux bobines par phase (figure 7.5).

**Figure 7.5 – Couplage de deux bobines par phase.**

Pour obtenir un tour complet, il faut maintenant pouvoir inverser le courant dans les enroulements : l'alimentation doit être bidirectionnelle (tableau 7.2). Il faut toujours quatre commutations pour obtenir une rotation d'un tour complet (figure 7.6).

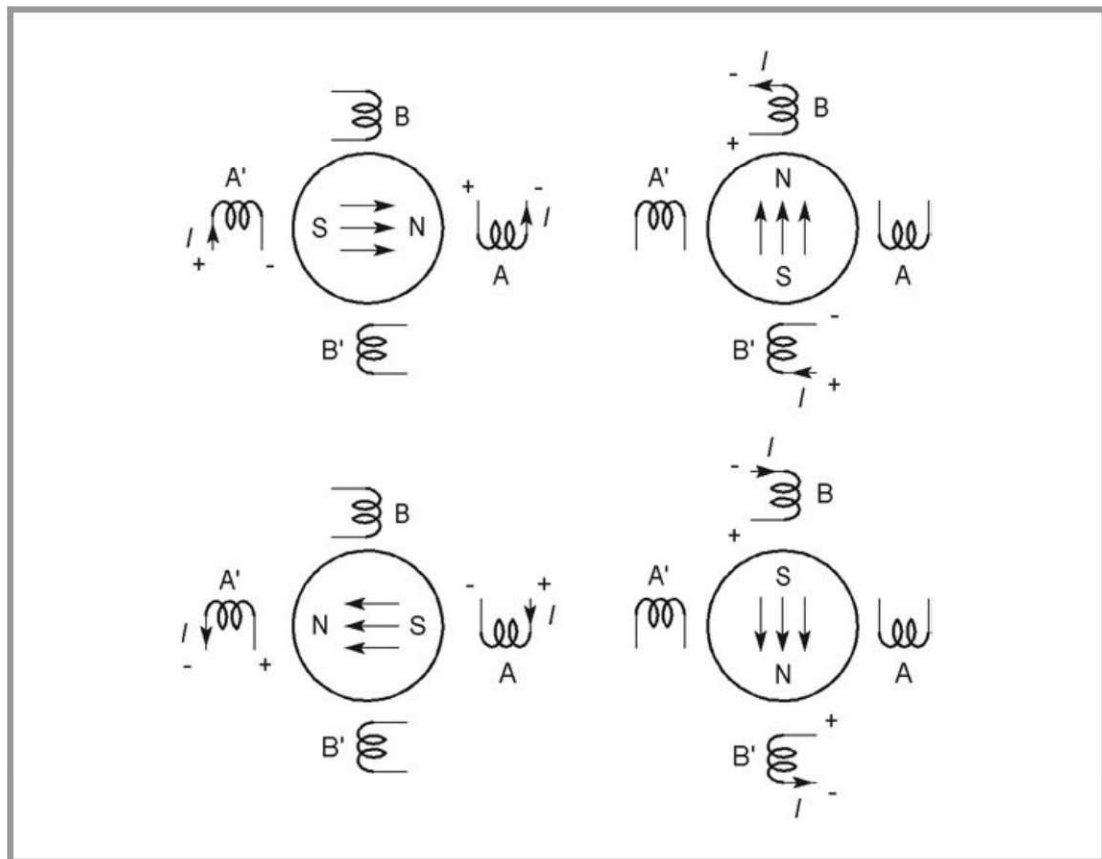


Figure 7.6 – Rotation d'un tour pour un moteur à aimant à deux phases à alimentation bidirectionnelle.

Tableau 7.2 – Séquence des commutations pour un moteur à aimant à deux phases à alimentation bidirectionnelle.

Position du rotor	Courants dans les phases	
	AA'	BB'
1	I	0
2	0	I
3	$-I$	0
4	0	$-I$

Le pas est toujours de 90° . Le cuivre est mieux utilisé puisque la force magnéto-motrice a doublé, mais l'alimentation est plus complexe puisqu'elle doit permettre l'inversion des polarités.

Il est possible d'améliorer encore l'utilisation du cuivre en alimentant deux phases à la fois (*tableau 7.3*). Les positions d'équilibre se situent cette fois suivant les bissectrices des angles formés par les axes des deux phases (*figure 7.7*).

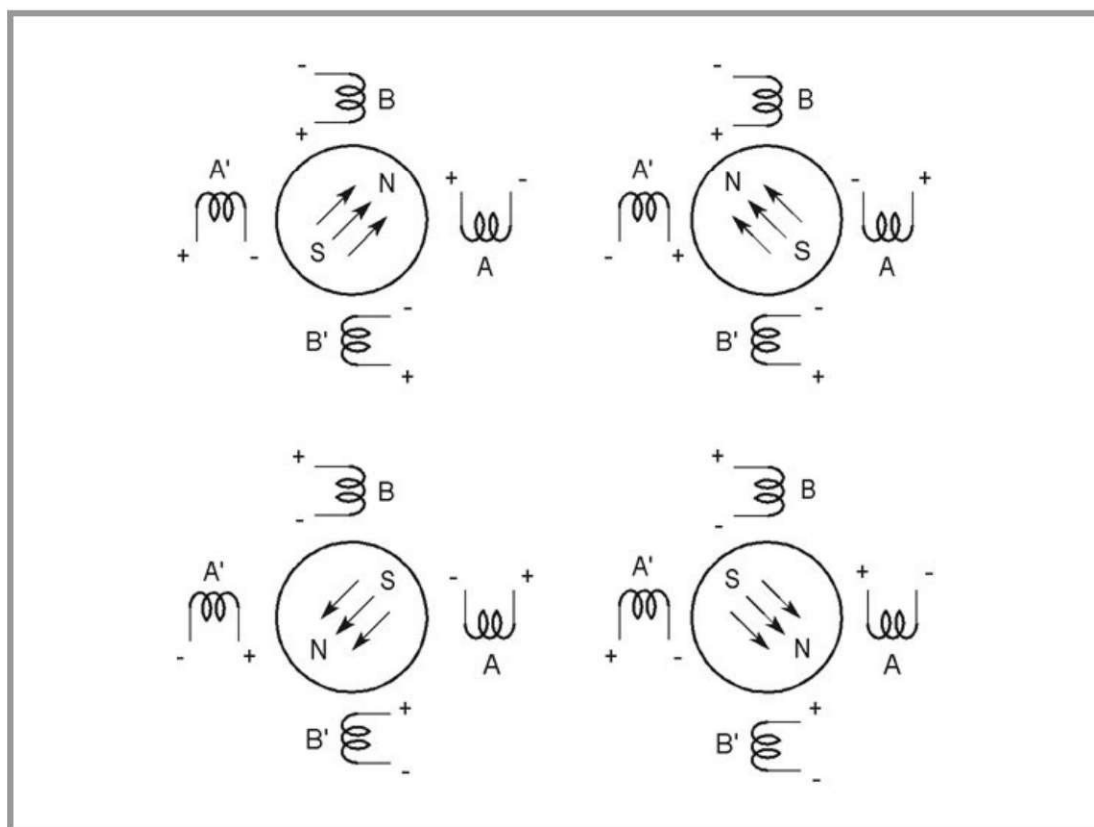


Figure 7.7 – Alimentation de deux phases à la fois.

Tableau 7.3 – Séquence des commutations pour un moteur à aimant à deux phases alimentées ensemble.

Position du rotor	Courants dans les phases	
	AA'	BB'
1	I	I
2	$-I$	I
3	$-I$	$-I$
4	$-I$	I

Le nombre de pas par tour est inchangé, mais le couple moteur est plus important. En effet, en considérant que le système est linéaire, les champs magnétiques créés par chacune des phases s'ajoutent vectoriellement (*figure 7.8*). Le champ résultant a une norme $\sqrt{2}$ fois plus grande que celle du champ d'une bobine seule.

On rencontre aussi des moteurs pas-à-pas à enroulements bifilaires. Chaque plot est muni d'un bobinage formé par deux conducteurs accolés. On dispose ainsi de quatre bornes, ce qui rend possible l'obtention d'un pôle nord ou d'un pôle sud sur un plot avec une alimentation unidirectionnelle. La séquence de commutation à utiliser est celle du *tableau 7.1*, mais en alimentant un des deux bobinages de chacun des deux plots situés l'un en face de l'autre. La commande de la machine est ainsi simplifiée, mais on retrouve une mauvaise utilisation du cuivre.

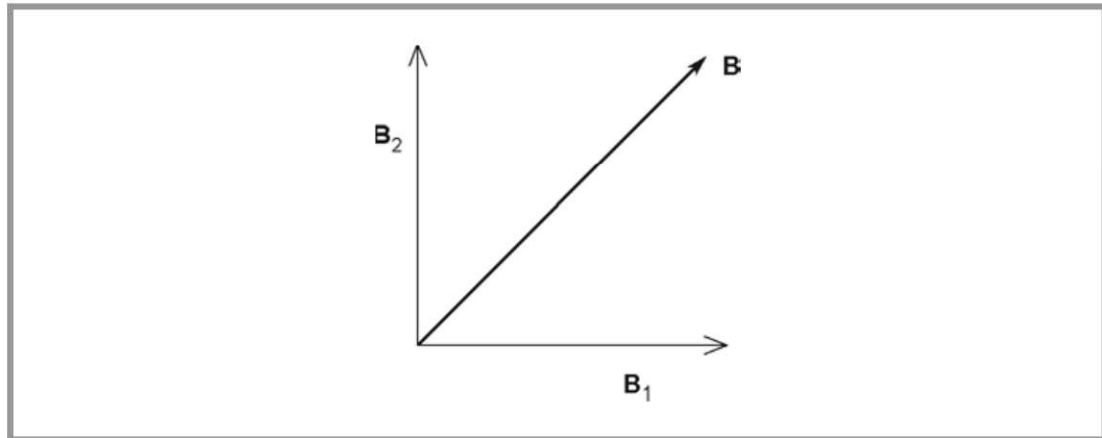


Figure 7.8 – Composition des champs magnétiques.

Amélioration de la résolution

Fonctionnement en demi-pas

Il est possible de se servir des deux types de positions d'équilibre, celles dans l'axe des plots et celles sur les bissectrices, en alimentant alternativement une phase puis deux : on parle alors de fonctionnement en demi-pas (*figure 7.9*). Le *tableau 7.4* précise la séquence de commutation dans ce cas.

Tableau 7.4 – Séquence des commutations pour un moteur à aimant à deux phases dans un fonctionnement en demi-pas.

Position du rotor	Courants dans les phases	
	AA'	BB'
1	I	0
2	I	I
3	0	I
4	$-I$	I
5	$-I$	0
6	$-I$	$-I$
7	0	$-I$
8	I	$-I$

L'angle élémentaire est cette fois de 45° , soit la moitié du pas du moteur. Cependant, le fonctionnement n'est pas idéal car le couple n'est pas le même dans toutes les positions puisque le champ magnétique est alternativement B et $B\sqrt{2}$ pour les commutations successives. On peut éliminer ce problème en faisant appel à deux niveaux de courant I et $I\sqrt{2}$ comme le montre le *tableau 7.5*.

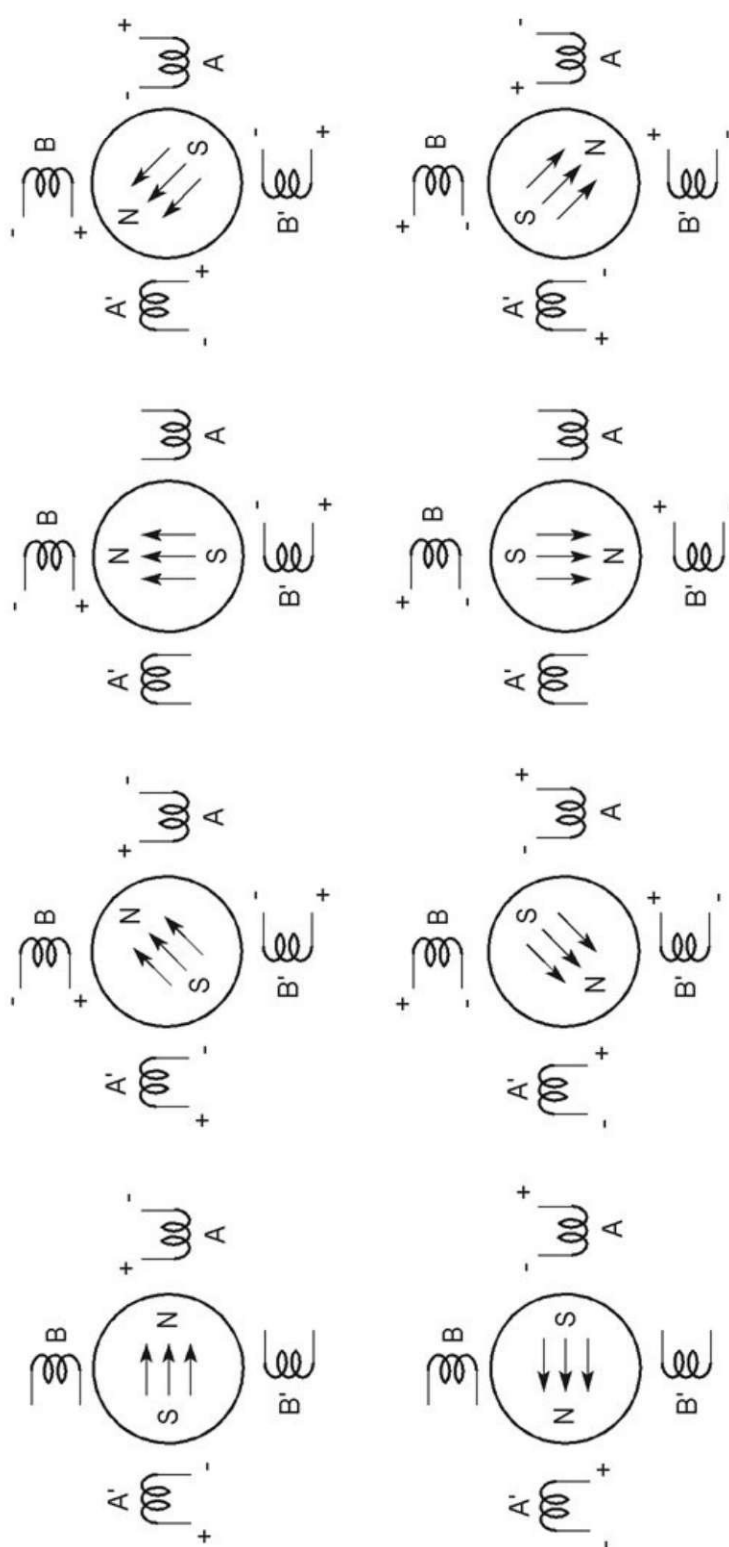


Figure 7.9 – Fonctionnement en demi-pas.

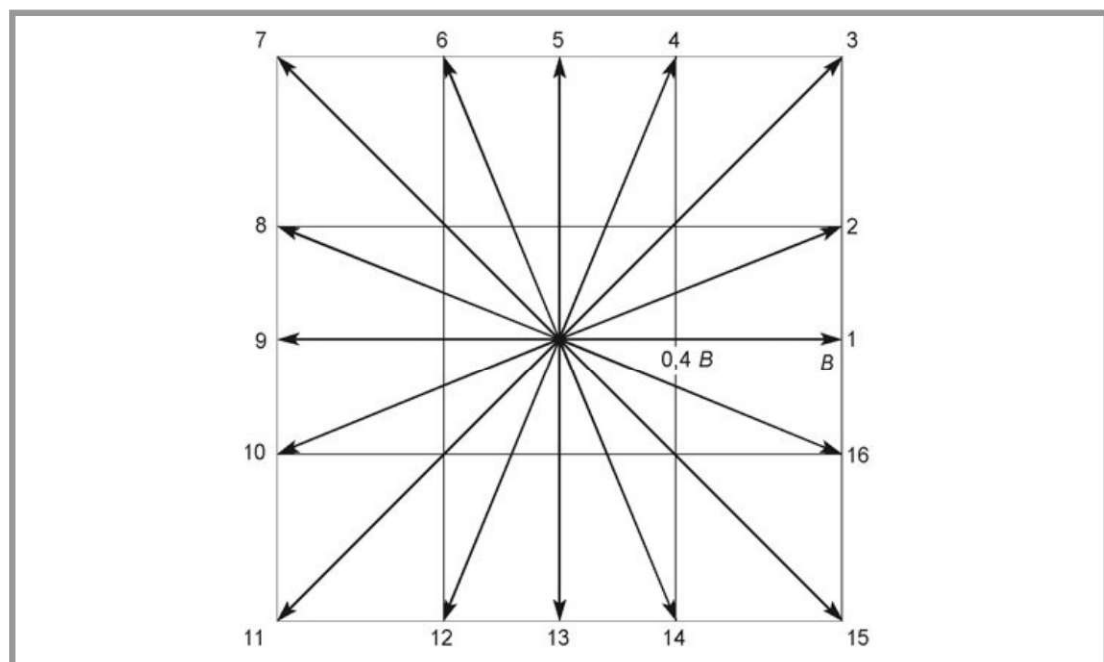
Tableau 7.5 – Séquence des commutations pour un moteur à aimant à deux phases dans un fonctionnement en demi-pas à deux niveaux de courant.

Position du rotor	Courants dans les phases	
	AA'	BB'
1	$I\sqrt{2}$	0
2	I	I
3	0	$I\sqrt{2}$
4	$-I$	I
5	$-I\sqrt{2}$	0
6	$-I$	$-I$
7	0	$-I\sqrt{2}$
8	I	$-I$

Fonctionnement à pas réduit

On peut aller plus loin dans l'amélioration de la résolution pour un moteur donné en utilisant plusieurs niveaux de courants dans les enroulements : on parle de fonctionnement à pas réduit. Un premier exemple fait appel à deux niveaux de courant. L'un correspond à l'intensité nominale I_n et l'autre vaut $0,4 I_n$. On obtient ainsi seize positions d'équilibre (*tableau 7.6*).

On peut tracer les vecteurs champs magnétiques résultants pour les différentes alimentations des phases (*figure 7.10*).

**Figure 7.10 – Diagramme des champs magnétiques pour un fonctionnement à pas réduit (première solution).**

On constate que l'angle de rotation élémentaire n'est pas constant. En effet, la première position du rotor étant $\theta_1 = 0$, la deuxième correspond à un angle θ_2 tel que :

$$\tan \theta_2 = \frac{0,4B}{B} = 0,4$$

soit :

$$\theta_2 = 21,8^\circ$$

La troisième position est $\theta_3 = 45^\circ$. La rotation résultant de la première commutation est :

$$\alpha_1 = \theta_2 - \theta_1 = 21,8^\circ$$

La rotation due à la deuxième commutation est :

$$\alpha_2 = \theta_3 - \theta_2 = 23,2^\circ$$

Compte tenu des symétries de la figure des champs magnétiques, on voit que les angles élémentaires prendront une de ces deux valeurs suivant la commutation commandée. De plus, on observe une variation du champ magnétique suivant la position, donc une irrégularité du couple.

Tableau 7.6 – Séquence des commutations pour un moteur à aimant à deux phases dans un fonctionnement à pas réduits (première solution).

Position du rotor	Courants dans les phases		θ (°)
	AA'	BB'	
1	I	0	0
2	I	$0,4I$	21,8
3	I	I	45
4	$0,4I$	I	68,2
5	0	I	90
6	$-0,4I$	I	111,8
7	$-I$	I	135
8	$-I$	$0,4I$	158,2
9	$-I$	0	180
10	$-I$	$-0,4I$	201,8
11	$-I$	$-I$	225
12	$-0,4I$	$-I$	248,2
13	0	$-I$	270
14	$0,4I$	$-I$	291,8
15	I	$-I$	315
16	I	$-0,4I$	328,2

Une autre solution emploie trois niveaux de courant : I_n , $2I_n/3$ et $I_n/3$. Les seize positions obtenues sont données dans le *tableau 7.7*. On peut représenter le diagramme des champs magnétiques (*figure 7.11*). On retrouve les mêmes inconvénients que dans le premier exemple, mais cette solution a l'avantage d'être réalisable simplement avec un circuit intégré courant (UDN2916 de *Allegro*).

Tableau 7.7 – Séquence des commutations pour un moteur à aimant à deux phases dans un fonctionnement à pas réduit (deuxième solution).

Position du rotor	Courants dans les phases		$\theta (^{\circ})$
	AA'	BB'	
1	I	0	0
2	I	$I/3$	18,4
3	$2I/3$	$2I/3$	45
4	$I/3$	I	71,6
5	0	I	90
6	$-I/3$	I	108,4
7	$-2I/3$	$2I/3$	135
8	$-I$	$I/3$	161,6
9	$-I$	0	180
10	$-I$	$-I/3$	198,4
11	$-2I/3$	$-2I/3$	225
12	$-I/3$	$-I$	251,6
13	0	$-I$	270
14	$I/3$	$-I$	288,4
15	$2I/3$	$-2I/3$	315
16	I	$-I/3$	341,6

Fonctionnement en micro-pas

On peut multiplier les niveaux de courant pour améliorer la résolution. Il s'agit alors d'un fonctionnement en micro-pas. Pour obtenir un pas constant et un couple indépendant de la commutation, il faut imposer dans les deux phases des courants de la forme :

$$i_1 = I \cos \left(k \frac{\pi}{2N} \right)$$

$$i_2 = I \sin \left(k \frac{\pi}{2N} \right)$$

N est le nombre de micro-pas par pas du moteur et k est le numéro de la position commandée. On représente le diagramme des champs magnétiques, tracé pour un seul pas du moteur (*figure 7.12*).

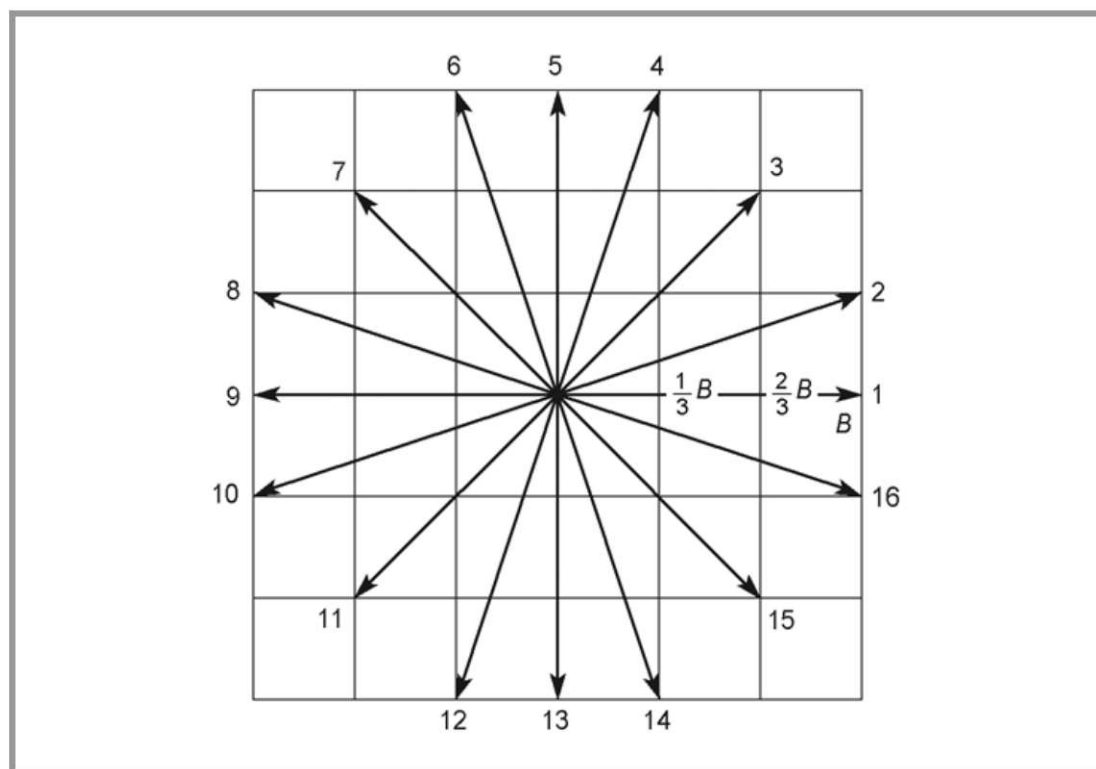


Figure 7.11 – Diagramme des champs magnétiques pour un fonctionnement à pas réduit (deuxième solution).

Le rotor se place suivant la direction définie par l'angle θ tel que :

$$\tan \theta = \frac{i_2}{i_1} = \tan \left(k \frac{\pi}{2N} \right)$$

soit :

$$\theta = k \frac{\pi}{2N}$$

L'angle de rotation élémentaire est ainsi constant et vaut :

$$\alpha = \frac{\pi}{2N}$$

Le champ magnétique résultant a une norme indépendante de la commutation puisque :

$$\begin{aligned} B_r &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \\ B_r &= \sqrt{B^2 \cos^2 \left(k \frac{\pi}{2N} \right) + B^2 \sin^2 \left(k \frac{\pi}{2N} \right)} \\ B_r &= B \end{aligned}$$

Le couple ne présente donc pas d'irrégularités. Le fonctionnement obtenu est très satisfaisant, mais l'électronique de commande est relativement complexe. On dispose heureusement de circuits intégrés ou de modules spécialisés remplissant cette fonction.

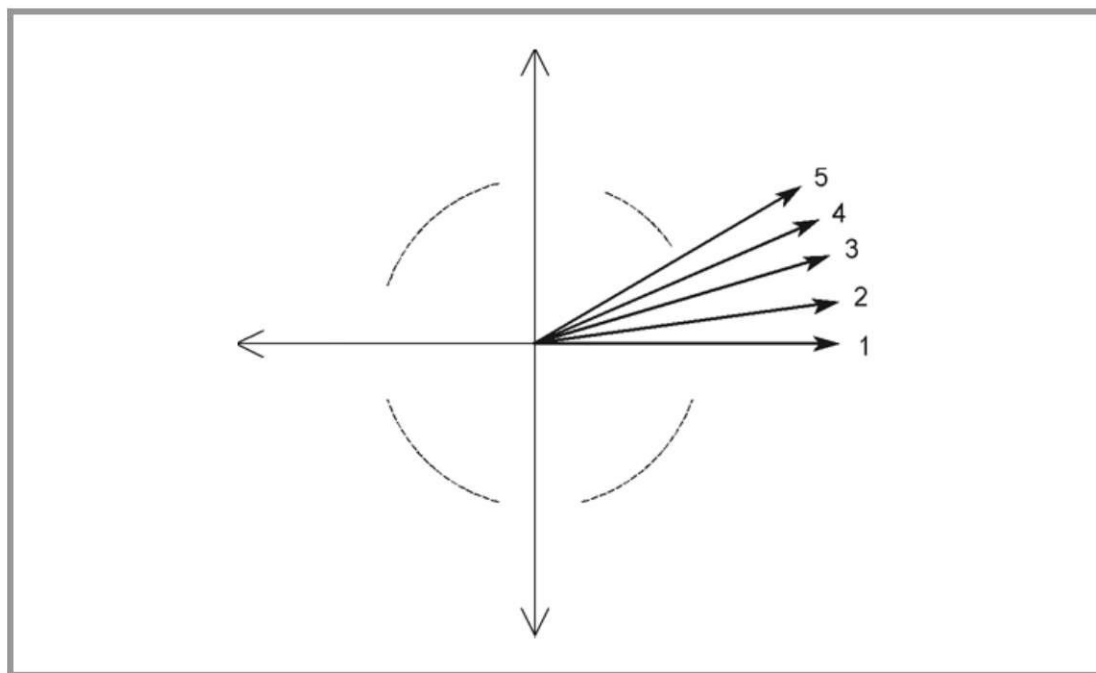


Figure 7.12 – Diagramme des champs magnétiques pour un fonctionnement en micro-pas.

Réalisations industrielles

La structure classique est à pôles saillants. Le stator est formé de tôles pour limiter les pertes par courant de Foucault car il est soumis à un flux variable. Le rotor peut être lui aussi un circuit magnétique feuilleté sur lequel on colle les aimants, ou simplement un aimant massif cylindrique. Suivant les performances demandées, on utilise pour les aimants soit des ferrites, soit des terres rares.

Pour disposer d'un nombre de pas par tour plus élevé, on augmente le nombre de plots bobinés au stator et on utilise un aimant multipolaire au rotor. On rencontre des moteurs comportant de deux à huit phases, mais la grande majorité possède deux phases (pour une alimentation bidirectionnelle) ou quatre phases (pour une alimentation unidirectionnelle) pour limiter la complexité de l'électronique associée (figure 7.13). Néanmoins, on est vite limité par l'encombrement des pôles ou les problèmes d'aimantation et il n'est guère possible de dépasser 48 pas par tour (soit un pas angulaire de $7,5^\circ$). Plusieurs solutions sont utilisées pour augmenter le nombre de pas par tours. Une première possibilité très employée permet d'obtenir 48 pas par tour avec seulement deux phases : c'est la structure en « boîte de conserve » (*tincan*). Les deux phases sont de simples solénoïdes mais sont munies de griffes qui produisent des pôles alternés. Le rotor est une couronne aimantée présentant également des pôles alternés (figure 7.14). Une seconde possibilité qui permet de diminuer considérablement le pas est employée dans les moteurs *Escap* : elle fait appel à un rotor en forme de disque (figure 7.15). L'aimantation est ici axiale (elle est radiale dans la structure classique), ce qui est permis par l'emploi d'aimants performants en terre rare. Le rotor disque est placé entre les deux

moitiés du stator portant deux phases bobinées. Il est possible d'utiliser un grand nombre de pôles et on arrive ainsi à des pas de $1,8^\circ$ (soit 200 pas par tour). De plus, le moment d'inertie de ce rotor est particulièrement faible.

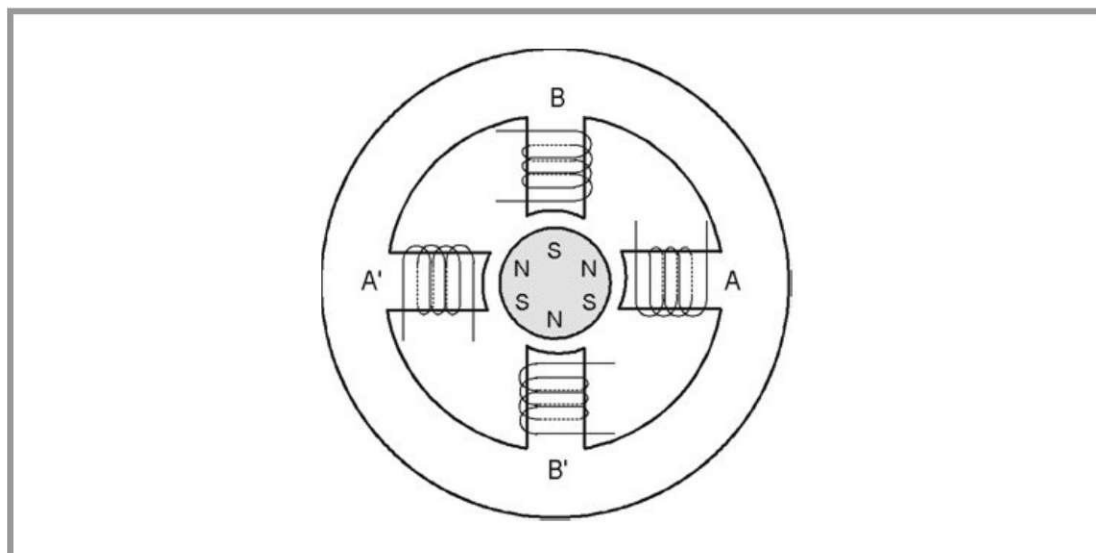


Figure 7.13 – Moteur multipolaire.

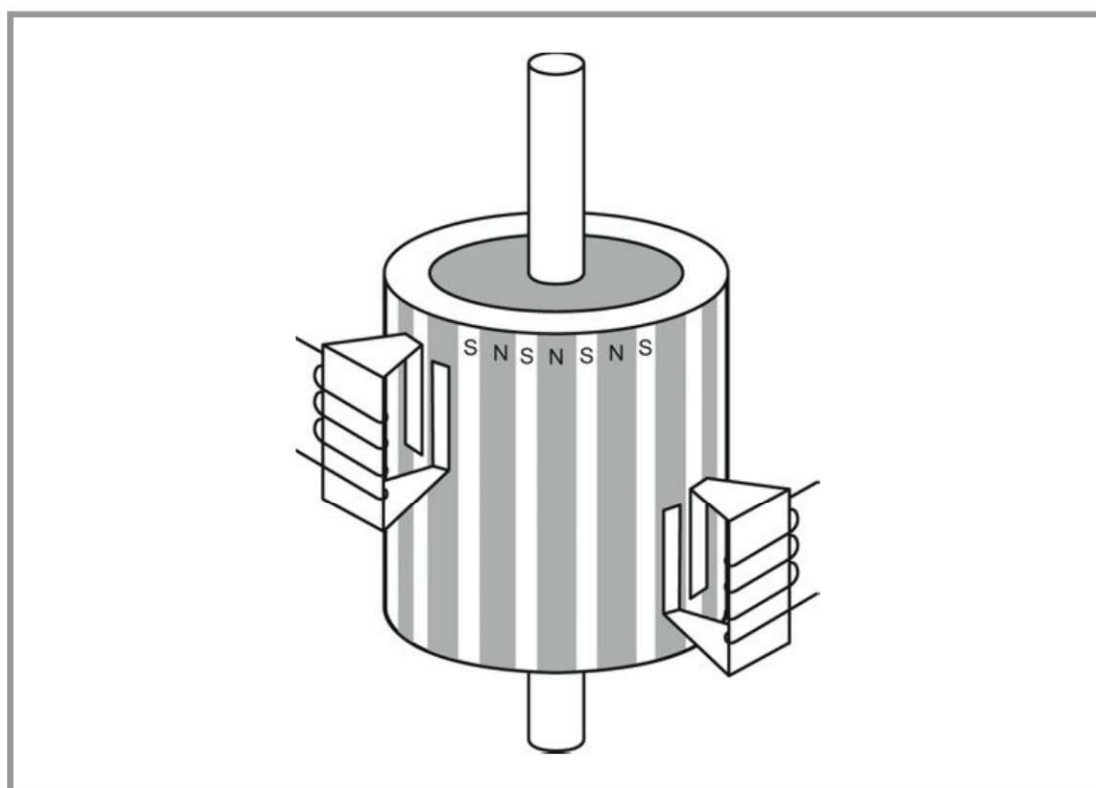


Figure 7.14 – Moteur « boîte de conserve ».

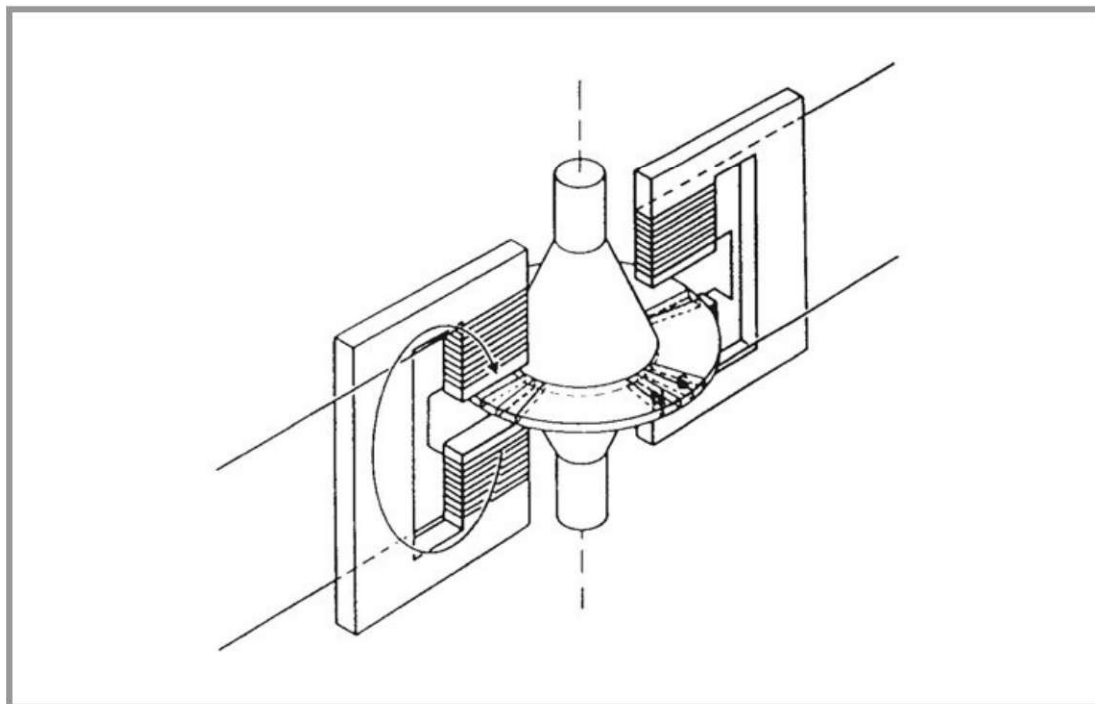


Figure 7.15 – Moteur à rotor discoïdal.

Performances

Les moteurs pas-à-pas à aimant permettent d'obtenir un couple assez important, mais avec une résolution modeste. Leur prix est raisonnable. Le moment d'inertie du rotor est assez élevé, sauf pour les structures discoïdales. Le couple de détente peut être un avantage ou un inconvénient suivant les applications.

7.2.2 Moteurs à réluctance variable

Moteurs à circuit magnétique simple

Le principe est totalement différent. Le rotor ne comporte aucun aimant, mais est simplement formé d'une structure dentée. Le stator est toujours muni de plots bobinés, mais il faut un minimum de trois phases. On considère une structure élémentaire qui va permettre l'explication du fonctionnement (*figure 7.16*). Le stator comporte six plots sur lesquels sont bobinées trois phases. Le rotor possède quatre dents. Le positionnement se fait suivant le principe de la réluctance minimale. Deux dents du rotor se placent dans l'axe des deux bobines formant la phase alimentée du stator pour minimiser la réluctance du trajet offert aux lignes de champ.

À chaque commutation, ce sont les dents les plus proches des plots alimentés qui se placent en face d'eux (*figure 7.17*). Le sens du courant n'ayant aucune influence sur le phénomène, on n'emploie que des alimentations unidirectionnelles. Le *tableau 7.8* donne la séquence nécessaire. On constate que le pas est de 30° , ce qui correspond à 12 pas par tour. De manière générale, si les dents du rotor sont

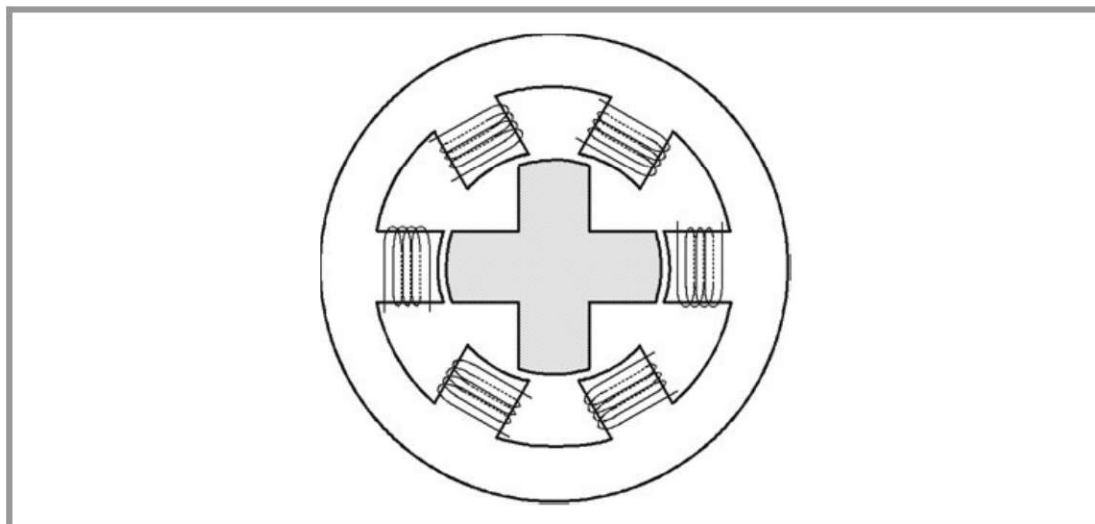


Figure 7.16 – Moteur pas-à-pas à réluctance variable à circuit magnétique simple.

séparées par un angle α_r et les plots du stator d'un angle α_s , le pas du moteur est :

$$\alpha_p = |\alpha_s - \alpha_r|$$

On peut également exprimer le nombre de pas par tour N_p en fonction du nombre de dents Z_r du rotor et du nombre de plots Z_s du stator :

$$N_p = \frac{Z_s Z_r}{|Z_r - Z_s|}$$

Pour que le fonctionnement soit possible, une condition évidente est que Z_r et Z_s doivent être différents. De plus, on n'obtient une rotation complète que pour certaines valeurs particulières de ces nombres. Quand le pas est fixé, il existe en général plusieurs combinaisons possibles pour le choix de Z_r et Z_s .

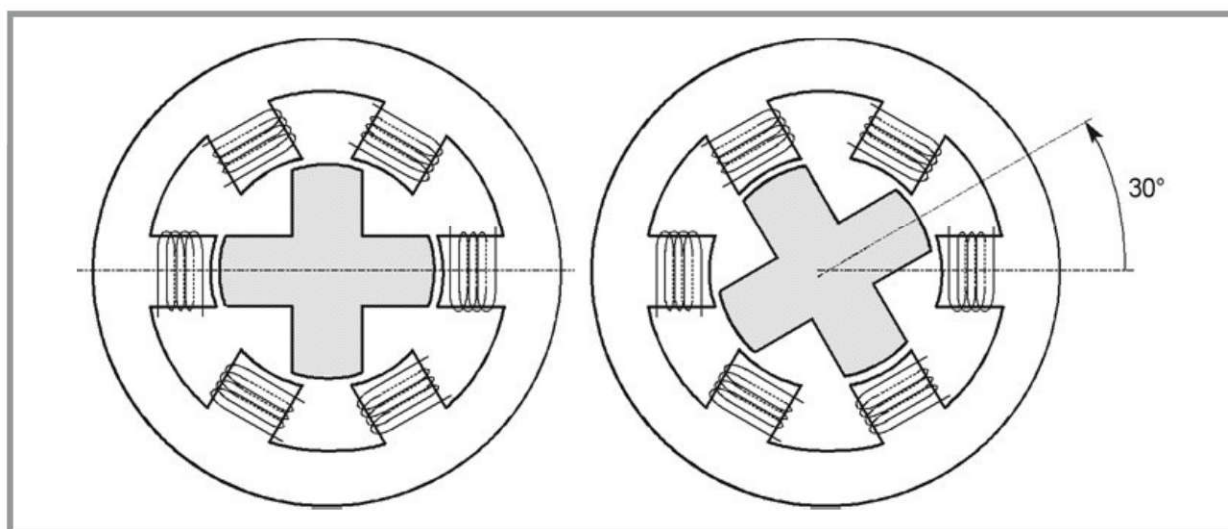


Figure 7.17 – Positionnement du moteur pas-à-pas à réluctance variable.

Tableau 7.8 – Séquence des commutations pour un moteur à reluctance variable à trois phases.

Position du rotor	Courants dans les phases		
	AA'	BB'	CC'
1	I	0	0
2	0	0	I
3	0	I	0
4	I	0	0
5	0	0	I
6	0	I	0
7	I	0	0
8	0	0	I
9	0	I	0
10	I	0	0
11	0	0	I
12	0	I	0

Pour une phase, il y a Z_r positions d'équilibre stable par tour. Pour un moteur à m phases, il y a donc mZ_r positions d'équilibre stable par tour, ce qui correspond au nombre de pas par tour :

$$N_p = mZ_r$$

Cela donne pour le pas :

$$\alpha_p = \frac{\alpha_r}{m}$$

Une relation entre le nombre de phases m , le nombre de plots statoriques Z_s et le nombre de dents rotoriques Z_r est obtenue en rassemblant les deux expressions du nombre de pas par tour N_p :

$$m = \frac{Z_s}{|Z_r - Z_s|}$$

Par ailleurs, le nombre de plots statoriques Z_s doit être multiple du nombre de phases m , de façon qu'il y ait le même nombre $\frac{Z_s}{m}$ de plots statoriques par phase.

Les relations précédentes imposent des conditions pour la structure d'un moteur ayant un pas donné. Plusieurs configurations sont possibles pour un même nombre de pas par tour. Le nombre de phases est le plus souvent limité à 3, 4 ou 5. Les structures usuelles sont précisées dans le *tableau 7.9*.

Tableau 7.9 – Structures usuelles des moteurs à réluctance variable.

m	Z_s	$\frac{Z_s}{m}$	Z_r	N_p	α_p
3	6	2	4	12	30°
3	6	2	8	24	15°
3	9	3	6	18	20°
3	9	3	12	36	10°
3	12	4	8	24	15°
4	8	2	6	24	15°
4	12	3	9	36	10°
4	8	2	10	40	9°
5	10	2	8	40	9°

Moteurs à circuits magnétiques multiples

Dans ce cas, le stator de la machine possède m circuits magnétiques indépendants affectés chacun à l'une des m phases. Ces différents éléments sont décalés d'un angle égal à :

$$\alpha_p = \frac{\alpha_s}{m}$$

α_s est l'angle entre deux plots statoriques. Le rotor place l'une de ses dents en face du plot alimenté. À chaque commutation, il tourne d'un angle α_p qui est donc le pas du moteur. On peut écrire le nombre de pas par tour :

$$N_p = m Z_s$$

Dans notre exemple, le pas est de 20° , ce qui correspond à 18 pas par tour.

Réalisations industrielles

La structure classique est celle qui utilise un circuit magnétique unique. Le rotor comme le stator sont formés de tôles. On augmente le nombre de pas par tour en accroissant le nombre de dents du rotor et le nombre de plots du stator. C'est relativement facile pour les dents rotoriques puisqu'il s'agit d'un simple usinage. On arrive ainsi à des nombres de pas par tour atteignant 200 (soit un angle de $1,8^\circ$).

On rencontre des machines dont les plots statoriques sont dentés avec un pas identique à celui de la denture du rotor, mais avec un décalage permettant la rotation. On peut ainsi atteindre une résolution encore meilleure. Les machines à circuits magnétiques multiples ne sont pas très fréquentes car leur volume important les pénalise.

Performances

Les moteurs pas-à-pas à réluctance variable possèdent une bonne résolution (jusqu'à 400 pas par tour), mais le couple moteur est assez faible. Du fait de l'absence d'aimant, il n'existe pas de couple de détente. Pour la même raison, le moment d'inertie du rotor n'est pas très élevé. Le coût de cette machine est assez modeste grâce à la simplicité de fabrication du rotor et à l'absence d'aimants (qui représentent une part non négligeable du prix des moteurs qui en possèdent). Toutefois, les performances obtenues sont souvent insuffisantes et on fera alors appel à un troisième type : le moteur hybride.

Les moteurs pas à pas à réluctance variable ont perdu progressivement leur importance à mesure que les aimants sont devenus plus performants et moins coûteux. Aujourd'hui, ils ne sont plus utilisés que dans des domaines particuliers : les applications à faible coût ou dans un environnement contraignant (températures élevées).

7.2.3 Moteur hybride

Principe

On cherche à combiner les avantages des deux types précédents : la bonne résolution due au grand nombre de dents du rotor et le couple élevé dû à la présence d'aimants. Le stator est toujours une structure à pôles saillants sur lesquels sont placés les enroulements.

On considère par exemple une machine pour laquelle on a bobiné deux phases sur huit plots (*figure 7.18*). L'alimentation est bidirectionnelle. Le rotor est constitué

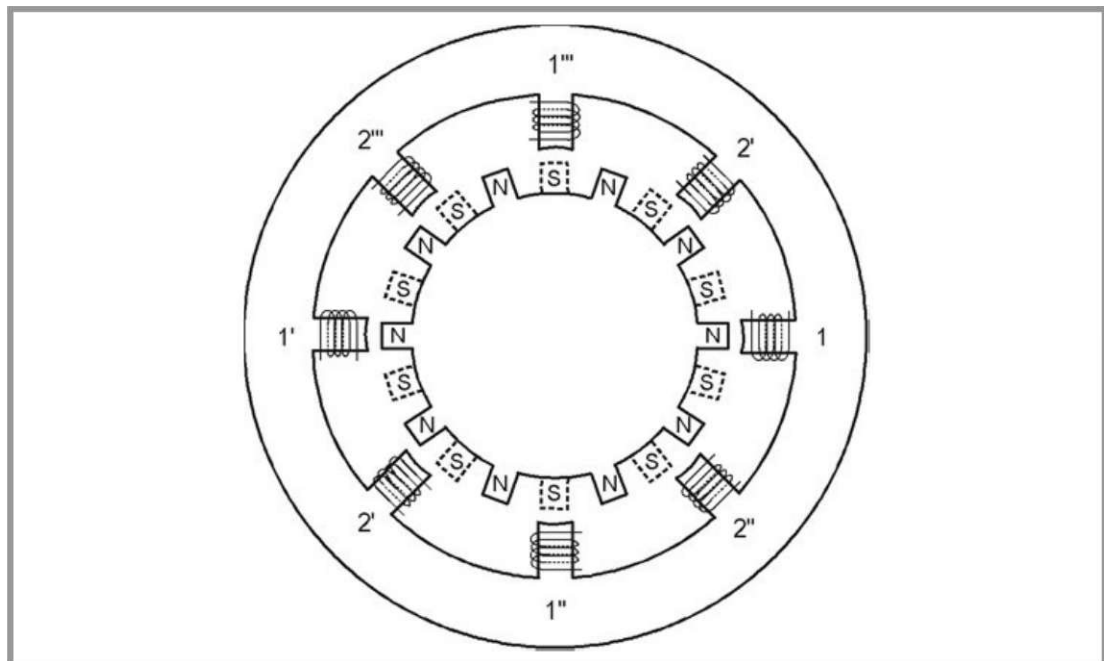


Figure 7.18 – Principe d'un moteur hybride.

de deux roues dentées décalées entre elles d'un demi-pas dentaire, reliées par un aimant axial (*figure 7.19*). Ainsi, les dents de l'un des deux demi-rotors se comportent comme des pôles nord vis-à-vis du stator tandis que les dents de l'autre demi-rotor agissent comme des pôles sud. Si un plot du stator a une dent du rotor dans son axe, les plots voisins voient une dent décalée d'un quart de pas dentaire. La séquence des commutations est inchangée par rapport au moteur pas-à-pas à aimant : elle est donnée dans le *tableau 7.2*. À chaque fois, le rotor se déplace d'un quart de pas dentaire qui est ainsi le pas du moteur. Pour notre exemple, le pas vaut 9° , ce qui correspond à 40 pas par tour. De manière générale, si le nombre de phases est m et le nombre de dents d'un demi-rotor Z_r , le nombre de pas par tour est :

$$N_p = 2m Z_r$$

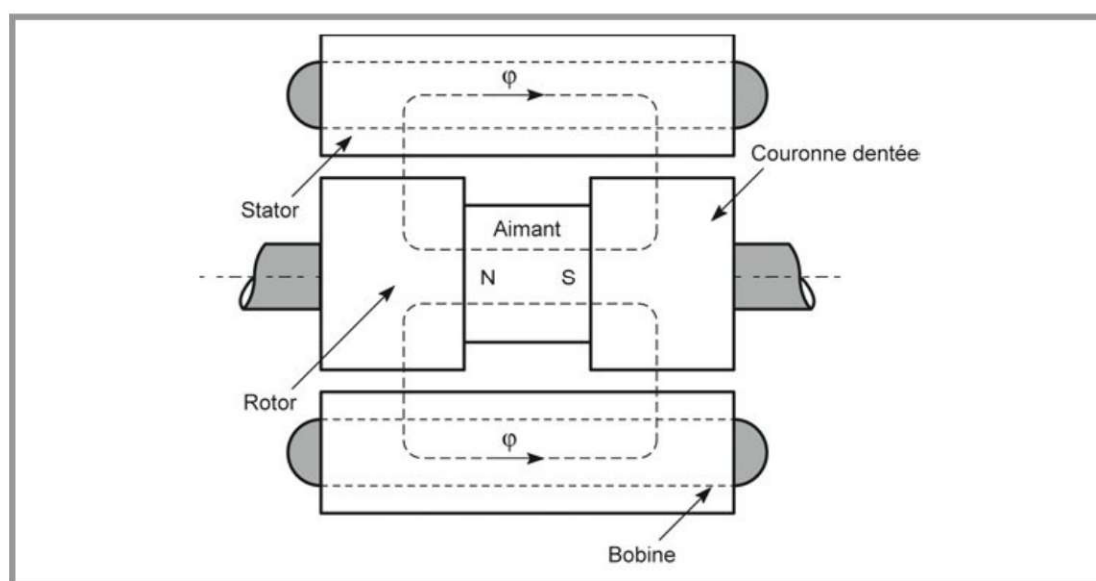


Figure 7.19 – Moteur hybride, vue axiale.

Réalisations industrielles

La structure habituellement réalisée correspond à celle du schéma de principe. Le rotor est formé de tôles magnétiques. L'aimant est en ferrites ou en terres rares. Les demi-rotors dentés sont en matériau ferromagnétique feuilleté. Pour obtenir un nombre de pas par tour élevé, les plots du stator sont dentés avec le même pas que pour le rotor. Plusieurs variantes existent dans la disposition des éléments, mais toutes conduisent à des caractéristiques similaires.

Performances

On combine un couple élevé dû à l'action de l'aimant avec une bonne résolution. On obtient ainsi couramment 200 ou 400 pas par tour et même nettement plus pour des modèles spécifiques. La machine présente un couple de détente comme tout moteur ayant des aimants et des pôles saillants. Le prix est évidemment supérieur à celui des types précédents, mais les excellentes performances en font un des moteurs pas-à-pas les plus utilisés.

7.3 Modélisation

Il s'agit ici d'obtenir les expressions des couples et des forces contre-électromotrices pour chaque type de moteur.

7.3.1 Moteur à réluctance variable

Principe

Considérons un circuit magnétique à excitation simple comportant une partie en fer doux mobile autour d'un axe (*figure 7.20*).

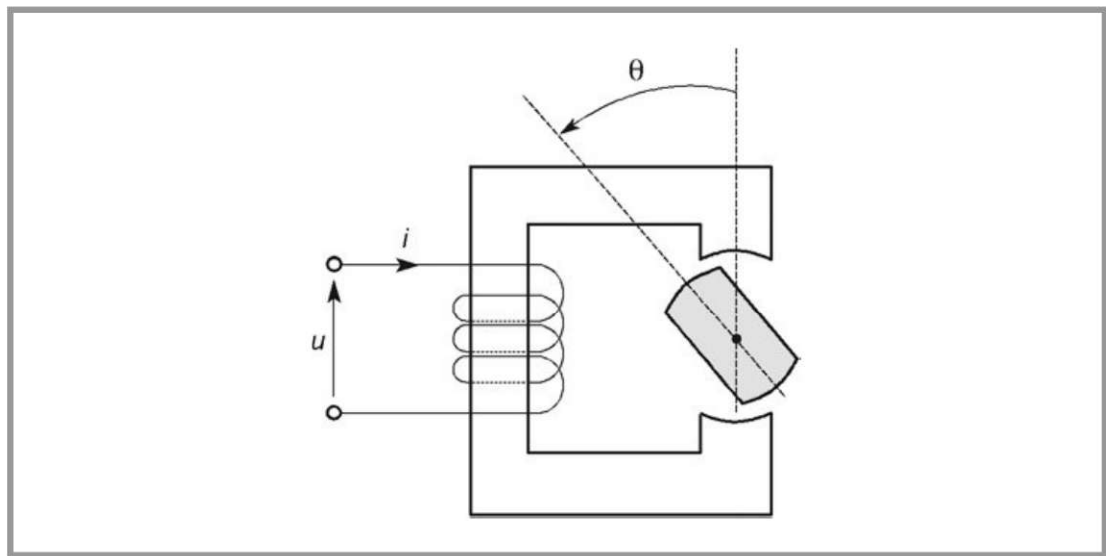


Figure 7.20 – Circuit magnétique comportant une partie mobile.

La perméance varie en fonction de la position du rotor. Elle est maximale lorsque l'entrefer est étroit et minimale lorsque l'entrefer est large (*figure 7.21*). L'inductance de la bobine varie de la même façon (*figure 7.22*).

C'est une fonction périodique de la variable θ , de période π . On peut donc la décomposer en série de Fourier. Du fait de la symétrie du motif, il n'existe que des termes en cosinus :

$$L = L_0 + L_f \cos(2\theta) + L_{h2} \cos(4\theta) + L_{h3} \cos(6\theta) + \dots$$

Pour donner une interprétation simple des phénomènes, on limite le développement au fondamental :

$$L \approx L_0 + L_f \cos(2\theta)$$

Le couple peut alors se calculer comme on l'a indiqué au chapitre 1 :

$$\gamma_m = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\theta} i^2$$

ce qui donne ici :

$$\gamma = -L_f i^2 \sin(2\theta)$$

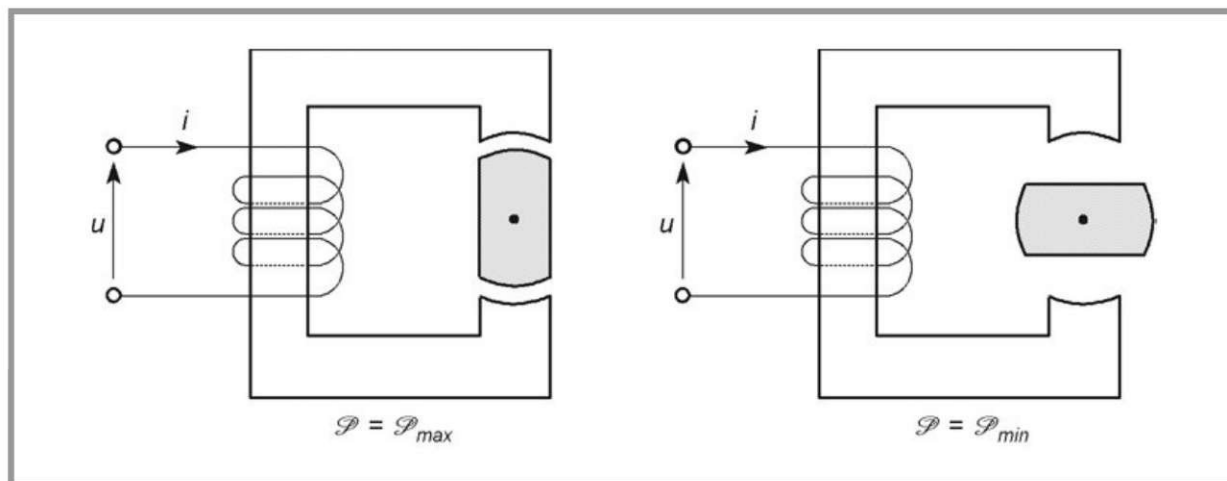


Figure 7.21 – Minimum et maximum de la perméance.

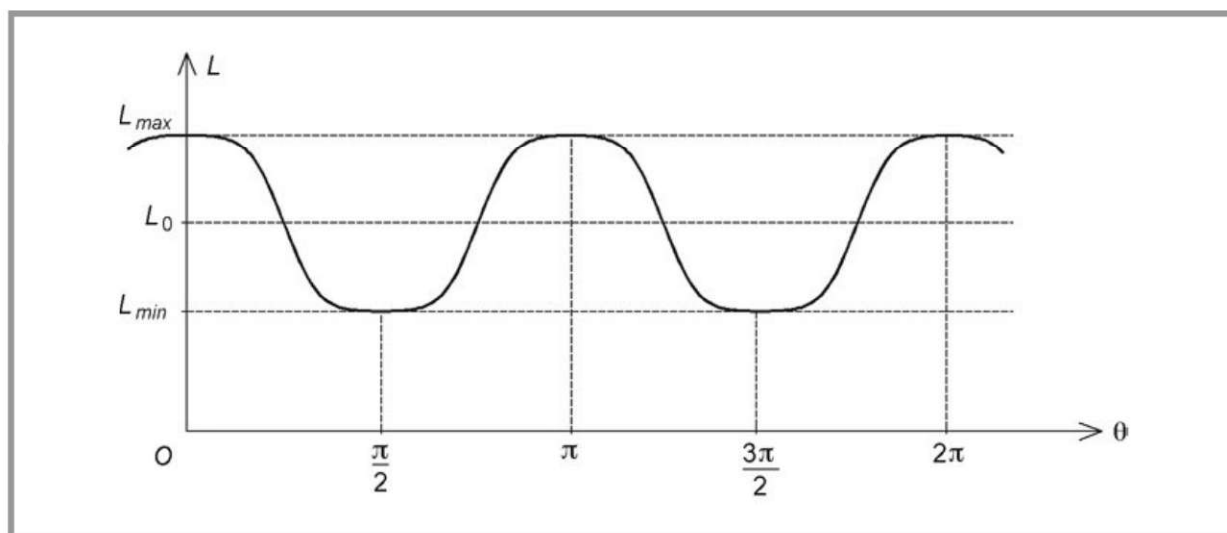


Figure 7.22 – Variations de l'inductance en fonction de la position.

Par ailleurs, la force contre-électromotrice induite dans l'enroulement s'écrit :

$$e' = [L_0 + L_f \cos(2\theta)] \frac{di}{dt} - 2L_f i \frac{d\theta}{dt} \sin(2\theta)$$

Cas du moteur

On repère la position du rotor par l'angle θ que fait une dent fixée (désignée par un point) avec l'axe de la phase 1 (*figure 7.23*). Pour un rotor comportant Z_r dents, la perméance est une fonction périodique de période $2\pi/Z_r$. Il en est donc de même de l'inductance de chacune des phases. Si on limite le développement à

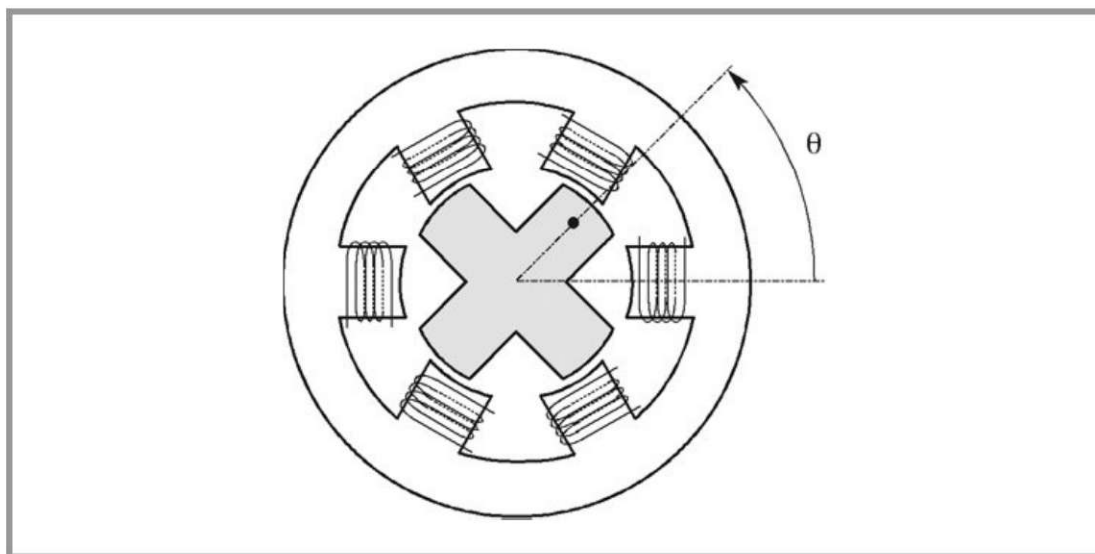


Figure 7.23 – Repérage de la position du rotor.

la constante et au fondamental, on a, dans le cas de trois phases :

$$L_1 = L_0 + L_f \cos(Z_r \theta)$$

$$L_2 = L_0 + L_f \cos \left(Z_r \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$L_3 = L_0 + L_f \cos \left(Z_r \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Les couples obtenus pour chaque phase alimentée séparément sont :

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\theta} = -\frac{1}{2} i_1^2 L_f Z_r \sin(Z_r \theta)$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\theta} = -\frac{1}{2} i_2^2 L_f Z_r \sin \left(Z_r \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{2} i_3^2 \frac{dL_3}{d\theta} = -\frac{1}{2} i_3^2 L_f Z_r \sin \left(Z_r \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

ce qu'on peut écrire :

$$\gamma_1 = -\Gamma_M \sin(Z_r \theta)$$

$$\gamma_2 = -\Gamma_M \sin \left(Z_r \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\gamma_3 = -\Gamma_M \sin \left(Z_r \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

Les courbes représentant ces couples en fonction de la position (*figure 7.24*) ont une allure sinusoïdale (approximativement car on n'a pas tenu compte des harmoniques). Elles sont décalées entre elles de $2\pi/mZ_r$ et leur amplitude est proportionnelle au carré du courant dans les enroulements.

Par ailleurs, les forces contre-électromotrices s'écrivent :

$$\begin{aligned} e'_1 &= [L_0 + L_f \cos(Z_r \theta)] \frac{di_1}{dt} - L_f Z_r i_1 \frac{d\theta}{dt} \sin(Z_r \theta) \\ e'_2 &= \left[L_0 + L_f \cos \left(Z_r \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \frac{di_2}{dt} - L_f Z_r i_2 \frac{d\theta}{dt} \sin \left(Z_r \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e'_3 &= \left[L_0 + L_f \cos \left(Z_r \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \frac{di_3}{dt} - L_f Z_r i_3 \frac{d\theta}{dt} \sin \left(Z_r \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

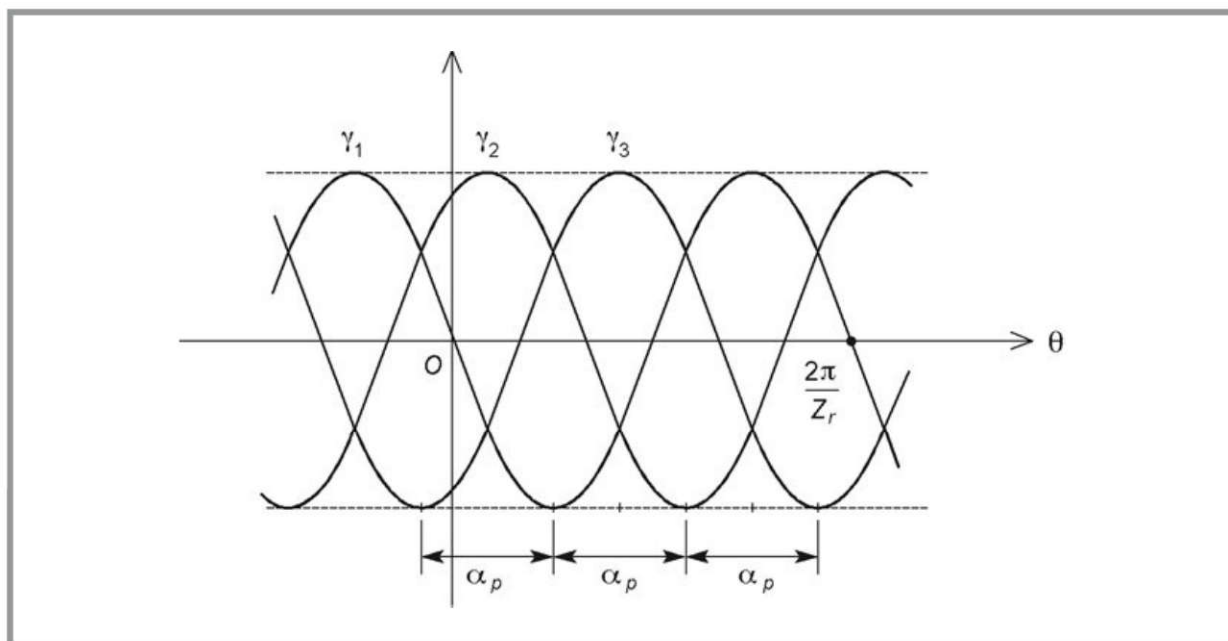


Figure 7.24 – Courbes des couples en fonction de la position.

7.3.2 Moteur à aimant

Principe

Le moteur à aimant doit être considéré comme un système à excitation multiple : les sources de forces magnétomotrices sont à la fois les aimants et les bobines. On peut alors utiliser la formule générale du couple démontrée au chapitre 1. Ainsi, le couple qui résulte de l'interaction d'une bobine et d'un aimant s'écrit :

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{d\mathcal{P}_{aa}}{d\theta} \mathcal{F}_a^2 + \frac{d\mathcal{P}_{bb}}{d\theta} \mathcal{F}_b^2 + 2 \frac{d\mathcal{P}_{ab}}{d\theta} \mathcal{F}_a \mathcal{F}_b \right)$$

Dans cette équation, $\mathcal{F}_a$ et $\mathcal{F}_b$ sont les forces magnétomotrices de l'aimant et de la bobine, $\mathcal{P}_{aa}$ et $\mathcal{P}_{bb}$ les perméances propres de l'aimant et de la bobine et $\mathcal{P}_{ab}$ la perméance mutuelle entre aimant et bobine. L'aimant étant formé d'un matériau de perméabilité voisine de celle de l'air, la perméance $\mathcal{P}_{bb}$ est indépendante de la position et le deuxième terme du couple est donc nul. Dans une machine à structure lisse, la perméance $\mathcal{P}_{aa}$ ne dépend pas non plus de la position et le premier terme du couple est également nul. Par contre, dans les machines à pôles saillants,

comme dans la quasi totalité des moteurs pas-à-pas à aimants, la perméance propre de l'aimant dépend de sa position et il existe un couple en l'absence de courant : c'est le couple de détente. Le dernier terme du couple apparaît dès que la bobine est alimentée : c'est lui qui agit principalement en fonctionnement normal. On peut l'écrire :

$$\gamma_{ab} = \frac{d\mathcal{P}_{ab}}{d\theta} \mathcal{F}_a \mathcal{F}_b = \frac{d\psi}{d\theta} i$$

Or, le flux total dans la bobine est :

$$\psi = \psi_0 \cos \theta + L_0 i$$

Dans cette expression, ψ_0 est le flux total envoyé par l'aimant dans la bobine lorsqu'il est placé dans son axe et L_0 est l'inductance propre (constante) de la bobine, ce qui donne pour le couple correspondant à l'interaction entre aimant et bobine :

$$\gamma_{ab} = -\psi_0 i \sin \theta$$

Cas du moteur

On considère le moteur bipolaire à deux phases et on repère la position du rotor par l'angle θ que fait le pôle nord de l'aimant avec l'axe de la phase 1 (*figure 7.25*).

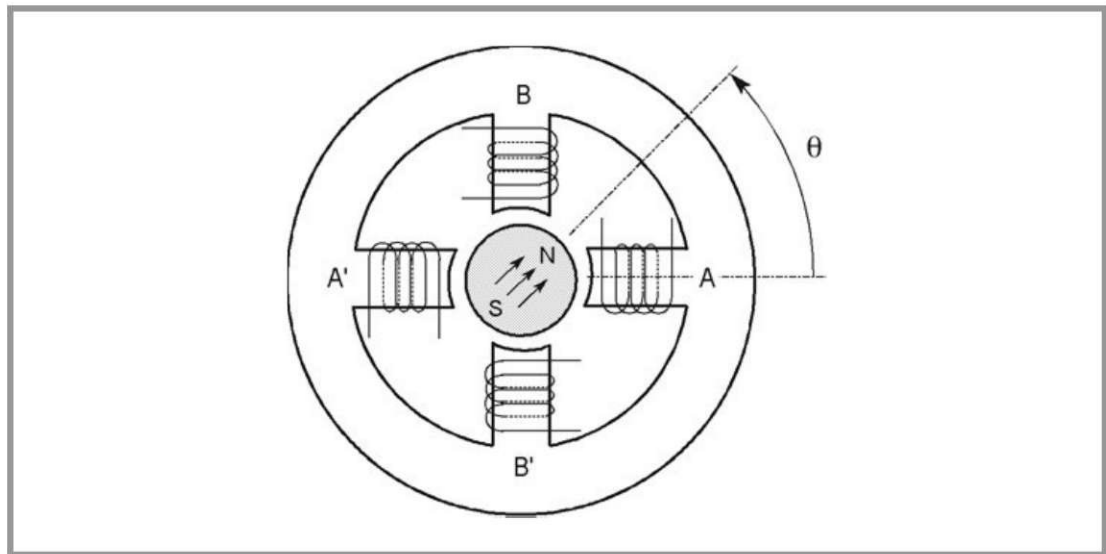


Figure 7.25 – Repérage de la position du rotor.

Le couple s'écrit :

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{d\mathcal{P}_{aa}}{d\theta} \mathcal{F}_a^2 + 2 \frac{d\mathcal{P}_{a1}}{d\theta} \mathcal{F}_a \mathcal{F}_1 + 2 \frac{d\mathcal{P}_{a2}}{d\theta} \mathcal{F}_a \mathcal{F}_2 + 2 \frac{d\mathcal{P}_{12}}{d\theta} \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_2 \right)$$

En l'absence de courant, les forces magnétomotrices $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ des deux phases sont nulles et l'expression précédente se réduit au couple de détente :

$$\gamma_D = \frac{1}{2} \frac{d\mathcal{P}_{aa}}{d\theta} \mathcal{F}_a^2$$

L'aimant voit successivement les quatre plots du stator lors de la rotation d'un tour. La perméance propre de l'aimant varie donc périodiquement avec une période $\pi/2$. En ne considérant que la constante et le fondamental, on a :

$$\mathcal{P}_{aa} = \mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_f \cos(4\theta)$$

ce qui donne :

$$\gamma_D = -2\mathcal{P}_f \mathcal{F}_a^2 \sin(4\theta)$$

Le résultat est de la forme :

$$\gamma_D = -\Gamma_D \sin(4\theta)$$

Γ_D est une caractéristique du moteur.

Par ailleurs, les flux totaux dans les deux phases sont :

$$\psi_1 = \psi_0 \cos \theta + L_0 i_1$$

$$\psi_2 = \psi_0 \sin \theta + L_0 i_2$$

Quand on alimente une ou deux phases, on peut exprimer le couple :

$$\gamma = -\psi_0 i_1 \sin \theta + \psi_0 i_2 \cos \theta + \gamma_D$$

Le couple de détente est alors masqué par les autres termes plus importants. Si la phase 1 est alimentée seule avec un courant $i_1 = I$, on a :

$$\gamma_{a1} = -\psi_0 I \sin \theta$$

Si c'est la phase 2 qui est alimentée avec un courant $i_2 = I$:

$$\gamma_{a2} = \psi_0 I \cos \theta = -\psi_0 I \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)$$

Quand le courant est $i_1 = -I$ dans la phase 1 :

$$\gamma'_{a1} = \psi_0 I \sin \theta = -\psi_0 I \sin (\theta - \pi)$$

Enfin, pour la phase 2 alimentée par $i_2 = -I$:

$$\gamma'_{a2} = -\psi_0 I \cos \theta = -\psi_0 I \sin \left(\theta - \frac{3\pi}{2} \right)$$

On obtient ainsi quatre courbes des couples en fonction de la position (*figure 7.26*). L'allure est toujours sinusoïdale. La période est 2π et les courbes sont décalées de $\pi/2$. L'amplitude est proportionnelle au courant. L'expression du couple se généralise pour un moteur à p paires de pôles :

$$\gamma = p \psi_0 [-i_1 \sin(p\theta) + i_2 \cos(p\theta)]$$

Si on alimente deux phases à la fois, on obtient des courbes différentes. Par exemple, pour des courants $i_1 = i_2 = I$, on a, en revenant à la machine bipolaire :

$$\gamma_{a12} = \psi_0 I (-\sin \theta + \cos \theta) = \psi_0 I \sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$$

On généraliserait facilement cette expression pour les autres cas d'alimentation. On retrouve bien les résultats du paragraphe 7.2.1 : les positions d'équilibre sont sur les bissectrices entre deux phases et les couples ont une amplitude multipliée par $\sqrt{2}$.

Pour les forces contre-électromotrices induites dans les deux phases, on a :

$$e'_1 = L_0 \frac{di_1}{dt} - \psi_0 \frac{d\theta}{dt} \sin \theta$$

$$e'_2 = L_0 \frac{di_2}{dt} + \psi_0 \frac{d\theta}{dt} \cos \theta$$

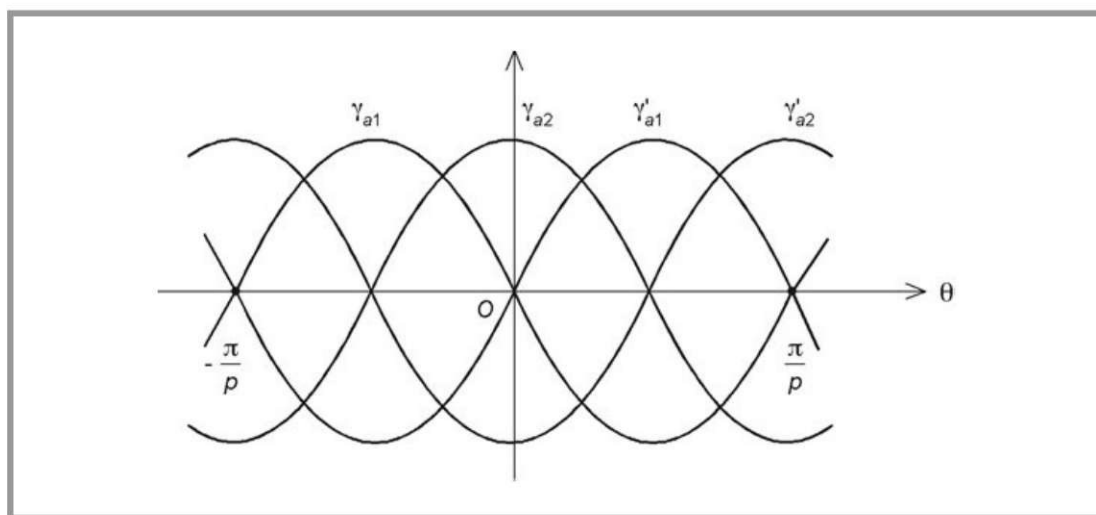


Figure 7.26 – Courbes des couples en fonction de la position.

7.3.3 Moteur hybride

Dans ce cas, on pourrait penser que le couple résulte à la fois du phénomène de réluctance variable et de l'interaction entre bobine et aimant, mais il n'en est rien. En effet, si les deux roues dentées du rotor produisent séparément deux couples de réluctance variable, ceux-ci se compensent en raison du décalage d'un demi pas dentaire imposé entre les deux structures. Le moteur hybride développe donc un couple d'amplitude proportionnelle au courant comme le moteur à aimant. Cependant, la période spatiale des courbes de couple est $2\pi/Z_r$, chaque dent du rotor étant vue comme un aimant dans l'entrefer.

7.4 Comportement mécanique

7.4.1 Positions d'équilibre

Pour tous les types de moteurs pas-à-pas, les courbes des couples en fonction de la position ont une allure sinusoïdale. Nous prendrons comme exemple une machine à réluctance variable à trois phases, mais les résultats seront applicables aux autres cas de figure. Lorsqu'un moteur est soumis à un couple résistant γ_r , les positions d'équilibre se situent aux intersections de ces courbes avec le niveau γ_r (figure 7.27). Les positions d'équilibre peuvent être stables ($S_1, S_2, S_3 \dots$) ou in-

stables ($I_1, I_2, I_3 \dots$). En effet, dans le premier cas, lorsqu'on s'écarte d'une position, on constate que le couple moteur a le signe qui lui permet de s'opposer au déplacement alors que c'est le contraire dans le second cas. Deux positions d'équilibre stable voisines sont séparées par un pas α_p .

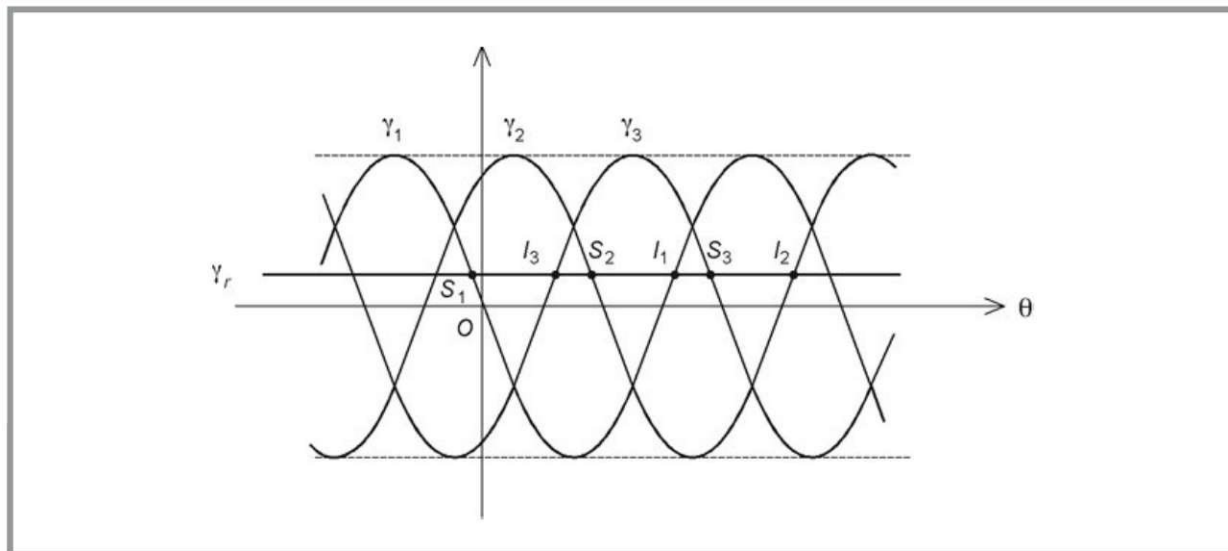


Figure 7.27 – Positions d'équilibre.

7.4.2 Déplacement d'un pas

Étude du mouvement

Considérons que pour $t < 0$, la phase 3 du moteur était alimentée et que le rotor était à l'arrêt à la position θ'_3 (figure 7.28).

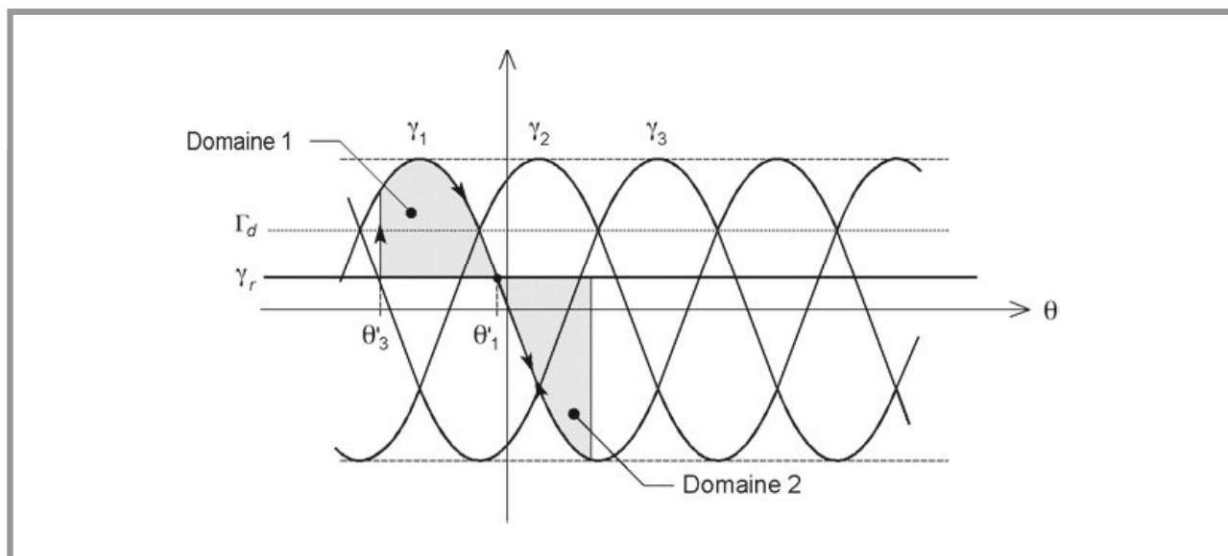


Figure 7.28 – Déplacement du point de fonctionnement sur les courbes de couple lors de l'avance d'un pas.

À l'instant $t = 0$, on effectue une commutation en alimentant la phase 1 pour faire avancer le moteur d'un pas afin d'arriver à la position θ_1 . Le déplacement ne se fait dans le bon sens qu'à condition que le couple résistant soit inférieur à une valeur Γ_d , appelée couple de démarrage, qui correspond à l'intersection des courbes de couple. Estimons dans un premier temps qu'il n'y a pas de frottements. Lorsque le rotor s'est mis en mouvement, le point représentatif du couple moteur se déplace sur la courbe de la phase 1. Au bout d'un certain temps, le rotor arrive à la position θ_1 , mais il continue sur sa lancée car il a accumulé une certaine énergie cinétique E_c représentée par l'aire du domaine 1 hachuré sur la figure. En effet, si W_m est le travail du couple moteur et W_r le travail du couple résistant, le théorème de l'énergie cinétique appliqué à cette première phase du mouvement donne :

$$E_c - 0 = W_m - W_r$$

$$E_c = \int_{\theta'_3}^{\theta_1} \gamma_1 d\theta - \int_{\theta'_3}^{\theta_1} \gamma_r d\theta$$

La vitesse s'annule pour la position θ_f telle que l'aire du domaine 2 hachuré sur la figure soit égale à l'aire du domaine 1. Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à cette deuxième phase s'écrit en effet :

$$0 - E_c = W_m - W_r$$

Ensuite, le rotor repart en arrière puis oscille autour de la position d'équilibre θ_1 . L'oscillation est amortie, même en l'absence de charge, à cause des frottements internes et des pertes ferromagnétiques du moteur. Si J est le moment d'inertie des pièces tournantes et k le coefficient de frottements visqueux, le principe fondamental de la dynamique donne :

$$J \frac{d\omega}{dt} = \gamma_1 - \gamma_r - k\omega$$

Soit, avec la variable θ :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + k \frac{d\theta}{dt} + \Gamma_M \sin(Z_r \theta) = -\gamma_r$$

On obtient ainsi une équation différentielle non linéaire dont la résolution est délicate. Seule une simulation numérique permet d'obtenir un tracé rigoureux de la courbe de θ en fonction du temps (figure 7.29). On peut toutefois donner une approximation de la solution au voisinage de la position d'équilibre ciblée en linéarisant la sinusoïde autour de son intersection avec l'axe des abscisses. On confond ainsi $\sin Z_r \theta$ avec $Z_r \theta$. L'équation devient :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + k \frac{d\theta}{dt} + \Gamma_M Z_r \theta = -\gamma_r$$

La solution est alors sinusoïdale amortie :

$$\theta = A e^{-\alpha t} \cos(\Omega t + \Phi) - \frac{\gamma_r}{\Gamma_M Z_r}$$

Le coefficient d'amortissement est :

$$\alpha = \frac{k}{2J}$$

La pseudo-pulsation vaut :

$$\Omega = \sqrt{\frac{\Gamma_M Z_r}{J} - \left(\frac{k}{2J}\right)^2}$$

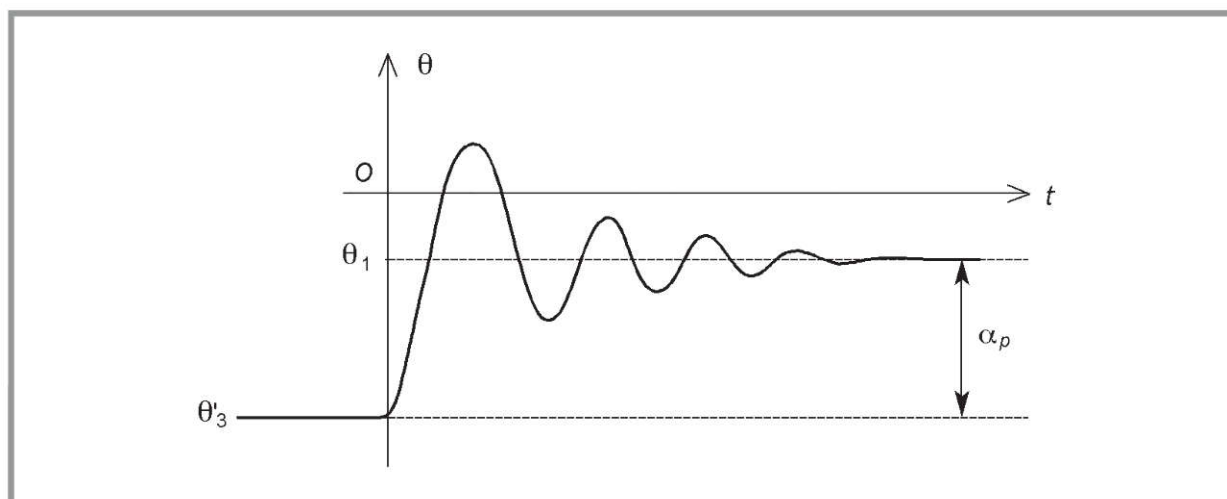


Figure 7.29 – Variations de la position en fonction du temps lors de l'avance d'un pas.

Réduction des oscillations

Les oscillations peuvent être gênantes car elles allongent le temps de réponse du moteur si elles sont peu amorties. Suivant le type de machine et ses conditions d'utilisation (alimentation en tension ou en courant, présence d'une charge amenant des frottements secs ou visqueux...), l'amortissement naturel des oscillations peut être suffisant ou non. Dans la négative, on dispose de divers moyens pour améliorer l'allure de la réponse indicielle.

Action mécanique

Il est possible d'augmenter volontairement les frottements. Agir sur les frottements secs n'est pas très intéressant car cela correspond à une augmentation de la charge qui conduit à un surdimensionnement du moteur et à un accroissement des pertes. De plus, l'usure du frein entraîne une contrainte inacceptable. L'amortissement par frottement visqueux ne présente pas cet inconvénient. Il est intéressant lorsque la machine ne fonctionne qu'en positionnement ou en rotation lente. Par contre, cette solution ne peut pas être employée pour un moteur pouvant tourner rapidement car les pertes deviendraient prohibitives (le couple est proportionnel à la vitesse et donc la puissance correspondante varie comme le carré de la vitesse).

Action électrique

On peut augmenter artificiellement les pertes ferromagnétiques en n'utilisant pas de matériau feuilleté pour le rotor ou en le munissant de spires en court-circuit. On retrouve alors l'inconvénient d'un mauvais comportement aux vitesses de rotation élevées. On peut également ajouter des enroulements au stator dans lesquels on injectera un courant uniquement lorsque c'est nécessaire. Cette solution est efficace, mais elle entraîne une augmentation de la masse de cuivre.

Action sur la commande

Une commande plus élaborée permet de supprimer les oscillations. On peut par exemple ajouter une commutation supplémentaire assurant un effet de freinage avant l'arrivée à la position ciblée (commande « bang-bang »). Reprenons l'exemple sur lequel nous avons décrit le mouvement précédemment. Avant que le rotor ne soit arrivé à la position θ_1 , on commute le courant I de la phase 1 à la phase 3 (figure 7.30). Le couple moteur est alors négatif et il freine le rotor. On fait ensuite une nouvelle commutation du courant I vers la phase 1. Si les instants de ces deux actions sont bien choisis, le rotor s'arrête à la position désirée θ_1 sans oscillation (figure 7.31).

La détermination des conditions de bon fonctionnement est possible quand on connaît bien les paramètres du système. L'inconvénient est que ce calcul n'est valable que pour des conditions données. Si par exemple la charge varie, le réglage de la commande est faussé. Il faut dans ce cas faire appel à un asservissement pour obtenir un fonctionnement optimal quelles que soient les conditions.

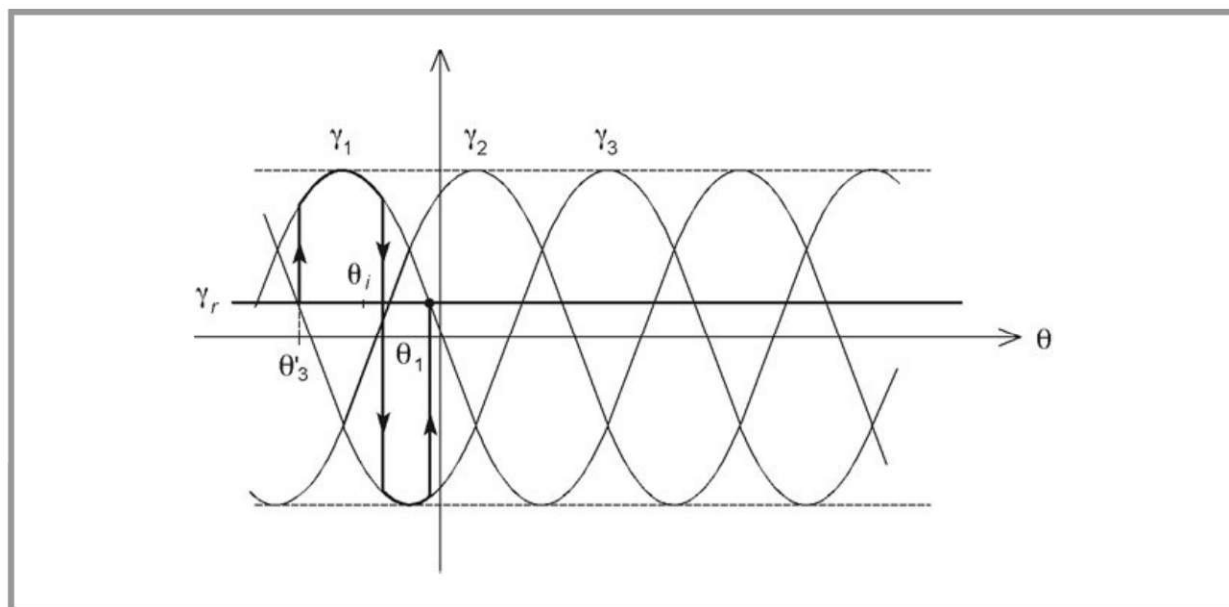


Figure 7.30 – Principe de la commande bang-bang.

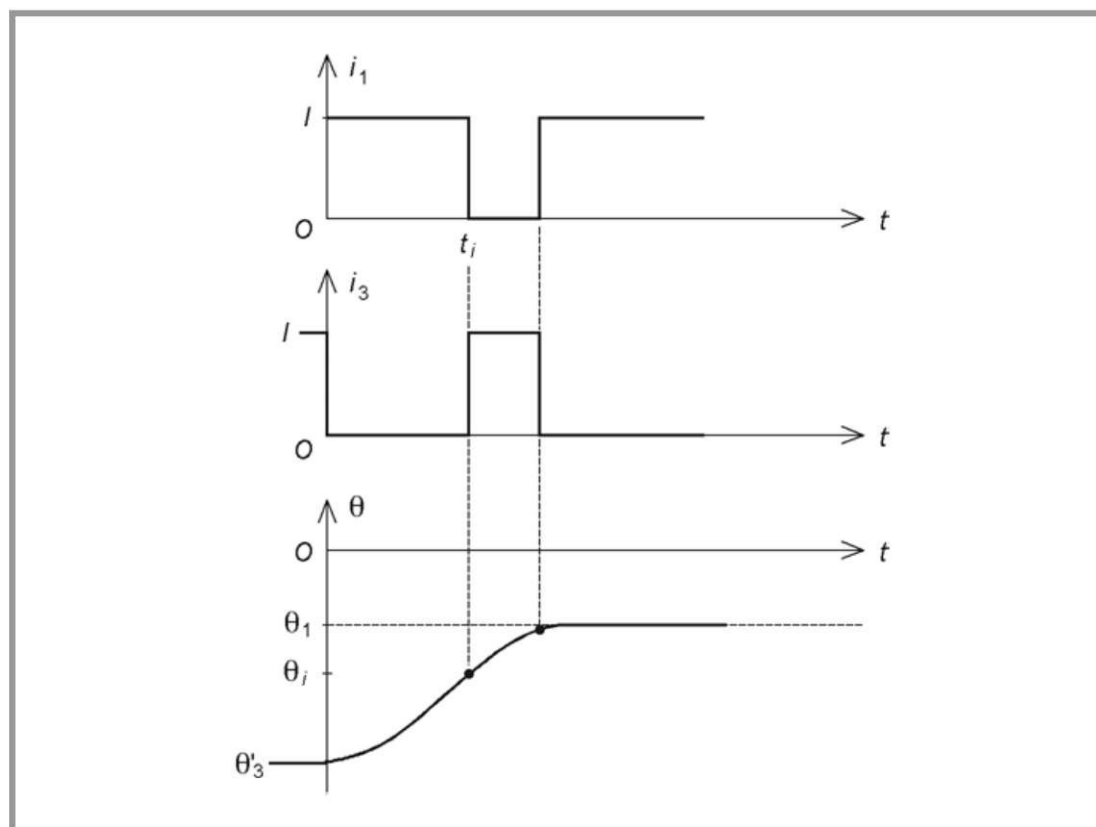


Figure 7.31 – Évolution de la position avec une commande bang-bang.

7.4.3 Enchaînement des commutations

Pour assurer un déplacement de plusieurs pas ou une rotation continue, on enchaîne des commutations. Suivant la cadence plus ou moins rapide de cette succession d'actions, le mouvement correspond soit à une juxtaposition de réponses indicielles (fonctionnement quasi dynamique), soit à une interpénétration des régimes transitoires conduisant à une rotation régulière (fonctionnement dynamique établi).

Fonctionnement quasi dynamique

Lorsque la fréquence est très lente, la durée séparant deux commutations successives est supérieure au temps de réponse du moteur. Le rotor s'arrête à chaque pas (figure 7.32). On peut ainsi démarrer le moteur, le faire tourner puis l'arrêter sans que l'on ait à craindre de perte de pas. La fréquence maximale correspondant à ce type de fonctionnement dépend beaucoup du moteur et de ses conditions d'utilisation (alimentation, charge) puisqu'elle est liée au plus ou moins bon amortissement des oscillations.

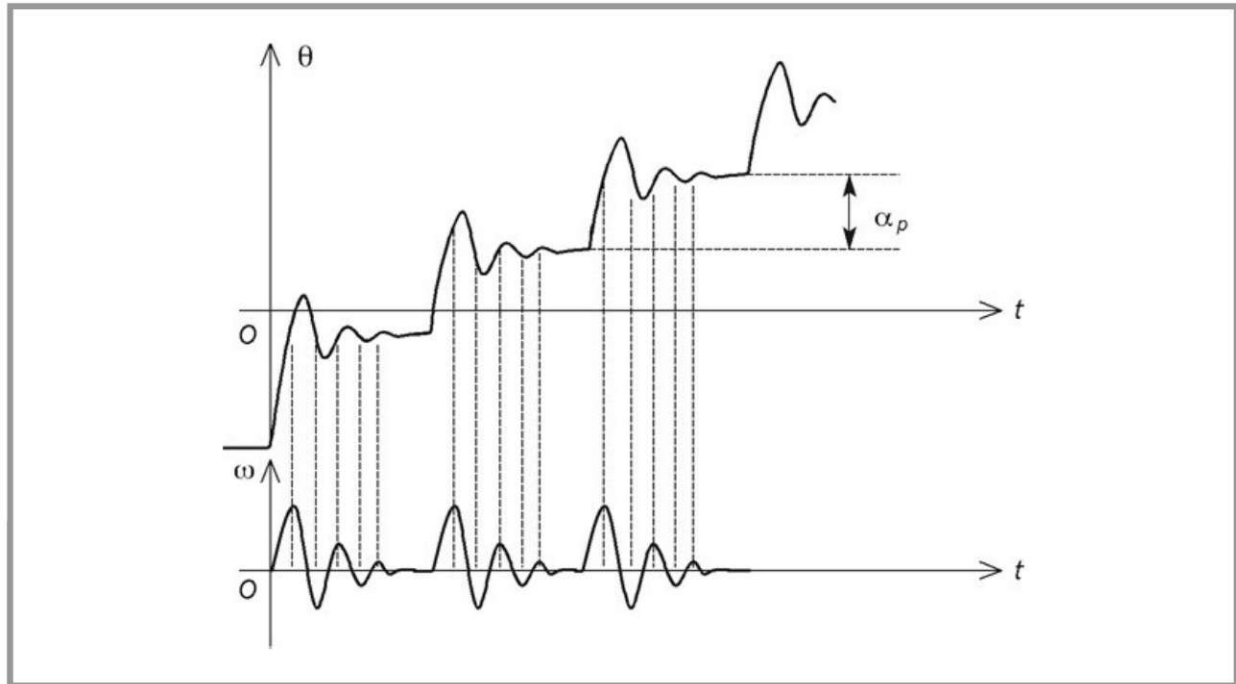


Figure 7.32 – Variations de la position et de la vitesse dans un mouvement quasi dynamique.

Fonctionnement dynamique établi

Avec une fréquence de commutation plus élevée, le rotor ne s'arrête plus entre chaque pas. La position croît plus régulièrement (*figure 7.33*). La variation devient même monotone quand on augmente encore la fréquence (*figure 7.34*). Le fonctionnement s'apparente à celui d'un moteur synchrone.

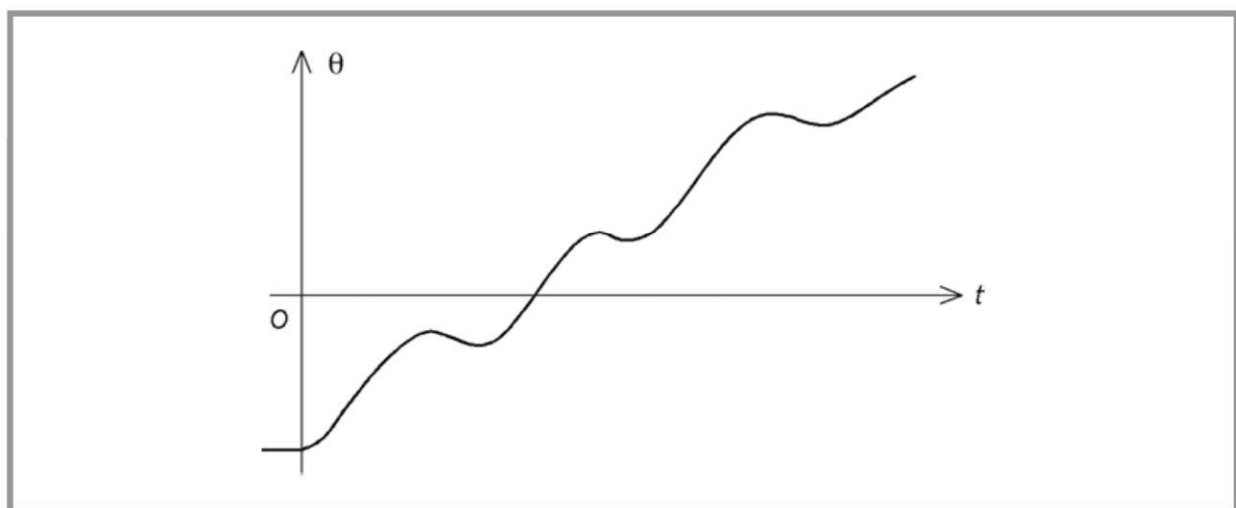


Figure 7.33 – Variations de la position dans un mouvement dynamique établi.

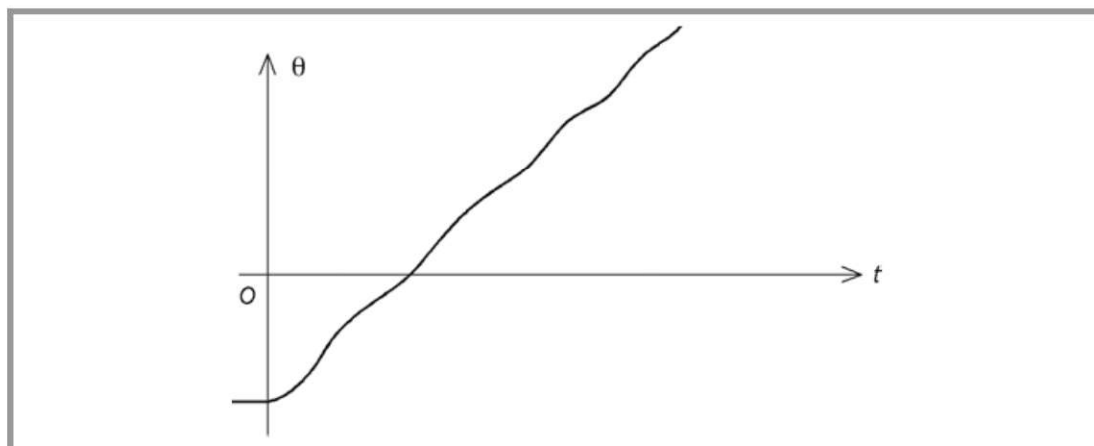


Figure 7.34 – Variations de la position avec une fréquence plus élevée.

Caractéristiques du couple en fonction de la fréquence

Les constructeurs définissent deux domaines de fonctionnement dans le plan des couples résistants en fonction de la fréquence des commutations (*figure 7.35*) :

- la zone de démarrage dans laquelle le moteur peut démarrer, tourner puis s'arrêter sans perdre de pas ;
- la zone d'entraînement dans laquelle le moteur peut avoir un fonctionnement en synchronisme avec les commutations lors d'une rotation continue, mais ne peut pas démarrer ou s'arrêter sans perte de pas.

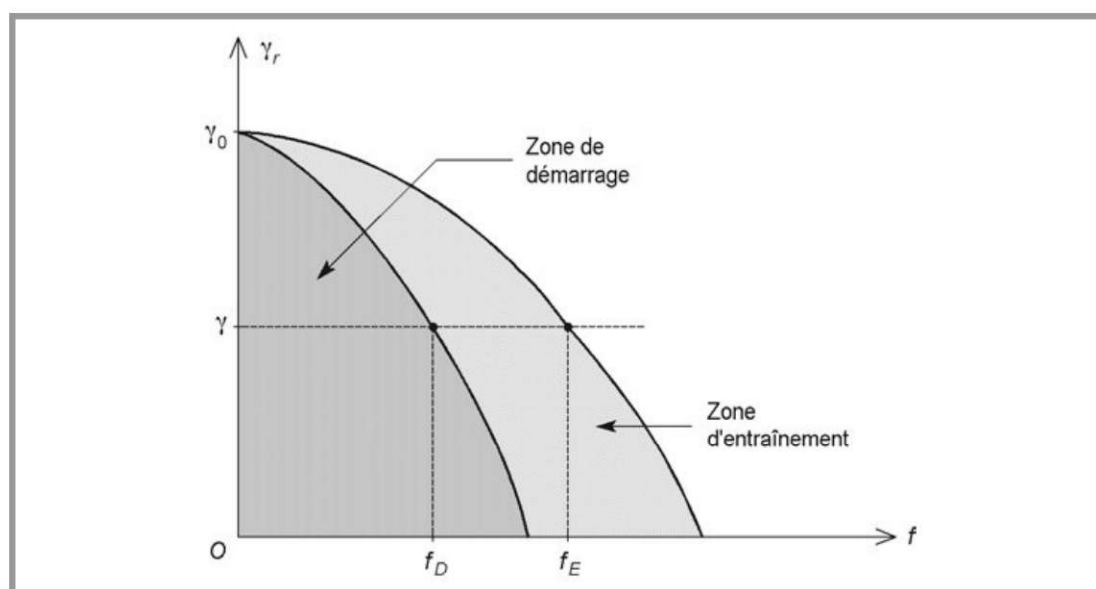


Figure 7.35 – Courbes du couple résistant en fonction de la fréquence des commutations.

Ainsi, pour un couple de charge donné γ , on lit sur les courbes la fréquence maximale de démarrage f_D et la fréquence maximale d'entraînement f_E . Pour atteindre une vitesse élevée, il faut procéder à fréquence variable. On démarre le moteur

avec une fréquence des commutations choisie dans la zone de démarrage, on augmente progressivement la fréquence pour passer dans le domaine d'entraînement puis on revient dans la zone de démarrage avant l'arrêt (figure 7.36).

Il faut noter que ces courbes limites ne sont valables que dans des conditions bien définies. La fréquence maximale de démarrage dépend en particulier de l'inertie totale des parties tournantes car elle est liée à l'importance de l'énergie cinétique acquise lors d'une commutation. Si la courbe est tracée avec le seul moment d'inertie du rotor J_m , on peut utiliser une formule de correction pour obtenir la nouvelle fréquence maximale de démarrage f'_D quand on ajoute un moment d'inertie J_c pour la charge :

$$f'_D = f_D \sqrt{\frac{J_m}{J_m + J_c}}$$

Par ailleurs, la fréquence maximale d'entraînement dépend fortement du type d'alimentation car elle est due aux temps de montée et de descente des courants. Pour certains moteurs, on donne une courbe pour une alimentation en tension et une autre pour une alimentation en courant.

Ces courbes sont les éléments fondamentaux pour le choix d'un moteur pas-à-pas. La difficulté est qu'on ne dispose pas toujours de données qui correspondent aux conditions exactes dans lesquelles on utilisera le moteur. Il faut tenir compte de ces incertitudes en adoptant des marges de sécurité suffisantes.

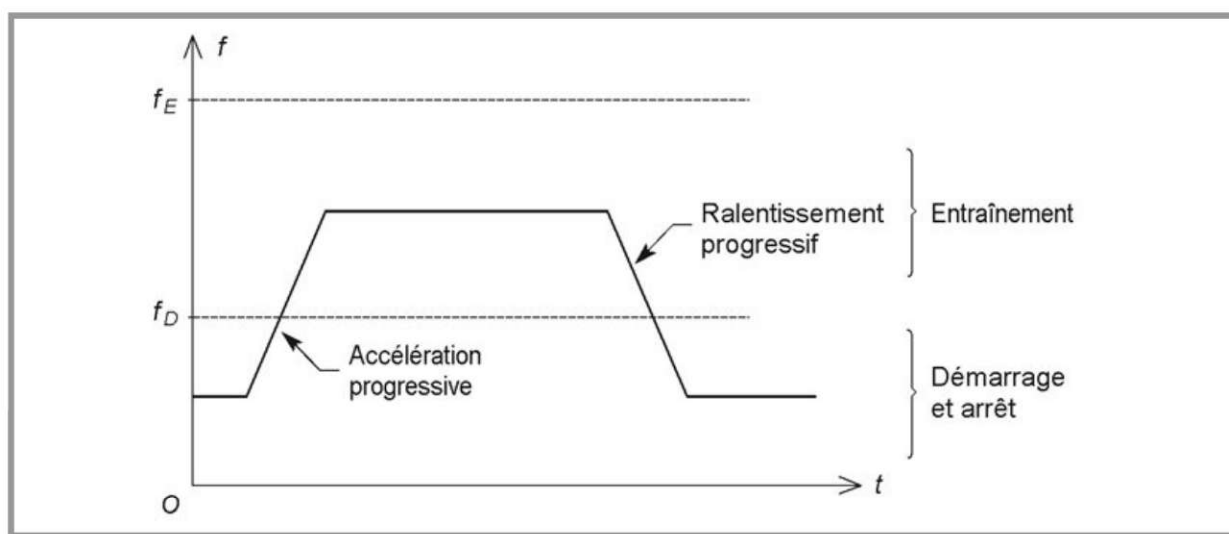


Figure 7.36 – Variations de fréquence nécessaire pour obtenir un fonctionnement dans la zone d'entraînement.

7.5 Exemple

Pour chiffrer les choses, choisissons un exemple extrait de la documentation *Thomson Airpax* qui donne les courbes de couple du moteur 57L048B (figure 7.37). Il s'agit d'un moteur à aimant dont le pas est $\alpha_p = 7,5^\circ$.

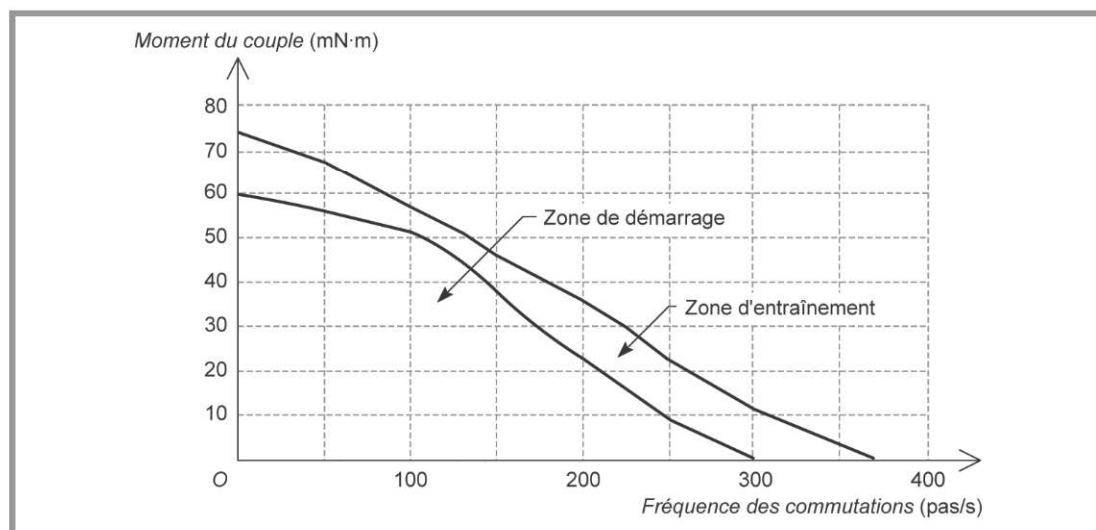


Figure 7.37 – Courbes du couple en fonction de la fréquence des commutations pour un moteur Thomson Airpax 57L048B.

Nous souhaitons obtenir un déplacement de $67,5^\circ$ en moins de 60 ms avec une charge qui présente un couple résistant de moment $\gamma_r = 25 \text{ mN.m}$.

La rotation désirée correspondant à 9 pas, la fréquence minimale des commutations est :

$$f = \frac{9}{0,06} = 150 \text{ pas/s}$$

Pour voir si cela est possible, il faut reporter la valeur du moment du couple résistant sur les courbes du moteur (*figure 7.38*). Nous constatons que le point de fonctionnement obtenu est bien dans la zone de démarrage : le moteur peut donc fonctionner correctement. La marge de sécurité est suffisante, la valeur maximale possible pour la fréquence des commutations avec ce couple étant de 185 pas/s.

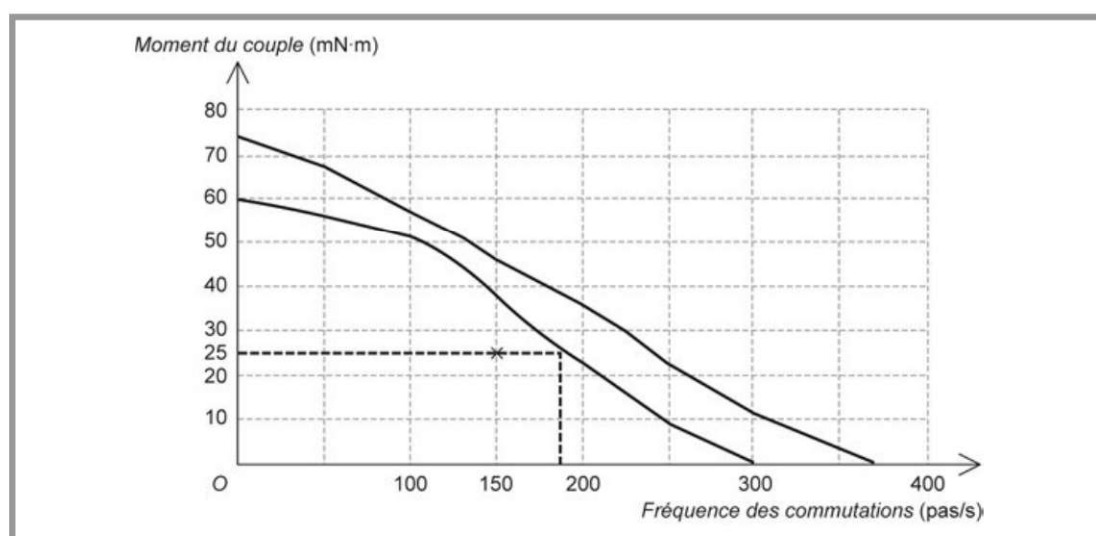


Figure 7.38 – Point de fonctionnement sur les courbes du moteur.

A LIMENTATION ÉLECTRONIQUE DES MOTEURS PAS-À-PAS

8.1 Généralités

8.1.1 Structure globale

Le rôle de l'électronique associée à un moteur pas-à-pas est d'assurer les commutations nécessaires pour obtenir un déplacement d'un nombre de pas donné ou une rotation à une vitesse fixée. Trois dispositifs sont nécessaires (*figure 8.1*) :

- L'unité de pilotage élabore deux signaux numériques. Une première sortie donne un bit qui permet de définir le sens de rotation. Une seconde sortie délivre des impulsions. Un nombre N d'impulsions correspond à un déplacement de N pas. Une répétition périodique des impulsions avec une fréquence f_p correspond à une rotation continue à une vitesse angulaire $\omega = f_p \alpha_p$. Cette fonction est souvent réalisée par un circuit programmable.
- Le séquenceur dirige les impulsions vers les différentes phases du moteur. Suivant le moteur utilisé (nombre de phases) et le mode de fonctionnement choisi (pas entier, demi-pas...), ce circuit délivre sur ses sorties des signaux logiques définissant les commutations à réaliser pour chaque phase suivant les séquences précisées dans les tableaux du chapitre précédent. Il s'agit d'un circuit logique câblé. La fonction peut également être remplie par le circuit programmable précédent. Par ailleurs, certains régulateurs numériques possèdent des interfaces de sortie qui incluent le séquenceur.
- Le commutateur de puissance permet d'alimenter correctement les phases en fonction des informations reçues du séquenceur. Il doit donc être en mesure de fournir le courant nécessaire aux enroulements du moteur. Il s'agit d'une fonction analogique de puissance qui sera réalisée à partir de composants intégrés et discrets. Chaque phase (ou éventuellement groupement de phases) possède une voie séparée dans le commutateur.

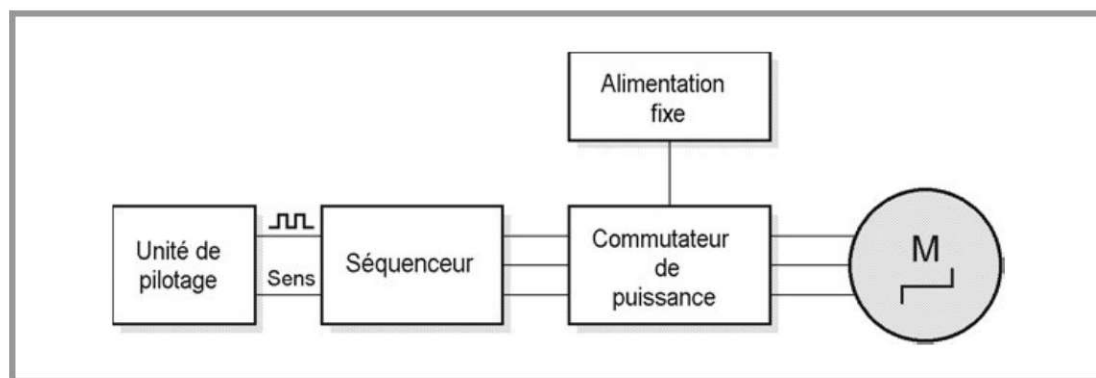


Figure 8.1 – Organisation de l'alimentation d'un moteur pas-à-pas.

8.1.2 Alimentation en tension ou en courant

Le couple d'un moteur pas-à-pas dépend directement du courant dans les phases. Dans l'idéal, l'intensité devrait varier sous forme de créneaux (figure 8.2). Or deux difficultés apparaissent. Le schéma électrique équivalent à une phase de moteur pas-à-pas (quel que soit son type) comprend trois éléments (figure 8.3).

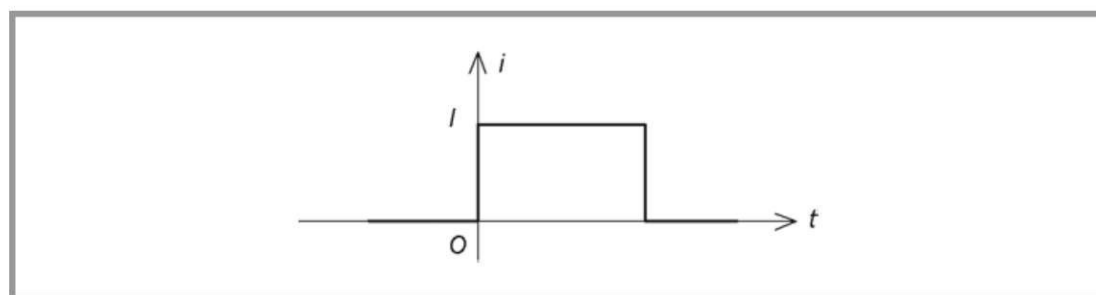


Figure 8.2 – Forme idéale du courant dans une phase de moteur pas-à-pas.

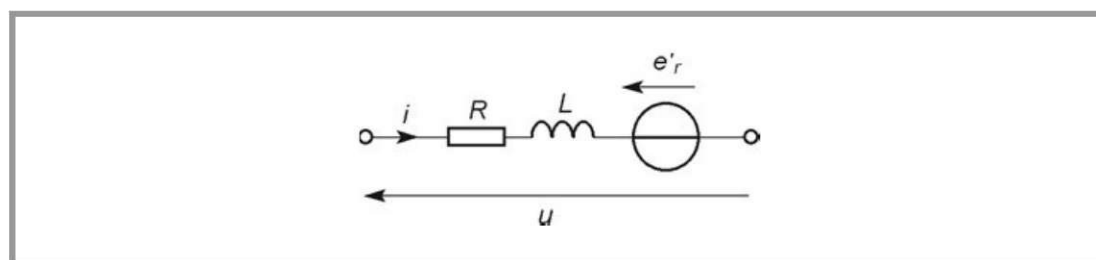


Figure 8.3 – Schéma équivalent d'une phase de moteur pas-à-pas.

En effet, on a pour la phase 1 d'un moteur à réluctance variable :

$$u_1 = R i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + e'_{r1}$$

avec :

$$L_1 = L_0 + L_f \cos(Z_r \theta)$$

$$e'_{r1} = -L_f Z_r i_1 \omega \sin(Z_r \theta)$$

On a séparé la force électromotrice de transformation $L_1 di_1 / dt$ de la force électromotrice de rotation e'_{r1} . On constate que le circuit est inductif, avec une inductance variant suivant la position du rotor, et que si le moteur est en rotation, il existe une force électromotrice induite qui dépend à la fois de la position et de la vitesse du rotor et du courant dans la phase.

Dans le cas du moteur à aimant, on a :

$$u_1 = Ri_1 + L_0 \frac{di_1}{dt} + e'_{r1}$$

avec :

$$e'_{r1} = -\psi_0 p \omega \sin(p \theta)$$

Le circuit est inductif, mais avec une inductance constante. Si le moteur est en rotation, il apparaît une force électromotrice induite qui dépend de la position et de la vitesse.

Pour un moteur hybride, les expressions sont similaires à celles de la machine à aimant.

Compte tenu de ce schéma équivalent, on constate que le courant ne pourra pas être discontinu à cause de l'inductance. Par ailleurs, si on alimente une phase avec une tension constante, le courant sera variable à cause de l'influence de la vitesse et de la position. On pourra néanmoins utiliser cette solution dans certains cas car c'est la plus simple (alimentation en tension). Pour obtenir des performances supérieures, il faut faire appel à des circuits plus élaborés qui imposent le courant dans les phases et non les tensions (alimentation en courant). On obtient ce résultat grâce à une régulation de l'intensité par découpage.

8.1.3 Alimentation unidirectionnelle ou bidirectionnelle

On a vu dans le chapitre précédent que dans certains cas, le courant dans les phases est toujours de même sens (alimentation unidirectionnelle) tandis que dans d'autres cas, il faut pouvoir inverser son sens (alimentation bidirectionnelle). La première solution se rencontre avec les moteurs à réluctance variable qui ne sont pas sensibles au sens du courant, ainsi qu'avec certains moteurs à aimants, en particulier ceux qui sont munis d'enroulements bifilaires. La seconde solution est utilisée pour les machines à aimant ou hybrides munies d'enroulements simples.

8.1.4 Accessibilité des enroulements

Un moteur pas à pas possédant quatre bobines peut présenter plusieurs configurations des connexions (*figure 8.4*).

Dans un moteur à huit fils, les quatre bobines sont totalement indépendantes, ce qui permet tous les branchements avec une alimentation aussi bien unidirectionnelle que bidirectionnelle. Un moteur à six fils comporte deux groupes de deux bobines en série avec le point commun sorti, ce qui correspond à deux enroulements à point milieu. L'alimentation peut ainsi être unidirectionnelle. Un moteur

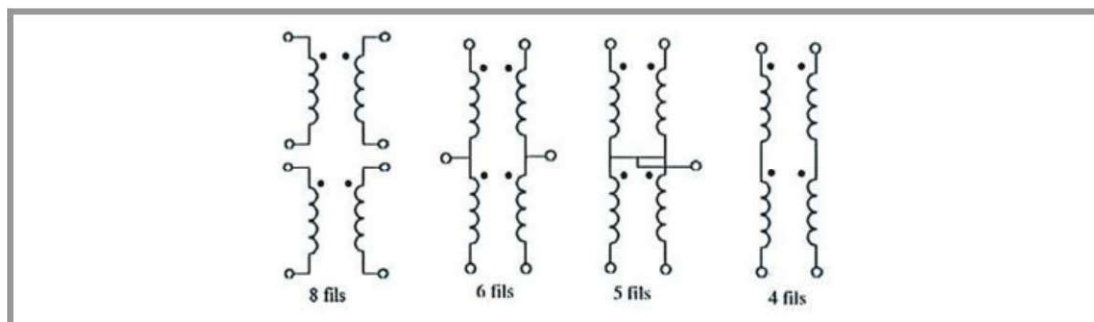


Figure 8.4 – Différentes configurations des connexions.

à cinq fils est analogue au précédent, mais avec un point commun aux quatre bobines. L'alimentation peut également être unidirectionnelle. Dans un moteur à quatre fils, les points communs ne sont pas sortis, ce qui correspond à deux bobines. L'alimentation doit être bidirectionnelle.

Les moteurs à huit fils, six fils et cinq fils sont qualifiés d'unipolaires car ils peuvent utiliser une alimentation unidirectionnelle (c'est leur usage normal) tandis que le moteur à quatre fils est appelé bipolaire car il nécessite une alimentation bidirectionnelle.

Le moteur à huit fils offre la plus grande flexibilité au concepteur car les quatre bobines peuvent être raccordées de trois façons :

- bobines indépendantes,
- deux bobines en série,
- deux bobines en parallèle.

De l'extérieur, la configuration est reconnaissable au nombre de fils sortis qui présentent des couleurs différentes selon un code propre à chaque constructeur (figure 8.5).

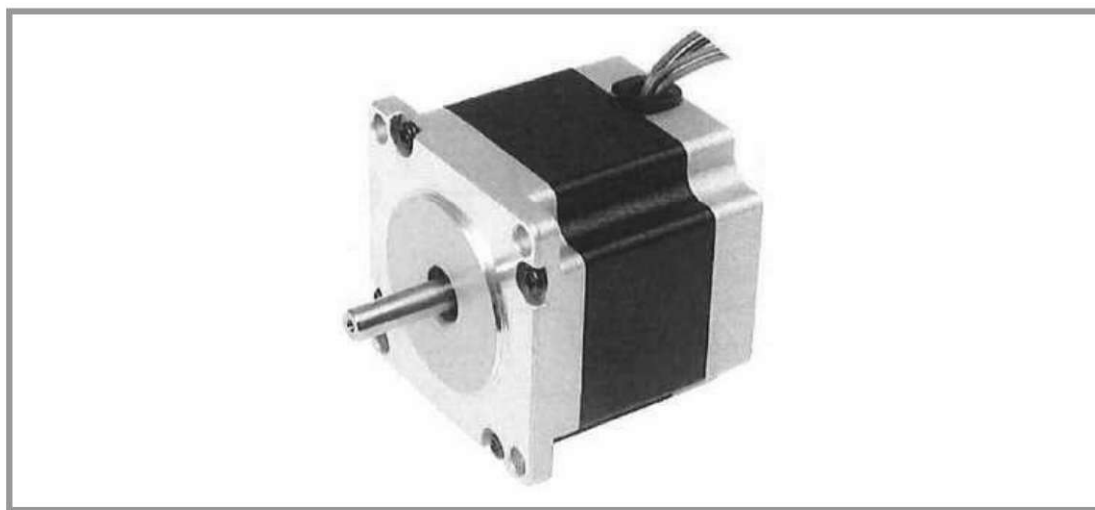


Figure 8.5 – Moteur à quatre fils.

8.2 Alimentation en tension

8.2.1 Circuit de base

Alimentation unidirectionnelle

Le schéma pour une phase Φ comporte une alimentation continue fixe V_{CC} , un interrupteur commandé (transistor bipolaire, montage Darlington ou transistor MOS) et une diode de roue libre (figure 8.6).

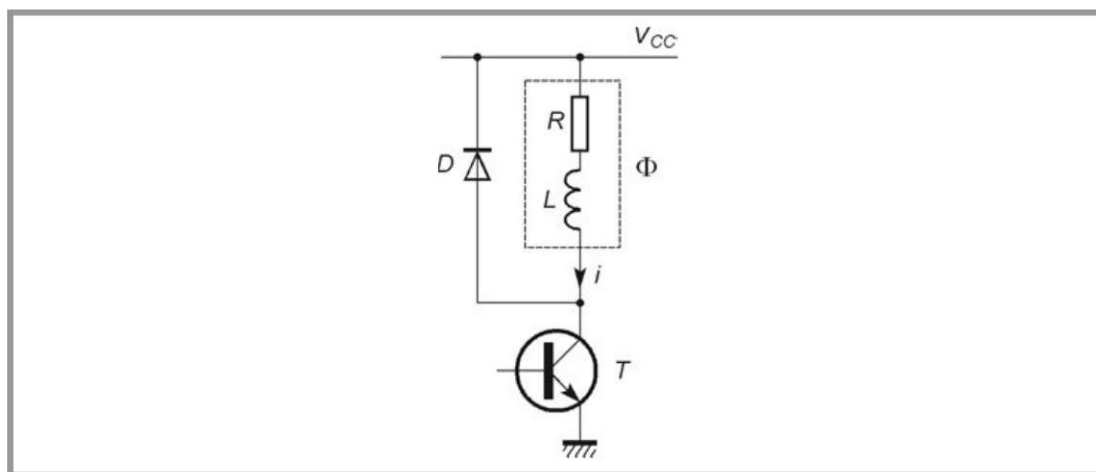


Figure 8.6 – Alimentation en tension unidirectionnelle.

On considère tout d'abord que la force électromotrice de rotation est négligeable. Le schéma équivalent de la phase se réduit alors à un dipôle RL série. Le séquenceur bloque le transistor lorsque la phase ne doit pas être alimentée et il le sature à l'instant de la commutation où doit apparaître le courant. Le circuit étant inductif, la variation de l'intensité ne peut pas être discontinue. La croissance est exponentielle, de constante de temps $\tau = L/R$. En négligeant la tension V_{CEsat} aux bornes du transistor saturé, on a :

$$i = \frac{V_{CC}}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Dans le cas du moteur à réluctance variable, il faut noter que τ est variable puisque l'inductance dépend de la position. Au bout de quelques constantes de temps, la courbe a atteint son asymptote et le courant est constant. Pour obtenir l'intensité nominale I_n , il faut une alimentation $V_{CC} = R I_n$. Quand le séquenceur commande le blocage du transistor à la fin de la durée d'alimentation de la phase considérée, la diode de roue libre devient passante pour assurer la continuité du courant permettant l'évacuation de l'énergie magnétique emmagasinée. Il faut évidemment choisir un modèle de diode assez rapide pour limiter les conséquences du régime transitoire de mise en conduction. La décroissance du courant est exponentielle, de même constante de temps τ . En négligeant la tension aux bornes de la diode devant V_{CC} , on a :

$$i = \frac{V_{CC}}{R} e^{-\frac{t-T_c}{\tau}}$$

L'allure de la courbe du courant en fonction du temps (*figure 8.7*) s'éloigne un peu de l'idéal à cause des temps de montée et de descente. Ceux-ci doivent rester faibles devant la durée T_c de l'alimentation de la phase, ce qui est possible lors d'un fonctionnement à basse fréquence. Jusqu'à présent, on n'a pas tenu compte de la force électromotrice de rotation. Or celle-ci va avoir un effet néfaste puisque sa variation, liée à l'évolution de la vitesse et de la position aura une influence sur le courant. On retrouve ainsi des oscillations de l'intensité liées aux oscillations mécaniques lors de chaque commutation. Le courant n'est donc pas constant pendant la durée d'alimentation de la phase.

Il faut remarquer que la mise en équation des phénomènes est complexe puisque les équations mécaniques et électriques sont liées entre elles. Cet effet est d'autant plus perturbateur que le moteur tourne vite puisque la force électromotrice de rotation est proportionnelle à la vitesse de rotation. Ce circuit élémentaire est ainsi réservé aux machines ne travaillant qu'en positionnement ou en basse fréquence et dont on n'attend que des performances modestes.

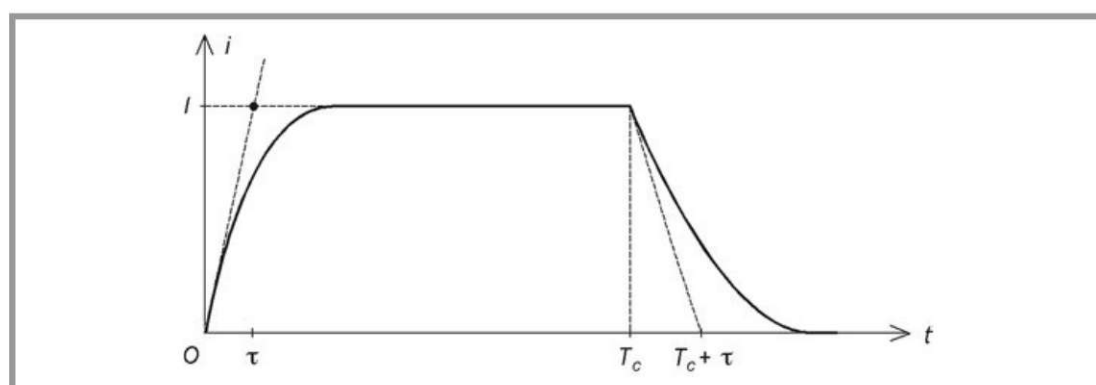


Figure 8.7 – Variations du courant en l'absence de force électromotrice de rotation.

Cas des moteurs à enroulements bifilaires

Chaque plot porte deux enroulements bobinés ensemble et donc avec un fort couplage magnétique. Le coefficient de dispersion $\sigma = 1 - L^2/M^2$ est ainsi très faible. L'alimentation de ces deux enroulements fait appel à deux transistors et à deux diodes (*figure 8.8*).

Considérons le début de l'alimentation de la phase Φ . On sature le transistor T alors que T' reste bloqué. Compte tenu du couplage des enroulements, la diode D' devient passante. En négligeant les tensions aux bornes de T et D' on a :

$$\begin{aligned} V_{CC} &= Ri + L \frac{di}{dt} - M \frac{di'}{dt} \\ 0 &= Ri' + L \frac{di'}{dt} - M \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

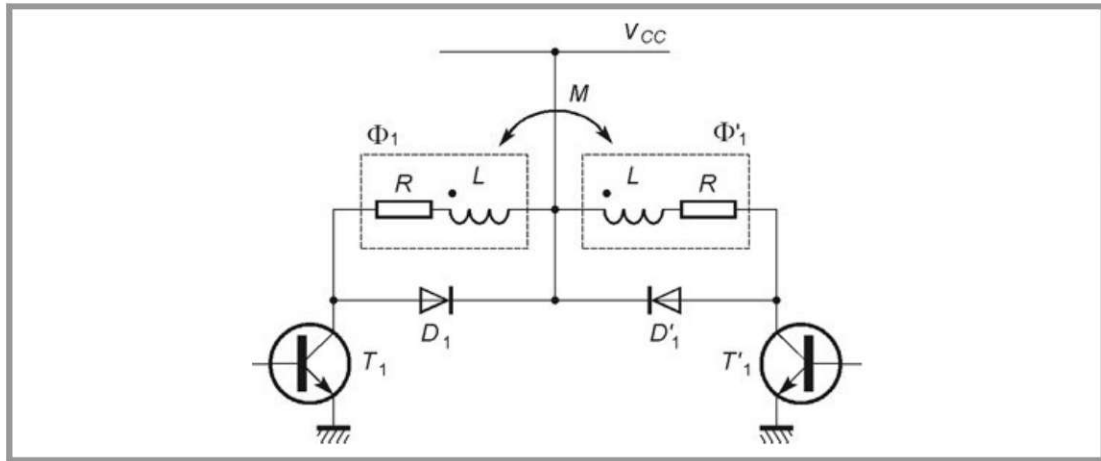


Figure 8.8 – Alimentation d'un moteur à enroulements bifilaires.

L'élimination de i' conduit à une équation différentielle du deuxième ordre pour i :

$$\frac{L^2 - M^2}{R^2} \frac{d^2 i}{dt^2} + 2 \frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = \frac{V_{CC}}{R}$$

En introduisant le coefficient de dispersion σ , on a :

$$\frac{\sigma L^2}{R^2} \frac{d^2 i}{dt^2} + 2 \frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = \frac{V_{CC}}{R}$$

L'équation caractéristique est :

$$\frac{\sigma L^2}{R^2} r^2 + 2 \frac{L}{R} r + 1 = 0$$

Ses racines sont, compte tenu de la faible valeur de σ :

$$r_1 = \frac{-\frac{L}{R} - \sqrt{1 - \sigma} \frac{L}{R}}{\sigma \frac{L^2}{R^2}} \approx -\frac{2R}{\sigma L}$$

$$r_2 = \frac{-\frac{L}{R} + \sqrt{1 - \sigma} \frac{L}{R}}{\sigma \frac{L^2}{R^2}} \approx -\frac{R}{2L}$$

La solution est donc la somme d'une constante V_{CC}/R (régime permanent) et de deux exponentielles dont les constantes de temps sont $\sigma L/2R$ et $2L/R$. La première valeur est très faible devant la seconde. On peut donc estimer que le courant i croît exponentiellement vers son asymptote V_{CC}/R avec une constante de temps $2L/R$, c'est-à-dire le double de la constante de temps propre d'un enroulement.

Alimentation bidirectionnelle

Pour pouvoir inverser le courant à partir d'une alimentation fixe unique, on utilise un pont en H (figure 8.8). Un premier sens est obtenu en saturant T_1 et T_4 et en bloquant T_2 et T_3 . Le second sens correspond à T_2 et T_3 saturés et T_1 et T_4

bloqués. Dans chaque cas, le fonctionnement est analogue à celui de l'alimentation unidirectionnelle. Cette structure est disponible sous forme intégrée pour les domaines de courant employés ici.

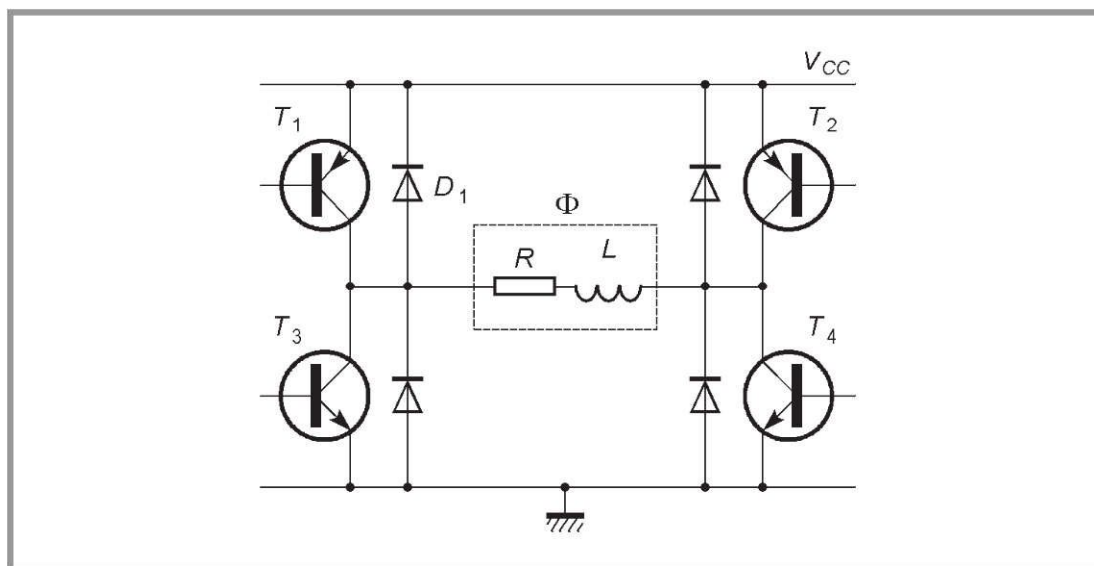


Figure 8.9 – Montage en pont.

8.2.2 Amélioration de la décroissance du courant

Résistance additionnelle

On peut accélérer la phase de descente du courant en modifiant un peu le circuit de roue libre. Une première solution consiste à placer une résistance supplémentaire R_d en série avec la diode (figure 8.10).

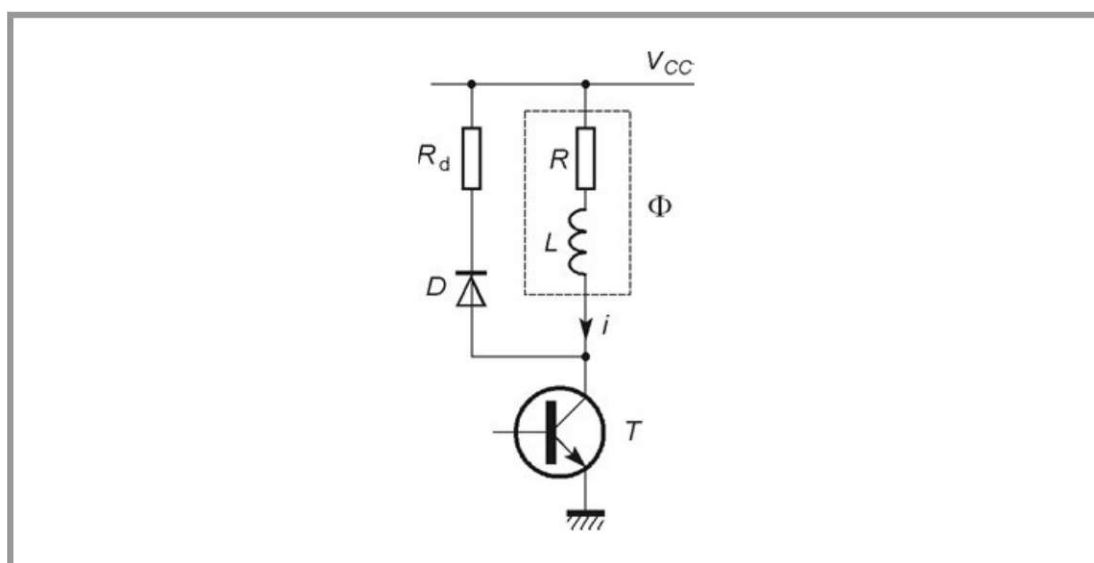


Figure 8.10 – Résistance en série avec la diode de roue libre.

Le fonctionnement n'est modifié que pendant la phase de décroissance du courant pendant laquelle la constante de temps devient $\tau_d = L/(R + R_d)$. Le temps de descente étant proportionnel à la constante de temps, il est considérablement réduit à condition de prendre une valeur suffisante pour R_d (figure 8.11).

L'inconvénient est évidemment l'effet Joule qui se produit dans cette résistance, mais la puissance correspondante reste modeste car le courant n'est présent que pendant les durées de coupure de l'alimentation de la phase considérée. Il faut également prendre en compte lors du dimensionnement du transistor que la tension maximale à ses bornes lorsqu'il est bloqué est égale à la somme de l'alimentation et de la chute de tension dans R_d .

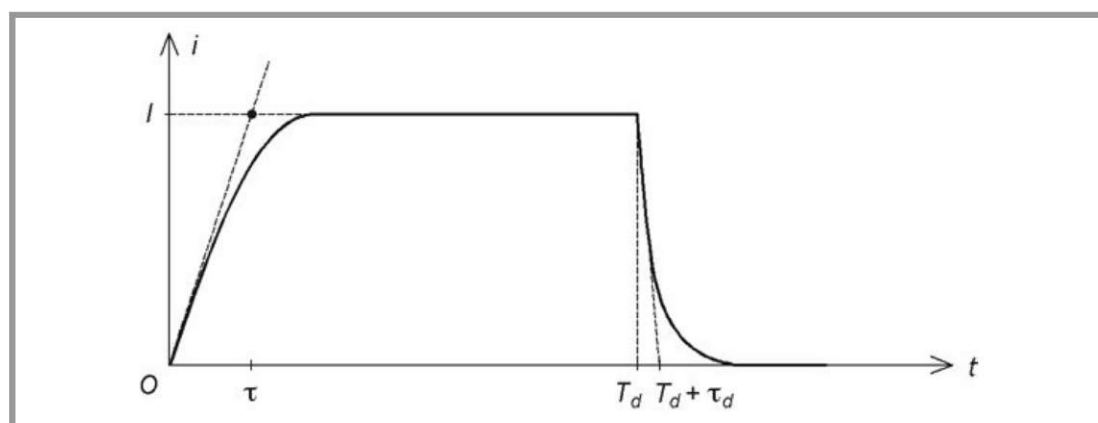


Figure 8.11 – Réduction du temps de descente grâce à la diminution de la constante de temps.

Ajout d'une diode Zener

Une autre solution consiste à placer une diode Zener en série avec la diode de roue libre (figure 8.12).

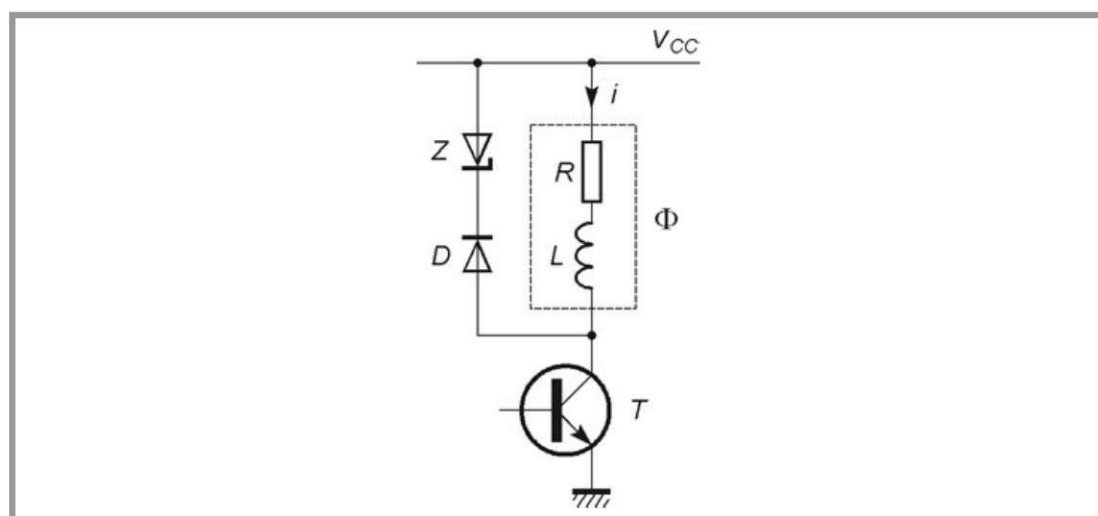


Figure 8.12 – Diode Zener en série avec la diode de roue libre.

La constante de temps est inchangée, mais l'asymptote visée a une ordonnée négative $-(V_Z + V_D)/R$, ce qui conduit à un temps de descente plus faible (*figure 8.13*). L'énergie est toujours dissipée par effet Joule et il faut en tenir compte dans le dimensionnement de la diode Zener. Il faut également noter que la tension maximale aux bornes du transistor bloqué est $V_{CC} + V_Z + V_D$, valeur qui est nettement supérieure à la tension d'alimentation.

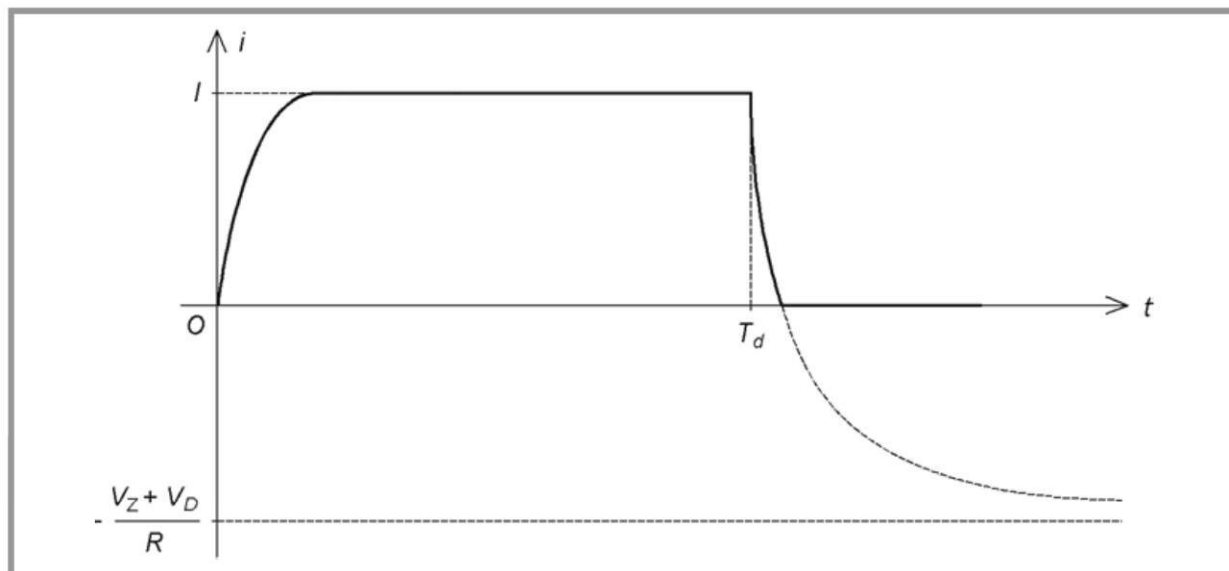


Figure 8.13 – Réduction du temps de descente grâce à l'éloignement de l'asymptote.

Récupération de l'énergie

Dans les solutions précédentes, l'énergie magnétique emmagasinée dans la phase au moment où l'on souhaite couper le courant est dissipée par effet Joule dans la diode et les résistances du circuit. Il en résulte une diminution du rendement et un échauffement des composants. Il est possible de récupérer cette énergie en utilisant deux transistors par phase (*figure 8.14*). Le courant est aiguillé de la phase où on veut le couper vers celle où on veut l'établir.

Par exemple, supposons que ce soit la phase 1 qui était alimentée pour $t < 0$ et que l'on veuille commuter le courant vers la phase 2 à $t = 0$ (*figure 8.15*). À cet instant, on bloque T_1 et T'_1 et on sature T_2 et T'_2 . Les diodes D_1 et D'_1 deviennent passantes et elles permettent le renvoi de l'énergie emmagasinée dans la phase 1 vers la phase 2.

Il faut tenir compte qu'à la fin d'une rotation du moteur, on bloque tous les transistors et que l'énergie emmagasinée à cet instant est renvoyée vers l'alimentation. Un condensateur de forte capacité branché en sortie de la source de tension permet ce fonctionnement en limitant l'accroissement de tension. La récupération peut se faire sans modification du montage dans les alimentations bidirectionnelles qui comportent déjà deux transistors en série avec chaque phase et pour chaque sens de courant.

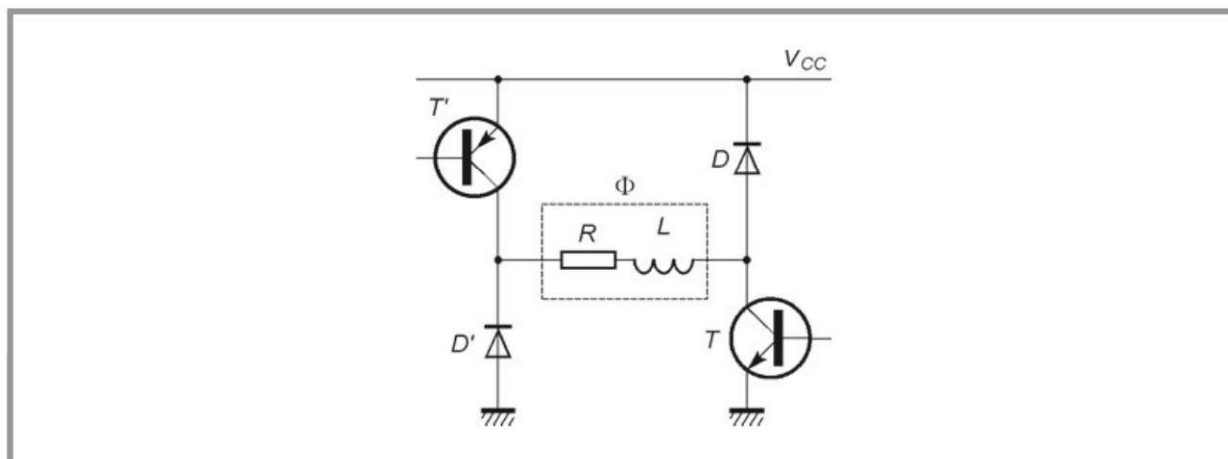


Figure 8.14 – Circuit permettant la récupération de l'énergie à la coupure.

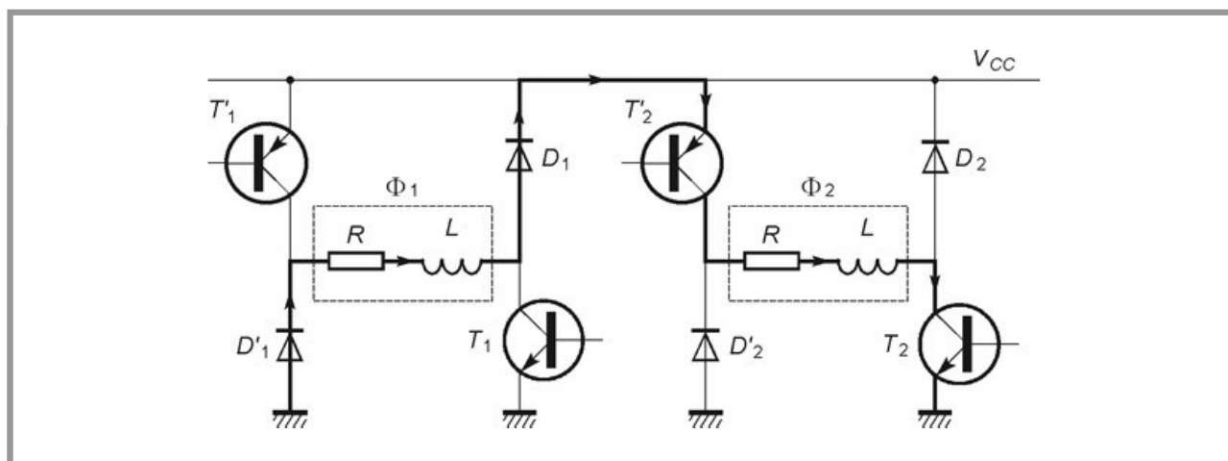


Figure 8.15 – Circulation du courant lors de la commutation de la phase 1 vers la phase 2.

Cas du moteur à enroulements bifilaires

On peut facilement récupérer l'énergie emmagasinée en modifiant la place des diodes par rapport au schéma initial (*figure 8.16*). La relation d'Hopkinson pour le circuit magnétique s'écrit :

$$Ni - Ni' = \mathcal{R} \varphi$$

Supposons que l'on veuille couper le courant dans la phase Φ_1 . Quand T_1 était saturé, on avait :

$$NI = \mathcal{R} \varphi$$

Juste après le blocage, comme il n'y a pas de discontinuité de flux, la diode D'_1 est passante et on a :

$$-Ni' = \mathcal{R} \varphi$$

soit :

$$i' = -I$$

Ce courant se referme vers une autre phase qu'on veut alimenter ou vers l'alimentation (*figure 8.17*). Un intérêt supplémentaire de ce circuit est de ne pas soumettre les interrupteurs à des surtensions négatives comme le montage initial.

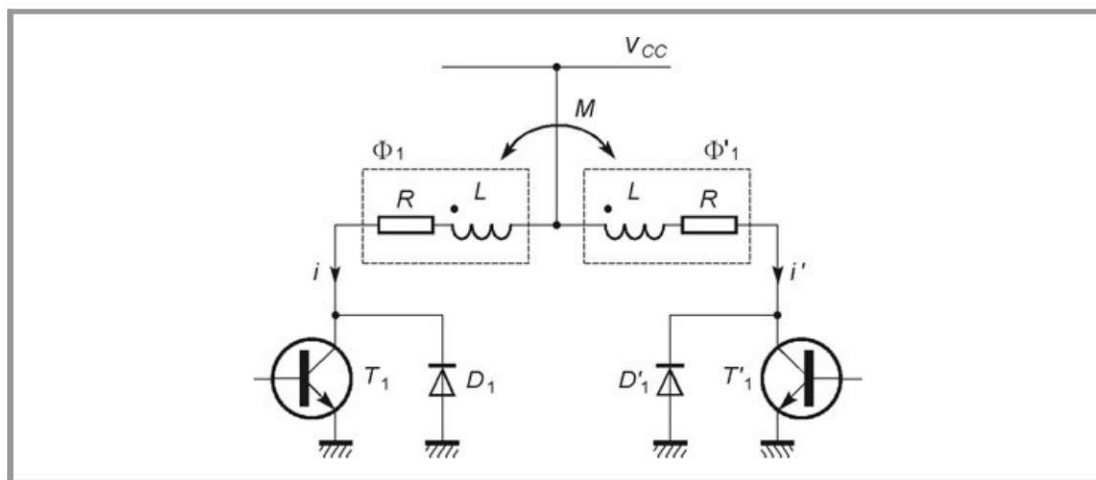


Figure 8.16 – Récupération d'énergie pour un moteur à enroulements bifilaires.

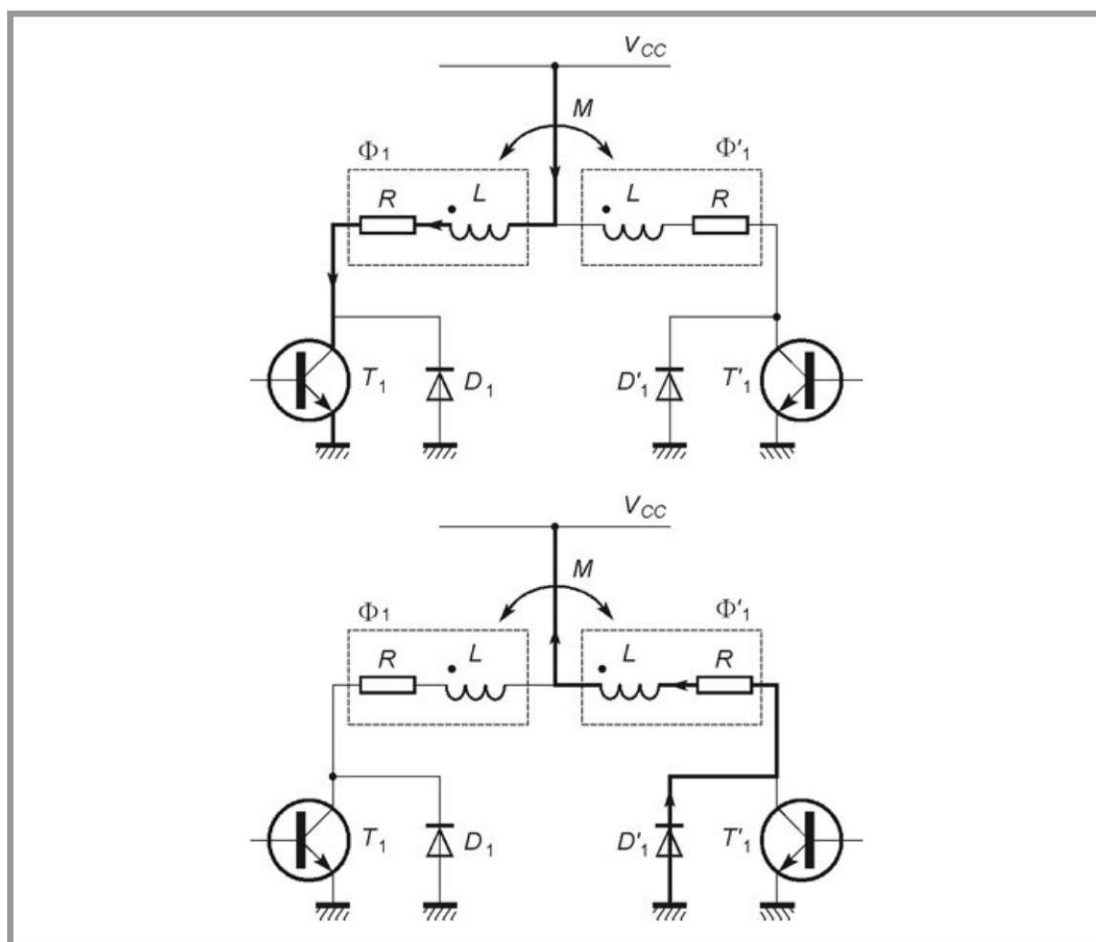


Figure 8.17 – Circulation du courant au moment du blocage de T_1 .

8.2.3 Amélioration de la montée du courant

Résistance additionnelle

On peut diminuer les temps de montée et de descente du courant en ajoutant une résistance supplémentaire R' en série avec la phase alimentée (figure 8.18). Pour obtenir un fonctionnement identique du moteur, il faut atteindre le même courant que précédemment, donc utiliser une alimentation plus élevée $V_{CC} = (R + R') I_n$. L'intérêt est que la constante de temps est réduite car elle devient $\tau' = L/(R + R')$. Les temps de montée et de descente étant proportionnels à la constante de temps, ils sont divisés par le coefficient $1 + R'/R$. Pour avoir une action efficace, il faut que R' soit nettement plus grande que R . L'inconvénient est évidemment l'apparition de pertes par effet Joule importantes dans la résistance ajoutée qui est parcourue par le courant nominal pendant toute la durée de l'alimentation de la phase. Cette solution est donc réservée aux moteurs dont les enroulements sont parcourus par des courants modestes.

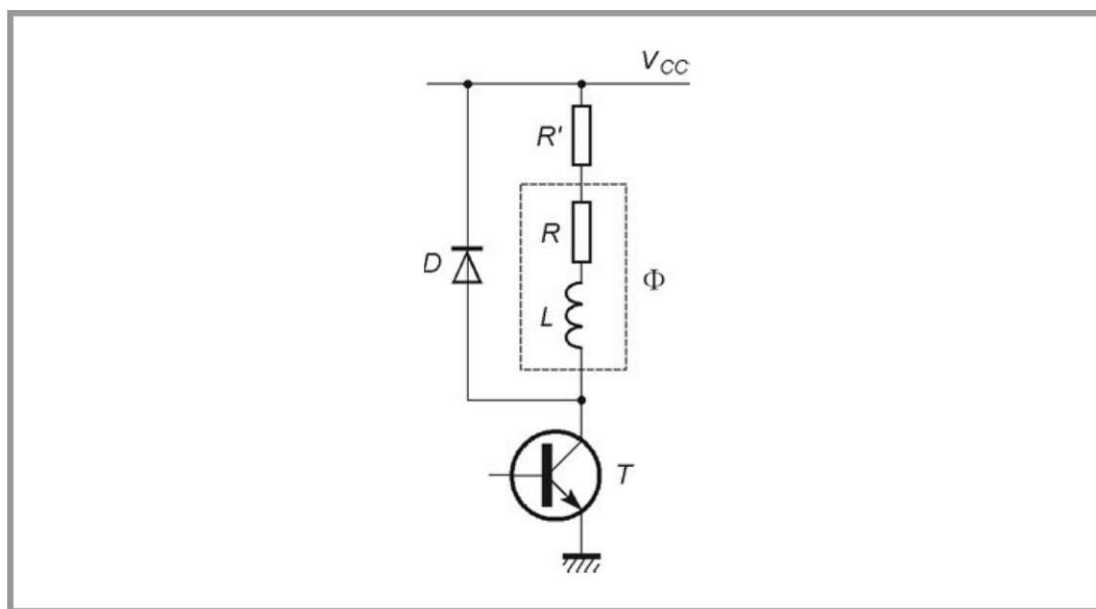


Figure 8.18 – Résistance en série avec la phase.

Alimentation à deux niveaux

On utilise deux sources de tension (figure 8.19). La première, V_{CC} est choisie de façon à obtenir le courant nominal dans l'enroulement : $V_{CC} = R I_n + V_D$ et la seconde V'_{CC} a une valeur plus élevée de manière que l'asymptote visée lors de la croissance du courant soit nettement plus haute.

Il s'agit donc d'appliquer dans un premier temps la tension la plus grande en saturant les transistors T et T' (figure 8.20).

Le courant croît exponentiellement avec une constante de temps $\tau = L/R$ vers une asymptote d'ordonnée V'_{CC}/R (en négligeant les tensions aux bornes des transistors saturés). Lorsque le courant a atteint sa valeur nominale, on commande le

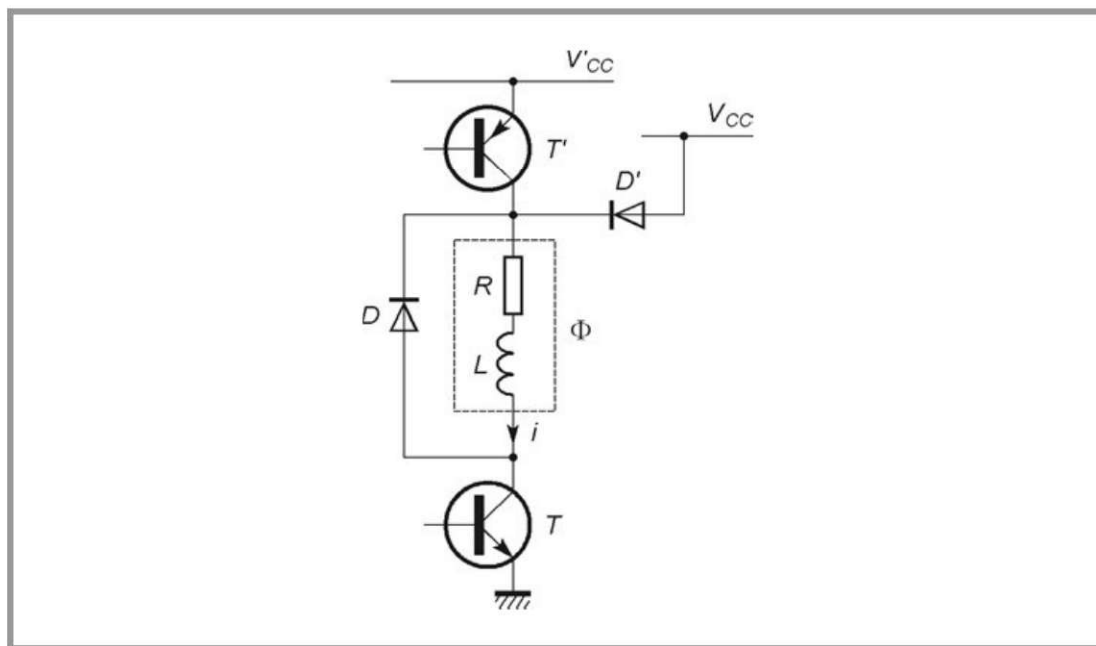


Figure 8.19 – Principe d'une alimentation à deux sources.

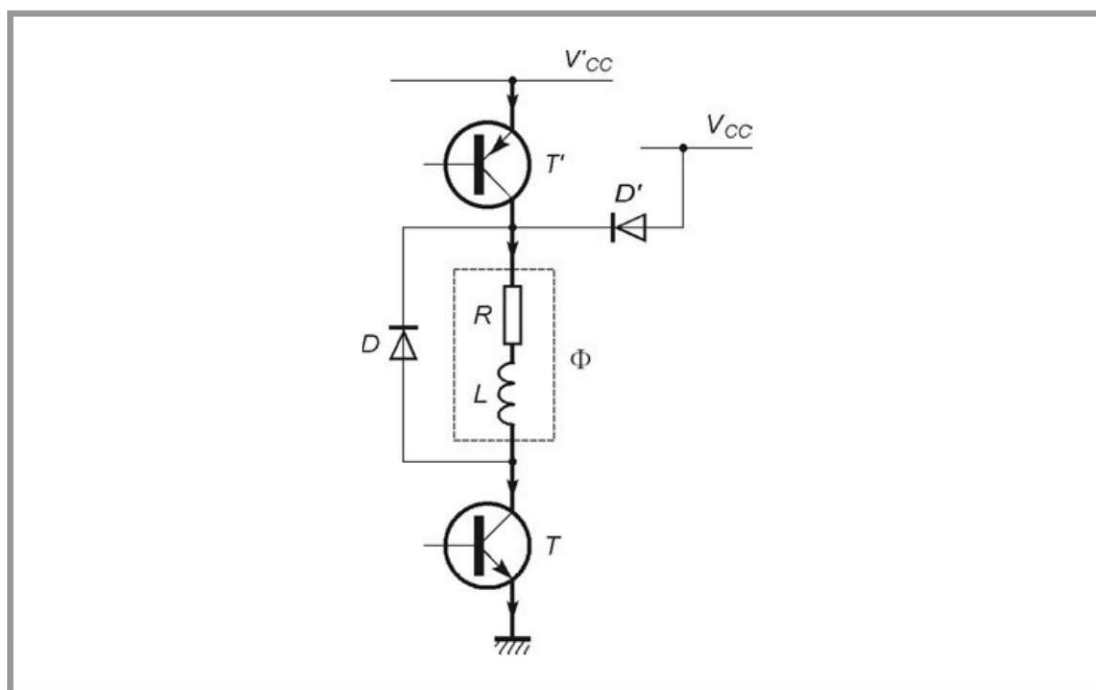


Figure 8.20 – Première phase : T et T' saturés.

blocage du transistor T' . C'est alors la diode D' qui devient passante et qui assure l'alimentation de l'enroulement avec la tension V_{CC} (figure 8.21).

Quand on souhaite couper le courant dans la phase, on bloque également T et c'est la diode D qui devient passante (figure 8.22). On obtient ainsi une montée rapide du courant (figure 8.23).

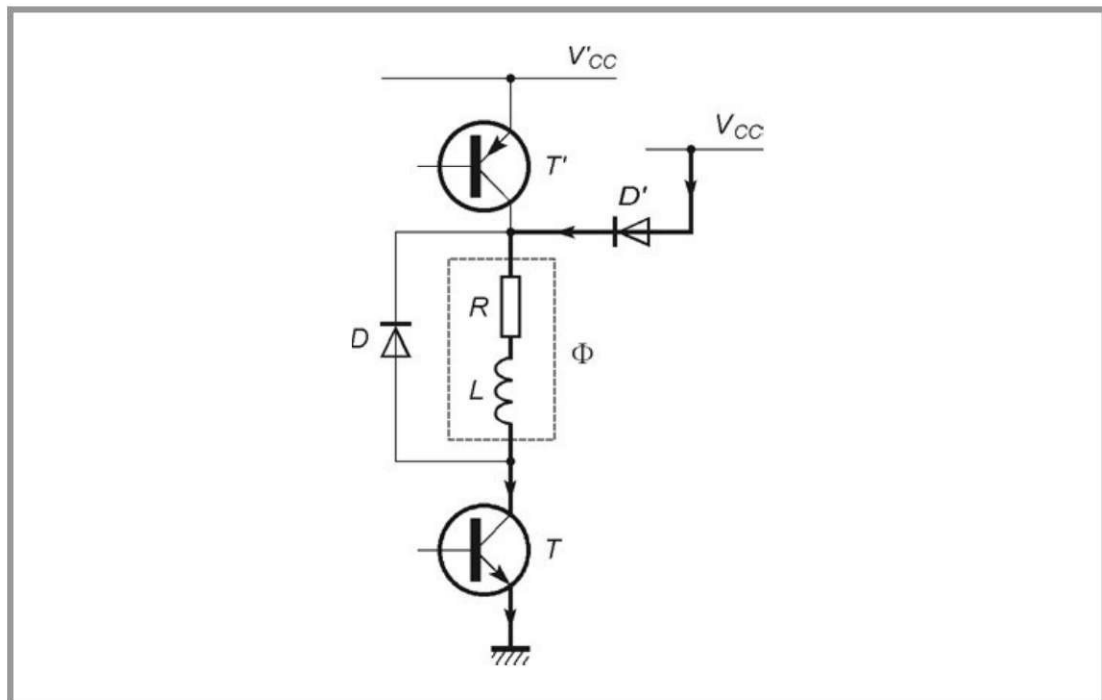


Figure 8.21 – Deuxième phase : T saturé et T' bloqué.

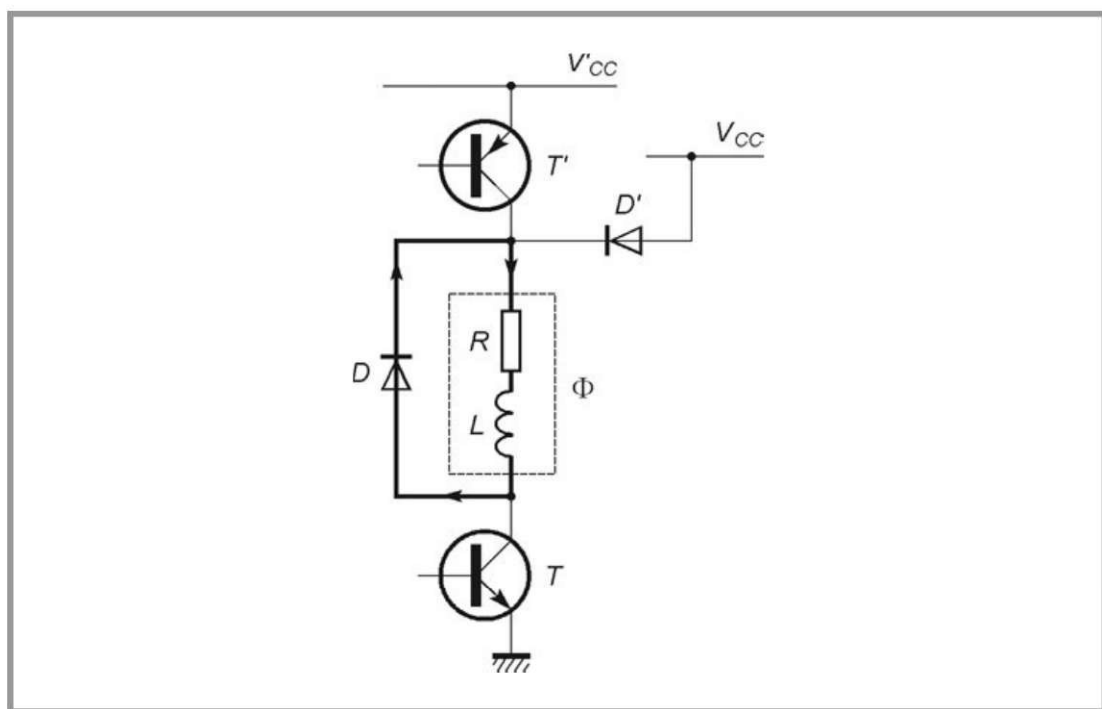


Figure 8.22 – Troisième phase : T et T' bloqués.

Une première solution pour assurer ce fonctionnement consiste à utiliser un circuit monostable pour fixer la durée d'application de la tension plus élevée (*figure 8.24*). Lorsque le séquenceur commande le début de l'alimentation de la phase considérée, il sature les transistors T et T' . Au bout d'une durée d choisie pour que le

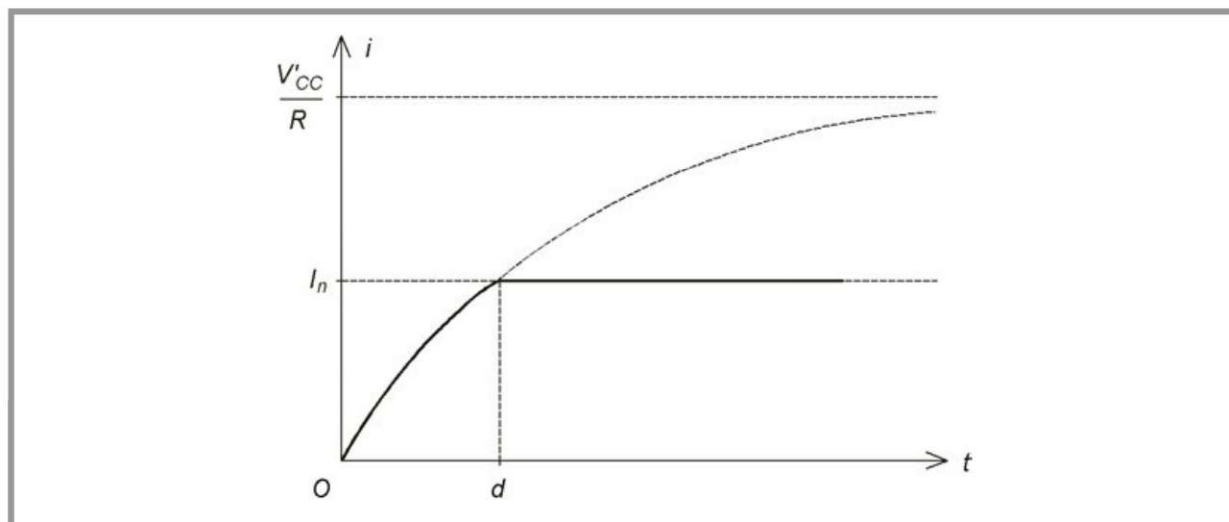


Figure 8.23 – Variations du courant.

courant ait légèrement dépassé sa valeur nominale, le circuit monostable bloque le transistor T' . Quand le séquenceur commande la fin de l'alimentation de la phase, il bloque le transistor T . La difficulté est de bien ajuster la valeur de d alors que la variation du courant n'est pas connue avec précision et subit une certaine dispersion.

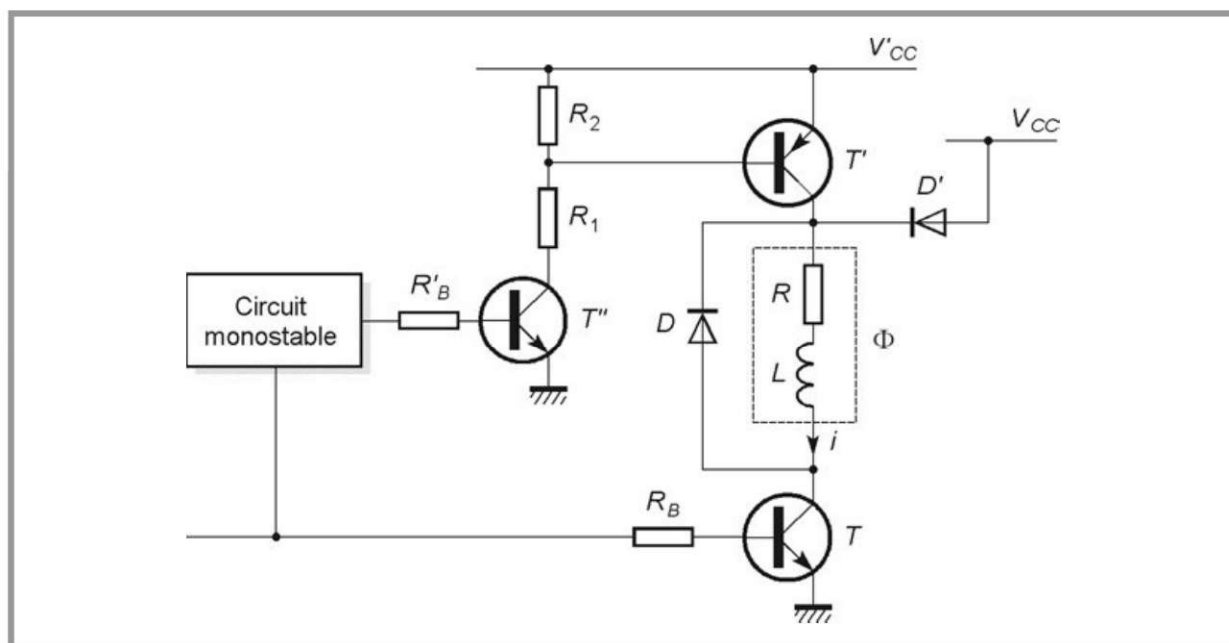


Figure 8.24 – Utilisation d'un monostable pour imposer la durée de l'application de la tension élevée.

Une seconde solution, plus efficace, est de déclencher le blocage de T' en comparant la valeur réelle du courant à une valeur de référence. Pour cela, il suffit de placer une résistance permettant d'obtenir une tension image de l'intensité et d'appliquer le résultat à un comparateur (figure 8.25). L'allure des variations du courant est inchangée, mais sa valeur maximale est parfaitement définie.

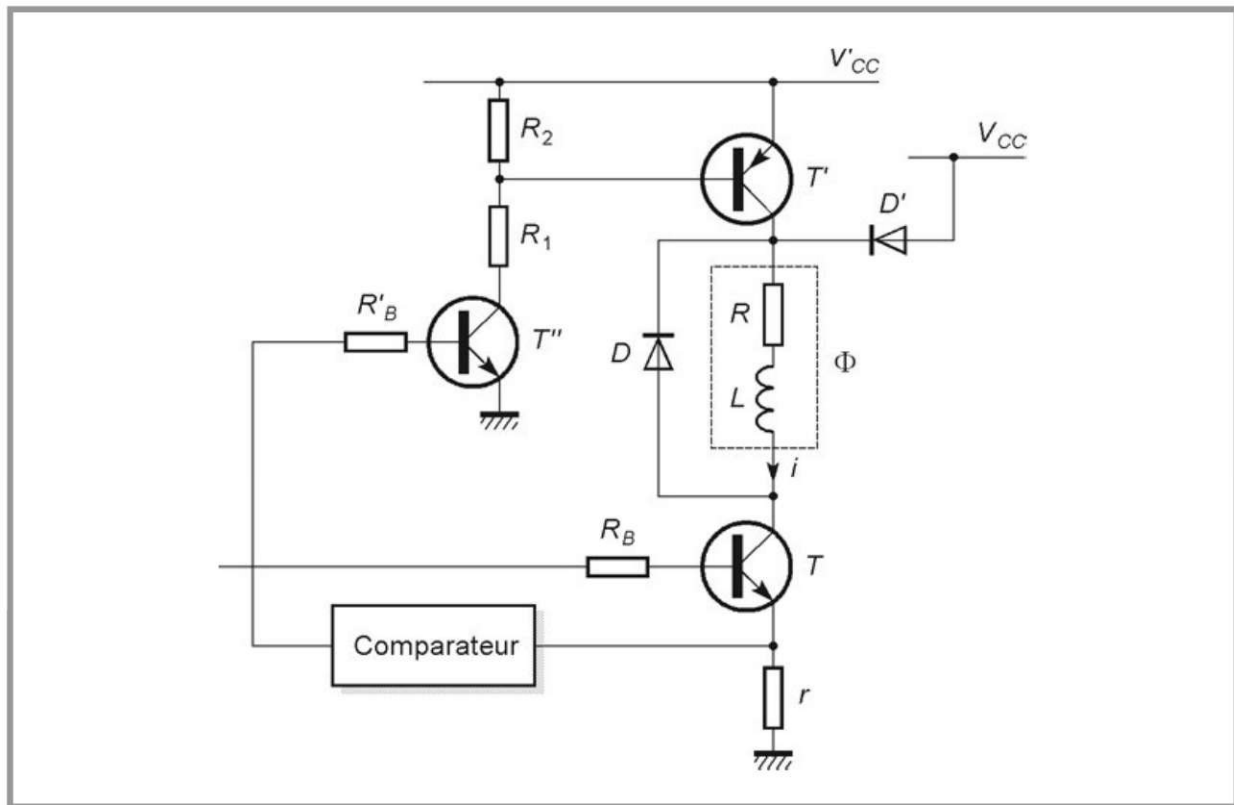


Figure 8.25 – Comparaison du courant à une valeur de référence.

Réseau de compensation RC

On peut diminuer le temps de montée du courant en plaçant une résistance R_c en série avec chaque phase puis un condensateur C_c en parallèle sur l'enroulement et le transistor (figure 8.26). Quand le transistor est bloqué, il n'y a aucun courant permanent et le condensateur est chargé sous la tension V_{CC} . Si, à $t = 0$, on sature le transistor, le courant s'établit selon un régime transitoire de deuxième ordre. On a en effet, en négligeant la tension aux bornes du transistor saturé :

$$V_{CC} = v + R_c C_c \frac{dv}{dt} + R_c i$$

$$v = Ri + L \frac{di}{dt}$$

L'élimination de v conduit à :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{R_c C_c} \right) \frac{di}{dt} + \frac{R + R_c}{R_c L C_c} i = \frac{V_{CC}}{R_c L C_c}$$

On choisit la tension V_{CC} de façon à obtenir le courant nominal (pour une valeur de R_c fixée). Les éléments R_c et C_c du réseau de compensation sont déterminés pour avoir un temps de réponse rapide. On fixe ainsi un coefficient d'amortissement réduit de l'ordre de 0,7 et la réponse est légèrement oscillante (figure 8.27).

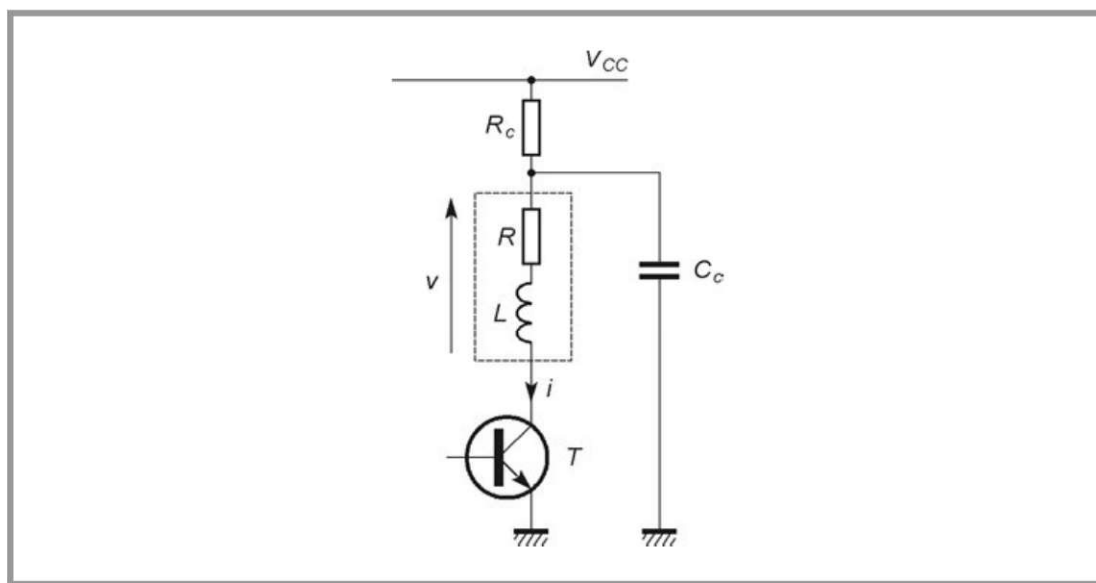


Figure 8.26 – Réseau de compensation RC.

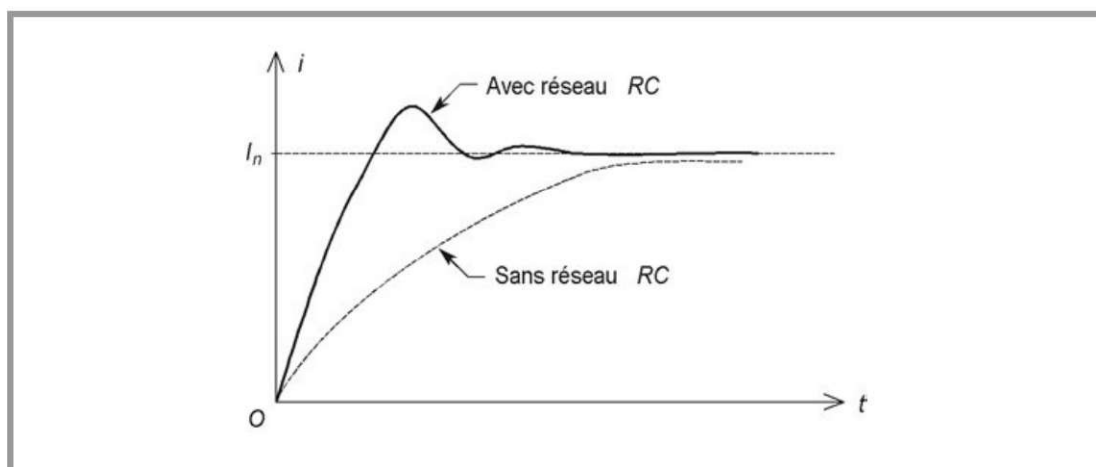


Figure 8.27 – Amélioration du temps de réponse du circuit.

8.3 Alimentation en courant

8.3.1 Structure de base

Pour fixer le courant sans perte de puissance excessive, on fait appel à un fonctionnement en hacheur. Pour cela, on utilise pour chaque phase deux transistors et deux diodes (figure 8.28).

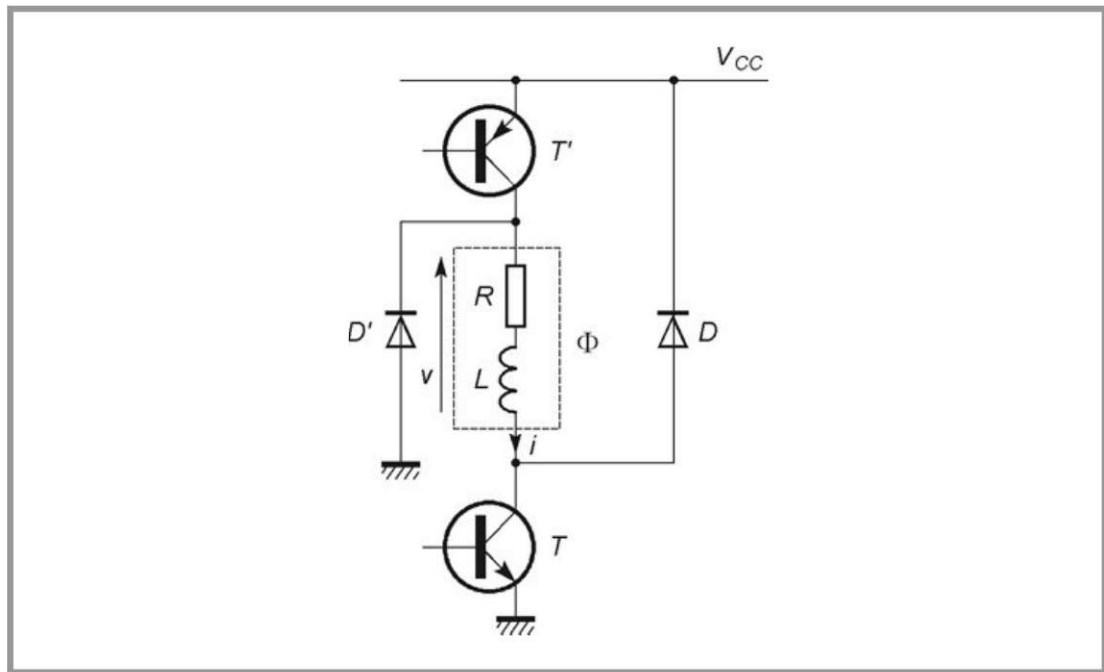


Figure 8.28 – Alimentation avec hacheur.

Le transistor T a le même rôle que dans les alimentations en tension : il sélectionne la phase qu'il faut alimenter. On le nomme transistor d'aiguillage. Le transistor T' commute à une fréquence élevée pendant la durée de l'alimentation de la phase : il remplit la fonction de hacheur. On l'appelle transistor de découpage. Dans quelques circuits, il arrive qu'un seul transistor soit utilisé pour assurer les deux rôles, sa commande étant adaptée en conséquence. Dans les alimentations bidirectionnelles employant un pont en H , il y a toujours deux transistors en série avec chaque phase pour chaque sens de courant. On n'a donc pas d'interrupteur à ajouter. Il suffit d'affecter la fonction d'aiguillage à l'un des transistors et la fonction de découpage à l'autre.

On peut distinguer trois états différents du circuit lors de son fonctionnement :

- les transistors T et T' sont saturés et les diodes D et D' bloquées quand on veut faire croître le courant (figure 8.29) ;
- T est saturé, D' est passante, T' et D sont bloqués quand on veut diminuer le courant (figure 8.30) ;

- T et T' sont saturés, D et D' sont passantes quand on veut faire décroître rapidement le courant avec retour vers l'alimentation (figure 8.31).

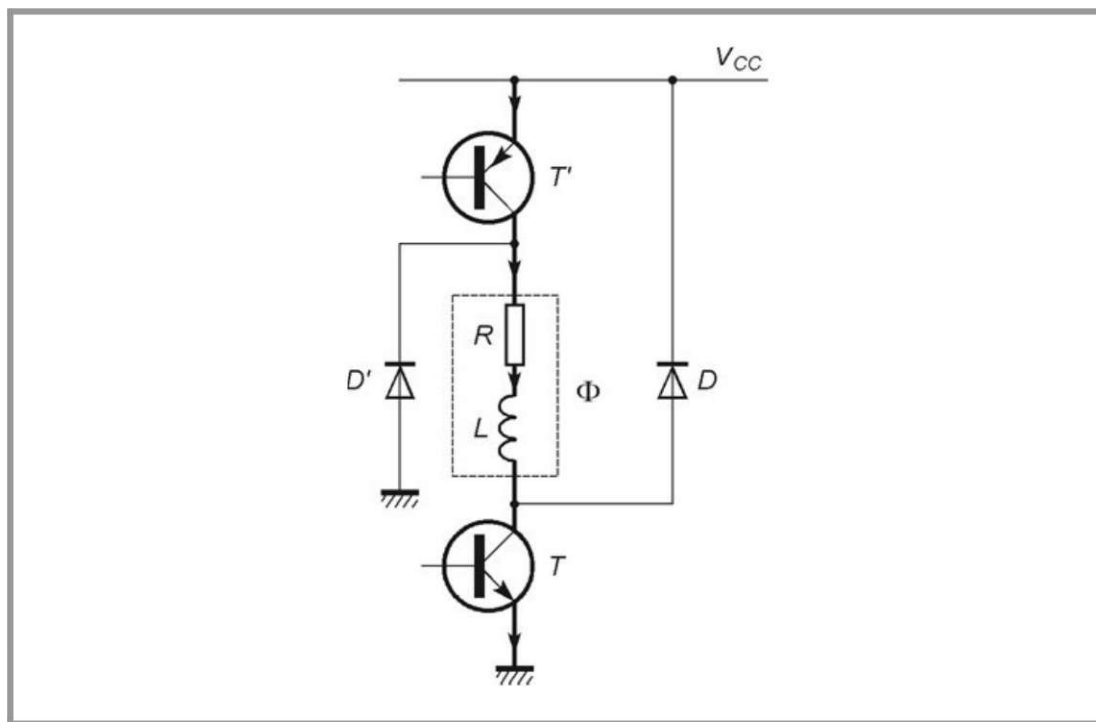


Figure 8.29 – Phase de croissance du courant.

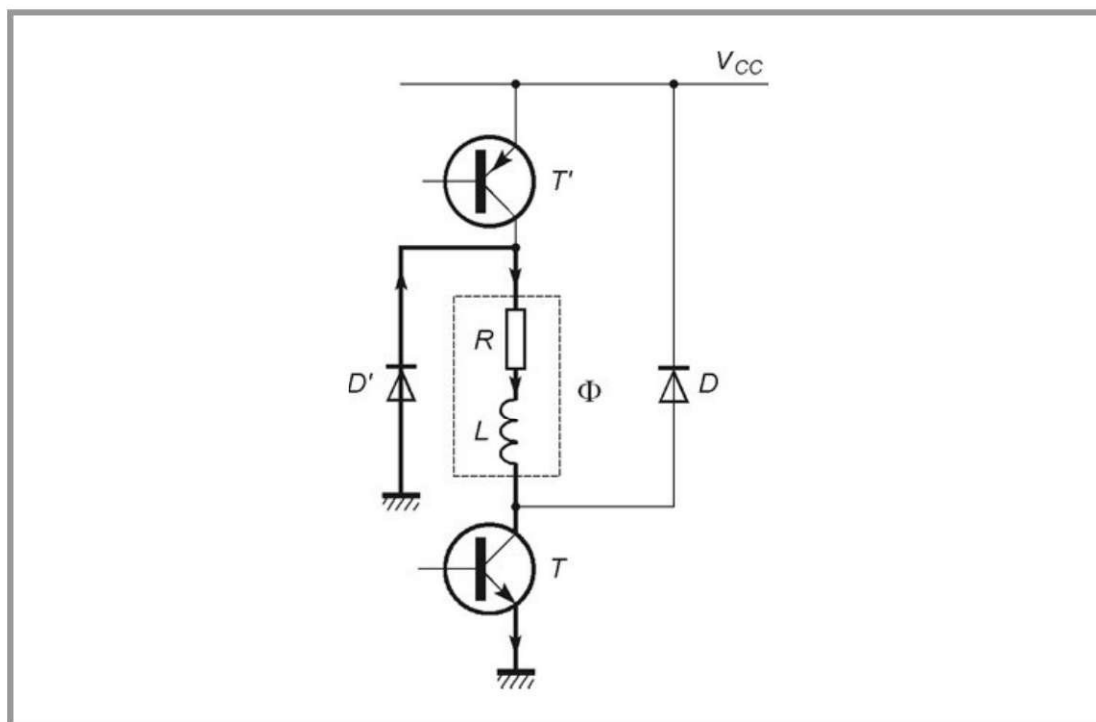


Figure 8.30 – Phase de décroissance du courant.

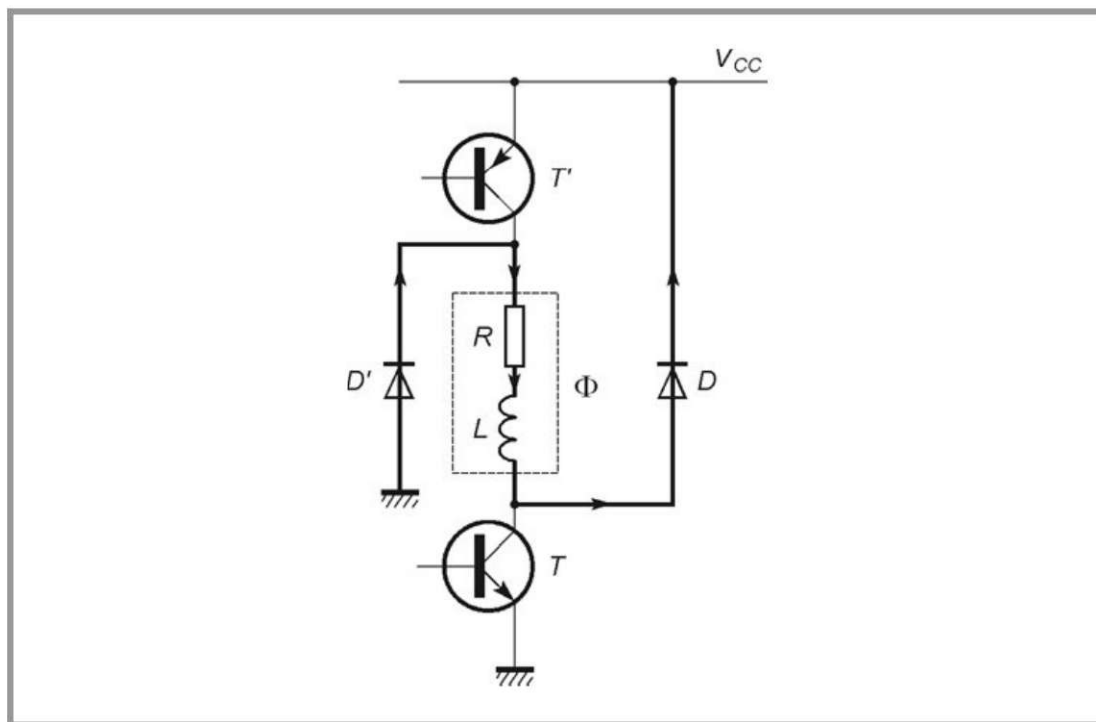


Figure 8.31 – Phase de décroissance rapide du courant.

8.3.2 Fonctionnement avec mesure du maximum et du minimum du courant

À l'instant $t = 0$ où l'on veut alimenter la phase considérée, le séquenceur commande la saturation de T et T' . Le courant croît exponentiellement, avec une constante de temps $\tau = L/R$ vers une asymptote d'ordonnée V_{CC}/R très supérieure à l'intensité nominale I_n du moteur (*figure 8.32*) :

$$i = \frac{V_{CC}}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Lorsqu'à l'instant $t = t_a$, le courant a atteint une valeur I_M fixée, on bloque le transistor T' et D devient passante. On obtient une décroissance exponentielle, avec la même constante de temps, vers une asymptote d'ordonnée $-V_D$, donc parfaitement négligeable à l'échelle utilisée car V_{CC} est une tension élevée :

$$i = I_M e^{-\frac{t-t_a}{\tau}}$$

Au bout d'une durée t_2 , le courant arrive à une valeur minimale fixée I_m . On sature alors de nouveau T' . L'intensité augmente exponentiellement :

$$i = \left(I_m - \frac{V_{CC}}{R} \right) e^{-\frac{t-t_a-t_2}{\tau}} + \frac{V_{CC}}{R}$$

On continue ensuite à commuter périodiquement T' de façon à maintenir le courant entre I_m et I_M . À l'instant $t = T_c$, on souhaite cesser d'alimenter la phase et on bloque T et T' . Les diodes D et D' deviennent passantes et le courant décroît exponentiellement avec encore la même constante de temps.

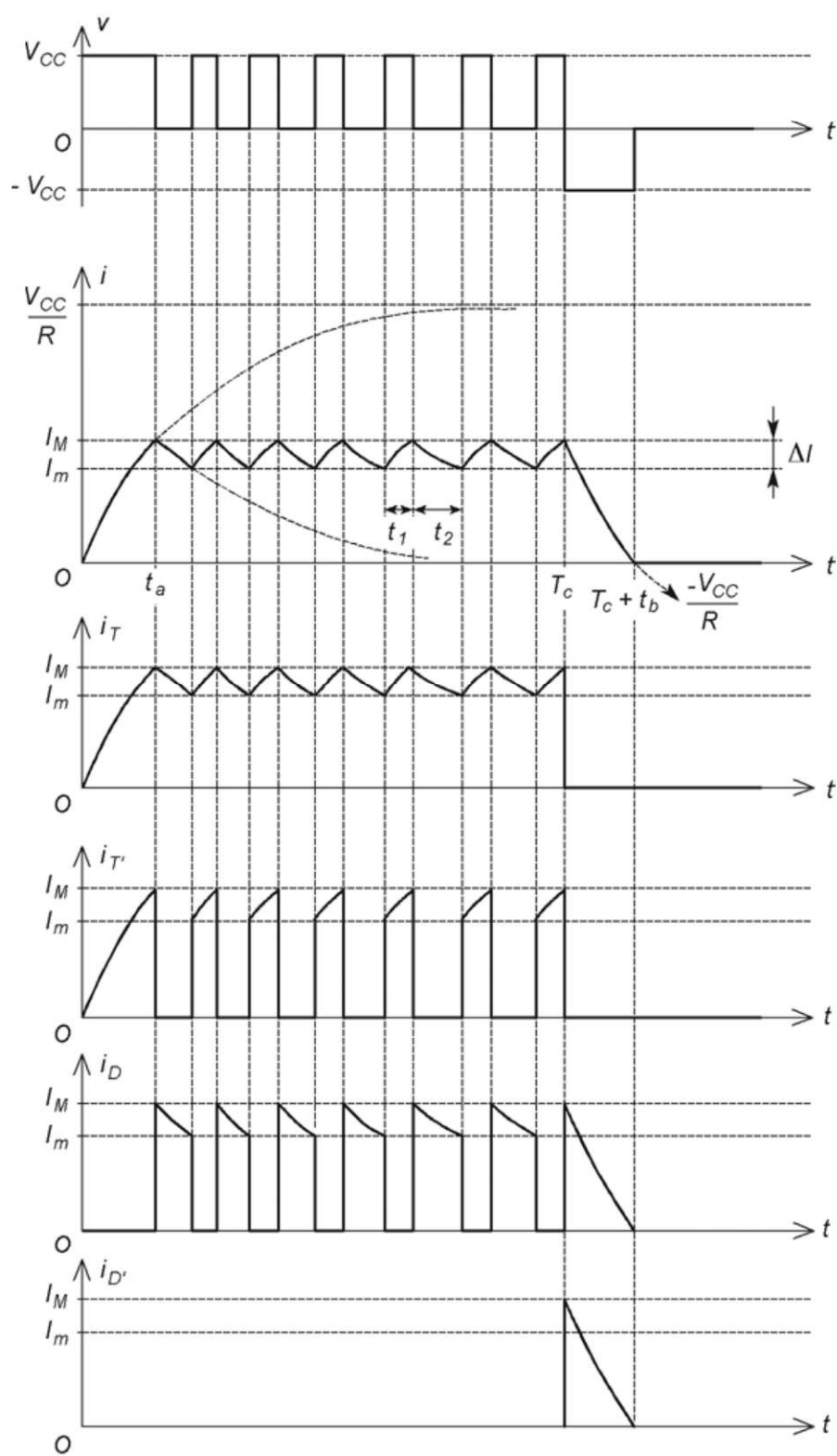


Figure 8.32 – Allure des courbes des tensions et des courants dans une alimentation à régulation d'intensité par découpage.

L'ordonnée du point de départ est comprise entre I_m et I_M , mais on ne la connaît pas car il n'y a pas de relation de synchronisme entre aiguillage et découpage. Le cas le plus défavorable correspond au temps de descente le plus long, donc à un départ au maximum I_M . L'ordonnée de l'asymptote est $-V_{CC}/R$. On a ainsi :

$$i = \left(I_M + \frac{V_{CC}}{R} \right) e^{-\frac{t-T_c}{\tau}} - \frac{V_{CC}}{R}$$

Les expressions des différentes exponentielles permettent de calculer les durées t_a et t_b des phases de montée et de descente ainsi que les durées t_1 et t_2 des deux phases du découpage.

$$\begin{aligned} t_a &= \tau \ln \frac{\frac{V_{CC}}{R}}{\frac{V_{CC}}{R} - I_M} \\ t_b &= \tau \ln \frac{I_M + \frac{V_{CC}}{R}}{\frac{V_{CC}}{R}} \\ t_1 &= \tau \ln \frac{I_m - \frac{V_{CC}}{R}}{I_M - \frac{V_{CC}}{R}} \\ t_2 &= \tau \ln \frac{I_M}{I_m} \end{aligned}$$

On peut ainsi exprimer la fréquence f_h du découpage :

$$f_h = \frac{1}{t_1 + t_2} = \frac{1}{\tau \ln \frac{1 - \frac{V_{CC}}{RI_m}}{1 - \frac{V_{CC}}{RI_M}}}$$

On choisit I_M et I_m de façon que :

- leur moyenne soit égale au courant nominal du moteur : $\frac{I_M + I_m}{2} = I_n$
- leur écart $\Delta I = I_M - I_m$ soit assez faible pour qu'on puisse considérer que le fonctionnement du moteur est le même qu'avec un courant continu.

La fréquence de découpage et le rapport cyclique de la commande se trouvent alors fixés pour un moteur et une alimentation donnés.

Jusqu'à présent, nous avons estimé que la force contre-électromotrice de rotation e'_r était nulle. Si ce n'est pas le cas, on peut considérer qu'elle est constante à l'échelle du découpage car la fréquence f_h est élevée. On peut alors reprendre le

calcul précédent avec ce terme constant supplémentaire dans les équations différentielles. On arrive à :

$$t_1 = \tau \ln \frac{I_m - \frac{V_{CC} - e'_r}{R}}{I_M - \frac{V_{CC} - e'_r}{R}}$$

$$t_2 = \tau \ln \frac{I_M + \frac{e'_r}{R}}{I_m + \frac{e'_r}{R}}$$

On obtient alors pour la fréquence de découpage :

$$f_h = \frac{1}{\tau \ln \frac{\left(I_m - \frac{V_{CC} - e'_r}{R}\right) \left(I_M + \frac{e'_r}{R}\right)}{\left(I_M - \frac{V_{CC} - e'_r}{R}\right) \left(I_m + \frac{e'_r}{R}\right)}}$$

On peut alors tracer la courbe de f_h en fonction de e'_r pour une fourchette de courant imposée (figure 8.33). On constate que la fréquence varie considérablement et qu'elle présente une valeur maximale. Il faut en tenir compte dans le dimensionnement de la rapidité du transistor : le cas le plus défavorable n'est pas celui que l'on obtient en négligeant la force électromotrice de rotation. Par contre, les variations de e'_r ne se répercutent pas sur les valeurs des courants comme avec une alimentation en tension. C'est là un avantage important de la régulation d'intensité par découpage.

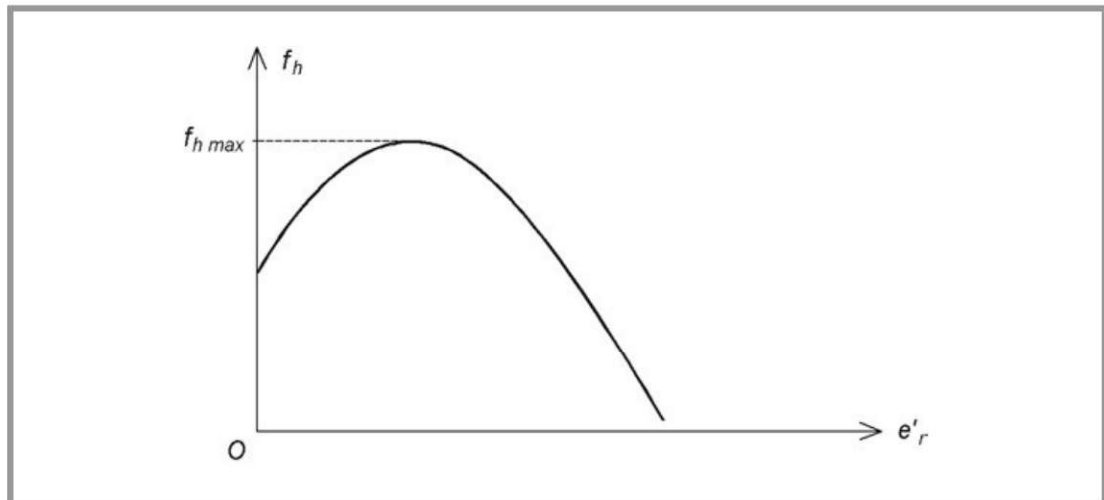


Figure 8.33 – Variations de la fréquence de découpage en fonction de la force contre-électromotrice de rotation pour un fonctionnement avec détection du maximum et du minimum du courant.

Pour réaliser un tel dispositif, il faut transformer le courant en tension par une résistance r de valeur assez faible pour ne pas modifier le circuit de façon significative

et appliquer le signal obtenu à une bascule à hystérésis dont les seuils sont choisis de manière à obtenir les basculements lorsque l'intensité dans l'enroulement atteint les valeurs I_M et I_m (figure 8.34).

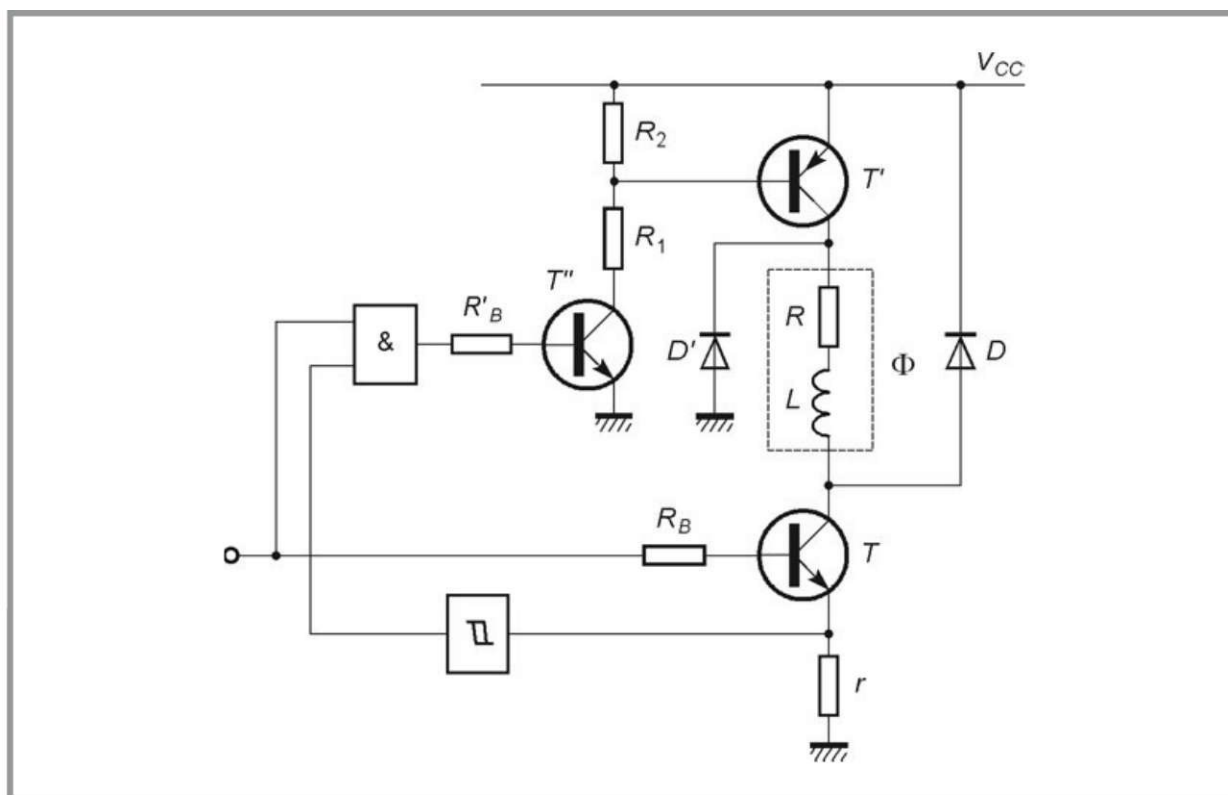


Figure 8.34 – Réalisation de la commande en fourchette de courant.

8.3.3 Fonctionnement avec mesure du maximum du courant et temps de coupure constant

Avec cette méthode, on ne détecte que le passage du courant par une valeur maximale I_M à partir de laquelle on bloque le transistor T' pendant une durée t_2 fixée. L'allure de la courbe du courant est la même qu'avec la solution précédente, mais la valeur minimale I_m du courant n'est pas maîtrisée par la commande et dépend des conditions de fonctionnement (figure 8.35).

La mise en équation d'une décroissance exponentielle du courant en régime permanent permet d'exprimer cette valeur. Ainsi, en considérant une force contre-électromotrice constante e'_r , on a :

$$I_m = \left(I_M + \frac{e'_r}{R} \right) e^{-\frac{t_2}{\tau}} - \frac{e'_r}{R}$$

Les variations de e'_r agissent sur la fréquence de découpage. La mise en équation d'une phase de montée du courant en régime permanent permet de calculer sa durée t_1 :

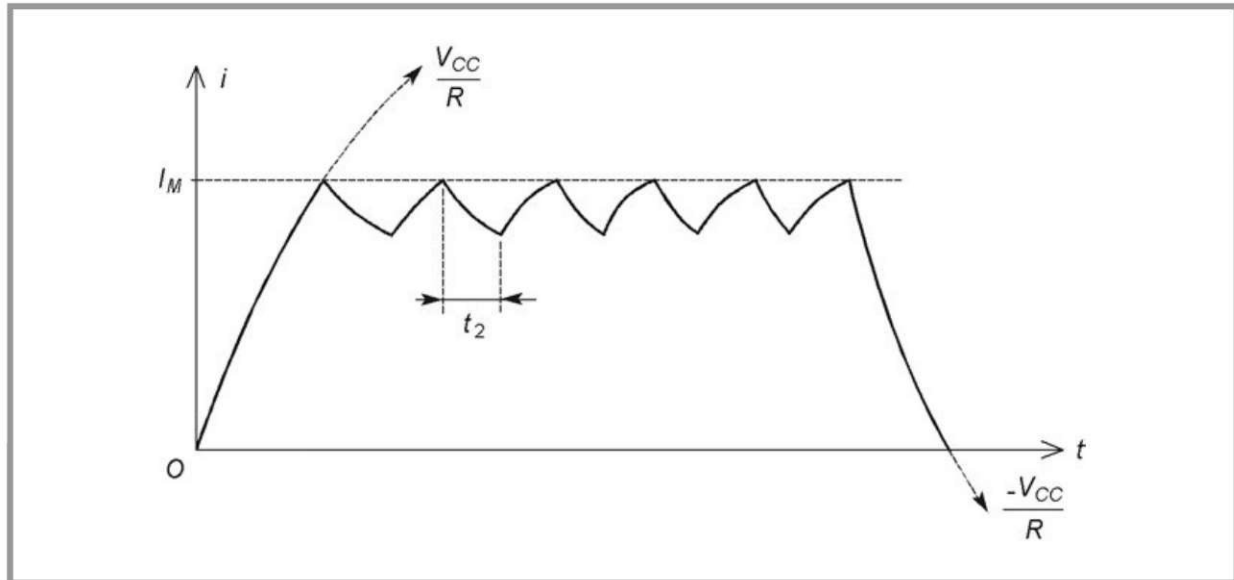


Figure 8.35 – Courbe du courant pour un fonctionnement à temps de coupure constant.

$$t_1 = \tau \ln \frac{I_m - \frac{V_{CC} - e'_r}{R}}{I_m - \frac{V_{CC} - e'_r}{R}}$$

En remplaçant I_m par son expression, on arrive à :

$$t_1 = \tau \ln \frac{\left(I_M + \frac{e'_r}{R}\right) e^{-\frac{t_2}{\tau}} - \frac{V_{CC}}{R}}{I_M - \frac{V_{CC} - e'_r}{R}}$$

On en déduit ainsi la fréquence de découpage :

$$f_h = \frac{1}{\tau \ln \frac{\left(I_M + \frac{e'_r}{R}\right) e^{-\frac{t_2}{\tau}} - \frac{V_{CC}}{R}}{I_M - \frac{V_{CC} - e'_r}{R}} + t_2}$$

La fréquence dépend beaucoup de la force contre-électromotrice e'_r , mais cette fois, la fonction est décroissante (figure 8.36) et la courbe est pratiquement une droite si t_2 est assez faible devant τ . Le cas le plus défavorable pour le dimensionnement de la rapidité du transistor correspond ici au moteur à l'arrêt ($e'_r = 0$). C'est un avantage par rapport à la solution précédente. La commande est également plus simple puisqu'il n'y a qu'une mesure de courant. Cependant, la force contre-électromotrice agit également sur l'ondulation ΔI , ce qui peut être un inconvénient majeur.

La réalisation fait appel à un circuit monostable pour fixer la durée de coupure du transistor (figure 8.37). Cette solution est mise en œuvre dans certains circuits intégrés.

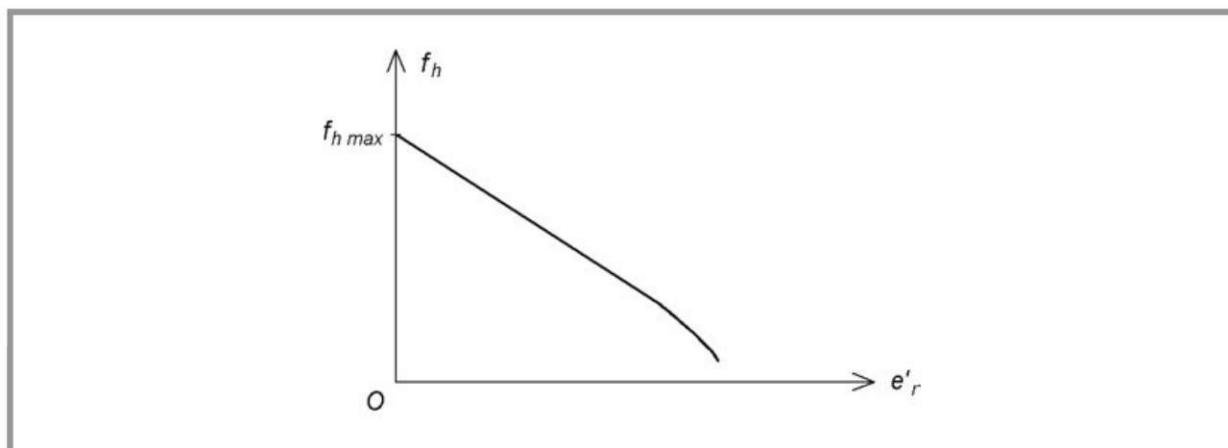


Figure 8.36 – Variations de la fréquence de découpage en fonction de la force contre-électromotrice de rotation pour un fonctionnement à temps de coupure constant.

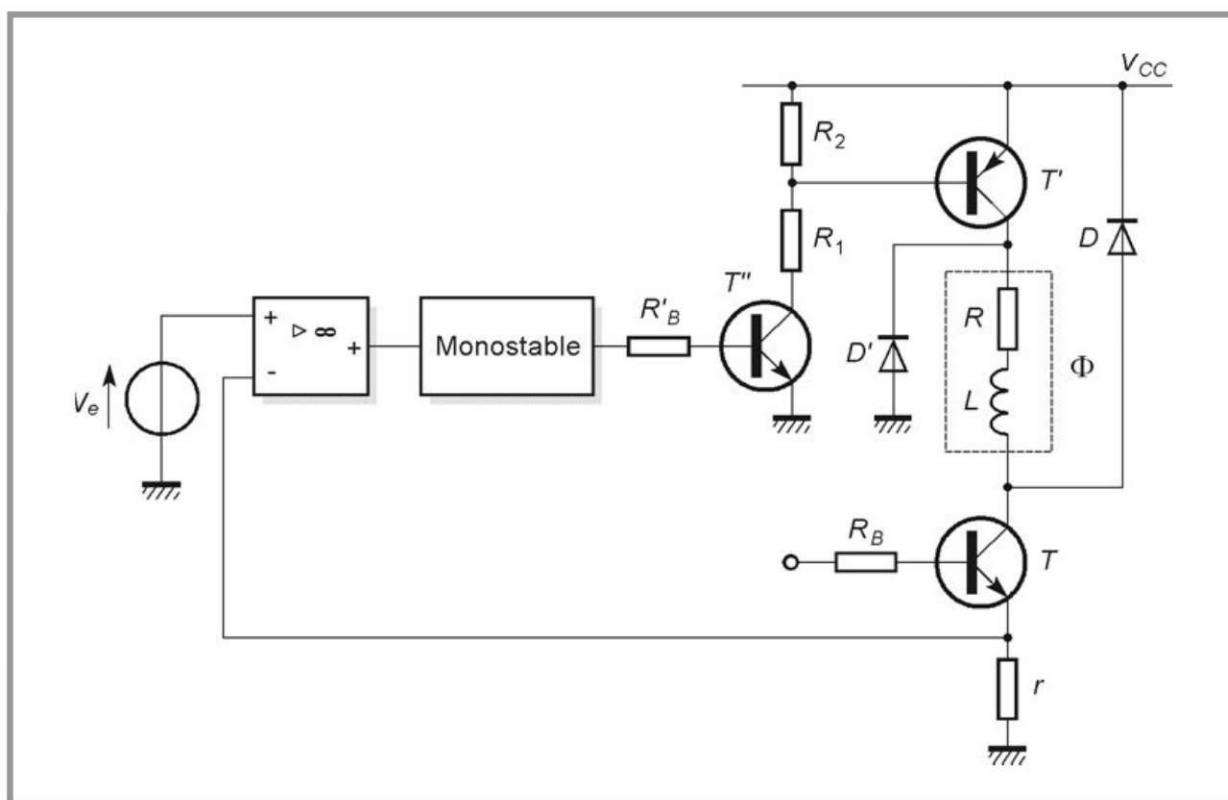


Figure 8.37 – Réalisation de la commande à temps de coupure constant.

8.3.4 Fonctionnement en modulation de largeur d'impulsions

C'est la solution habituellement rencontrée dans les hacheurs associés aux moteurs à courant continu avec ou sans balais. La fréquence de découpage est fixe

mais le rapport cyclique de la commande est variable. On peut aussi faire appel à cette solution pour les moteurs pas-à-pas. L'avantage est que la fréquence est imposée. Toutefois, avec ce système, la croissance du courant est relativement lente (*figure 8.38*). Pour obtenir des résultats satisfaisants, il faut améliorer le fonctionnement en associant une détection de maximum de courant. Cette solution est mise en œuvre dans certains circuits intégrés.

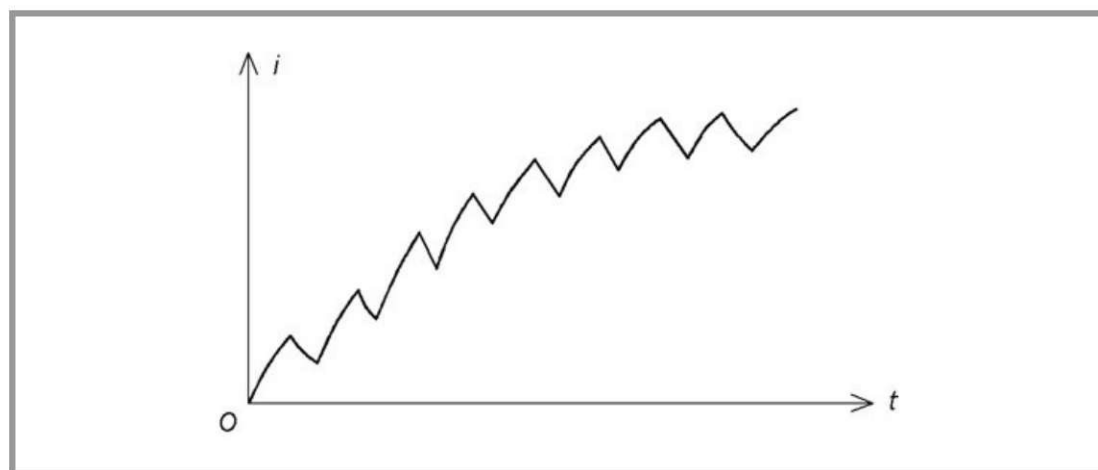


Figure 8.38 – Montée du courant pour un fonctionnement en modulation de largeur d'impulsions.

8.4 Exemples de réalisations

8.4.1 Alimentation unidirectionnelle en tension pour moteur à quatre phases

Quand on a besoin de performances modestes pour un moteur de faible puissance fonctionnant en positionnement, on peut faire appel à un simple circuit intégré comprenant à la fois le séquenceur et l'étage de puissance. Par exemple, le circuit SAA1027 de NXP (*figure 8.39*) comporte les éléments suivants :

- un circuit d'entrée comprenant un étage de mise en forme des impulsions de commande, un étage permettant de définir le sens de rotation par un niveau et un étage de mise à zéro du compteur ;
- un compteur en anneau qui élabore les commutations à effectuer sur chaque phase ;
- des étages de puissance pour alimenter en tension les différents enroulements du moteur.

La tension d'alimentation est normalement de 12 V et le circuit peut délivrer directement aux bobinages un courant pouvant aller jusqu'à 350 mA. Au-delà, il faut prévoir des transistors discrets. Seuls trois composants externes sont à ajouter.

Une résistance R et un condensateur C forment un filtre passe-bas pour que la tension d'alimentation appliquée à la partie logique du circuit ne soit pas affectée par les parasites provoqués par les commutations des phases. La résistance R_B dépend du moteur utilisé. Le constructeur indique des valeurs comprises entre $150\ \Omega$ et $330\ \Omega$ suivant les modèles.

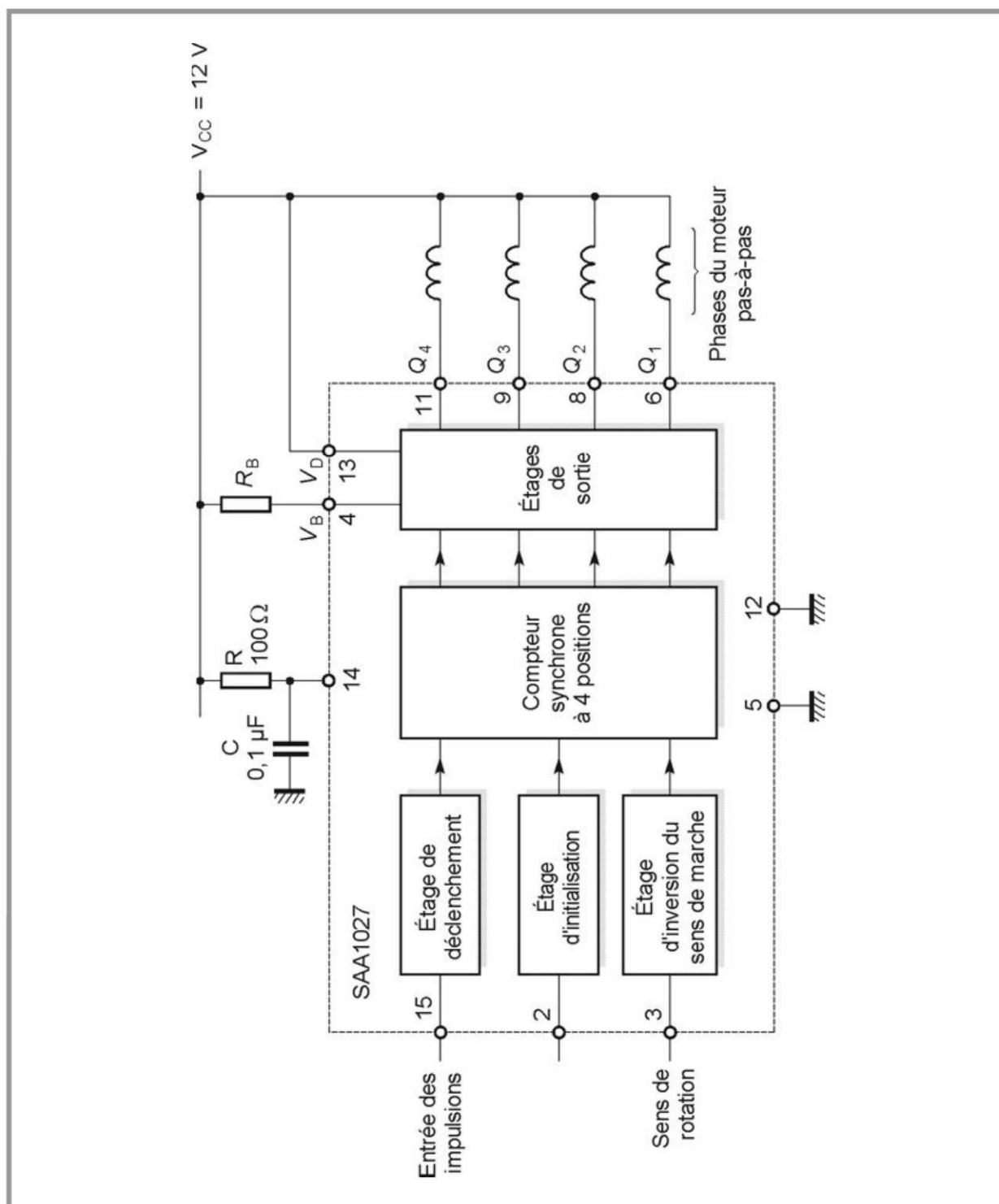


Figure 8.39 – Alimentation en tension utilisant un seul circuit intégré.

8.4.2 Alimentation bidirectionnelle en courant pour moteur à deux phases

On utilise ici deux circuits intégrés disponibles chez *ST* (figure 8.40) :

- un circuit de commande de moteur pas-à-pas L297 qui comporte le séquenceur recevant les informations (impulsions, sens de rotation, mode de fonctionnement par pas entier ou en demi-pas) ainsi que les circuits de commande en modulation de largeur d'impulsions permettant un fonctionnement en hacheur avec régulation de courant (figure 8.41) ;
- un circuit de puissance L298 qui est formé de deux ponts en *H* de quatre transistors bipolaires.

Le circuit peut recevoir une tension d'alimentation allant jusqu'à 46 V et le courant de sortie peut atteindre 2,5 A. Quelques composants externes sont nécessaires : les huit diodes de roue libre, les deux résistances de détection du courant R_{S1} et R_{S2} , un circuit *RC* fixant la fréquence du découpage et un diviseur résistif $R_1 R_2$ qui détermine le courant de sortie.

8.4.3 Alimentation pour fonctionnement à pas réduit

Des circuits intégrés spécialisés permettent d'obtenir facilement un fonctionnement à pas réduit. Par exemple, le circuit A4970 de *Allegro* comprend deux ponts en *H* de quatre transistors MOS ainsi que deux circuits de commande du découpage. Chaque structure indépendante (figure 8.42) permet d'attaquer une phase du moteur. Le courant maximal I dans les enroulements est défini par une tension de référence V_r et la résistance de mesure R_S :

$$I = \frac{V_r}{10 R_S}$$

Deux entrées logiques E_1 et E_2 permettent d'obtenir des valeurs plus faibles pour le courant suivant le tableau 8.1.

Tableau 8.1 – Commande du courant par les entrées logiques.

E_1	E_2	I
B	B	I
H	B	$2I/3$
B	H	$I/3$
H	H	0

Le comparateur et le monostable commandent le découpage. Lorsque le courant désiré est atteint, la sortie du comparateur déclenche le monostable qui provoque la décroissance du courant pendant une durée d fixée par une résistance R_T et un condensateur C_T externes :

$$d = R_T C_T$$

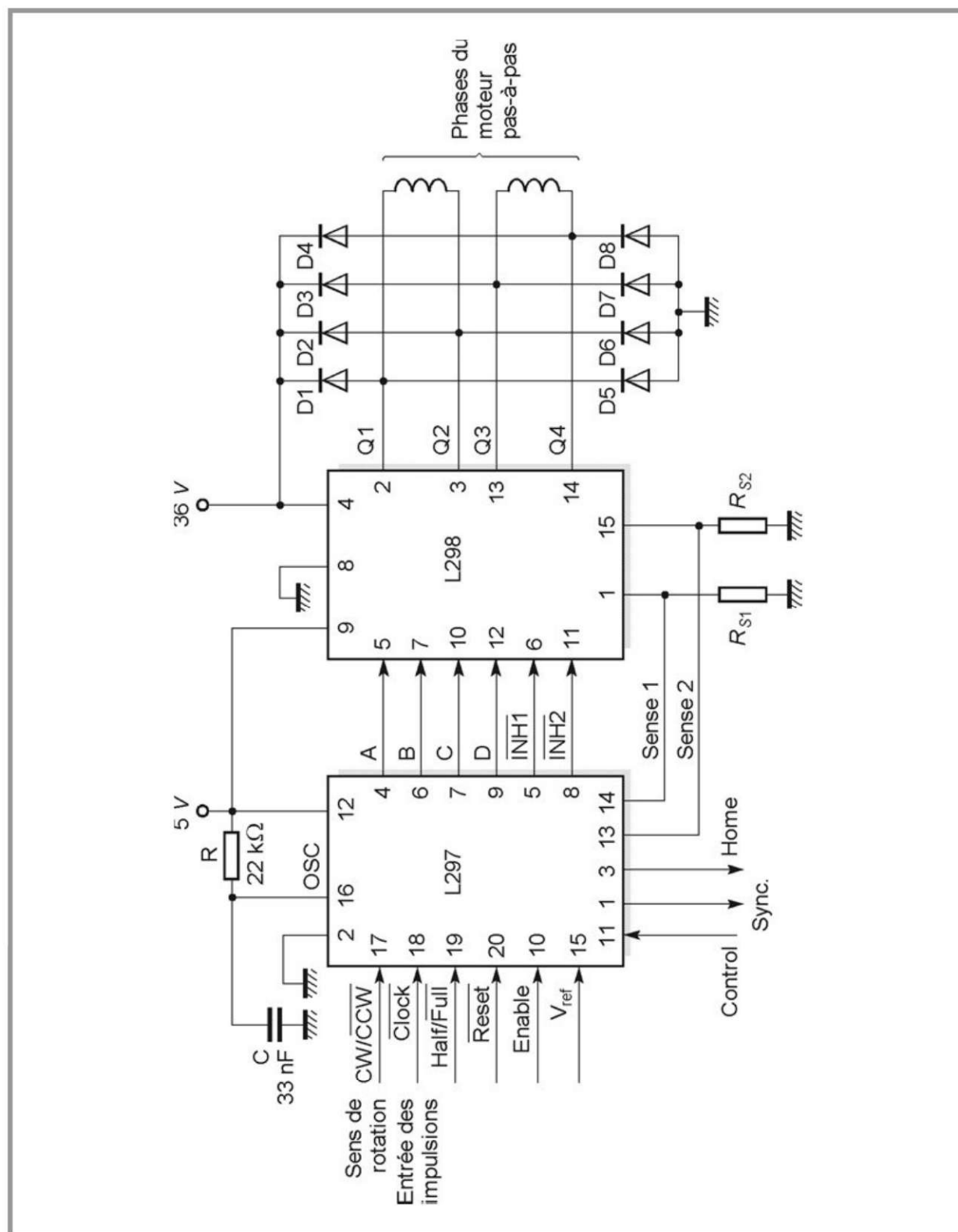


Figure 8.40 – Alimentation en courant utilisant deux circuits intégrés.

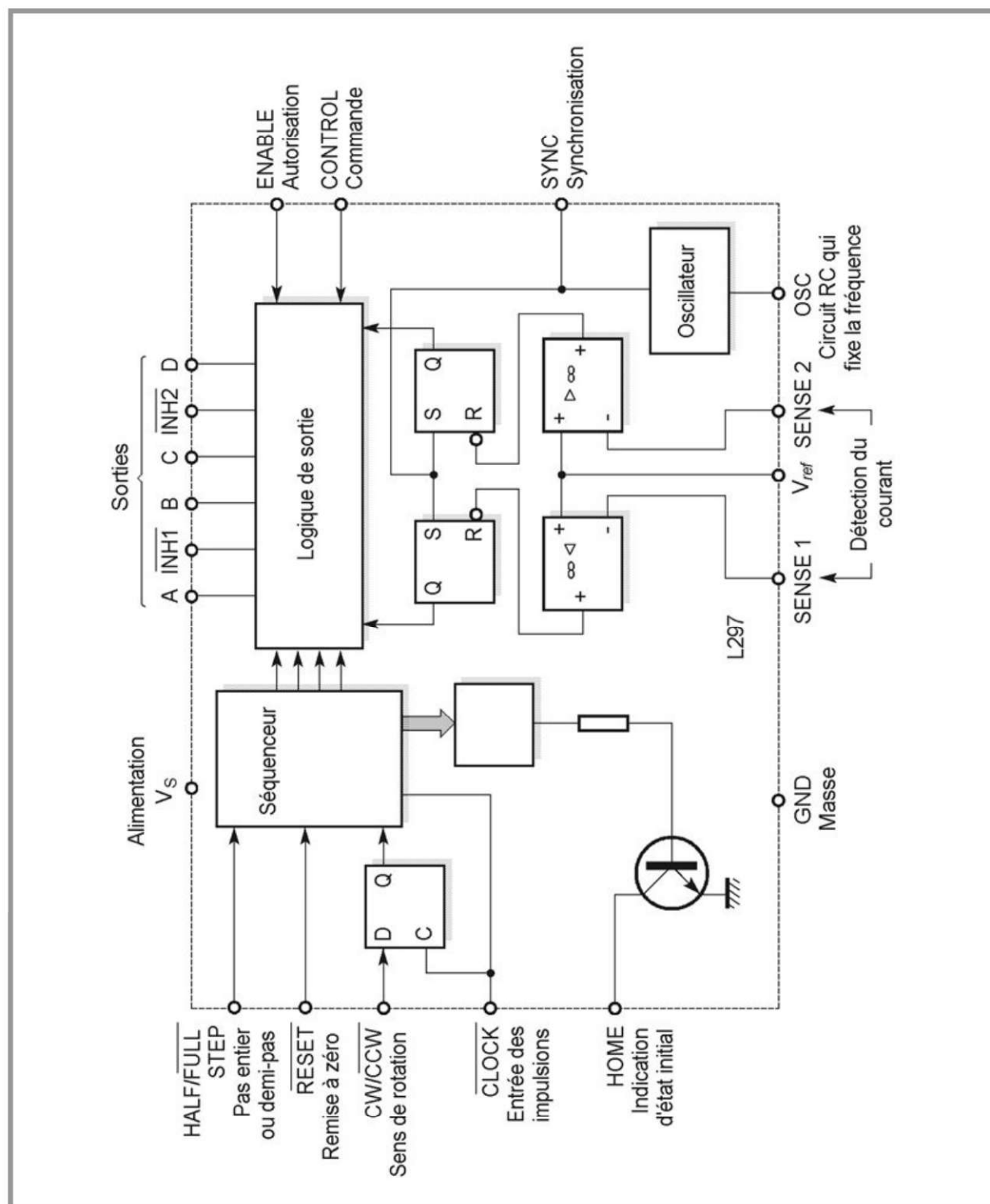


Figure 8.41 – Schéma fonctionnel du circuit intégré L297.

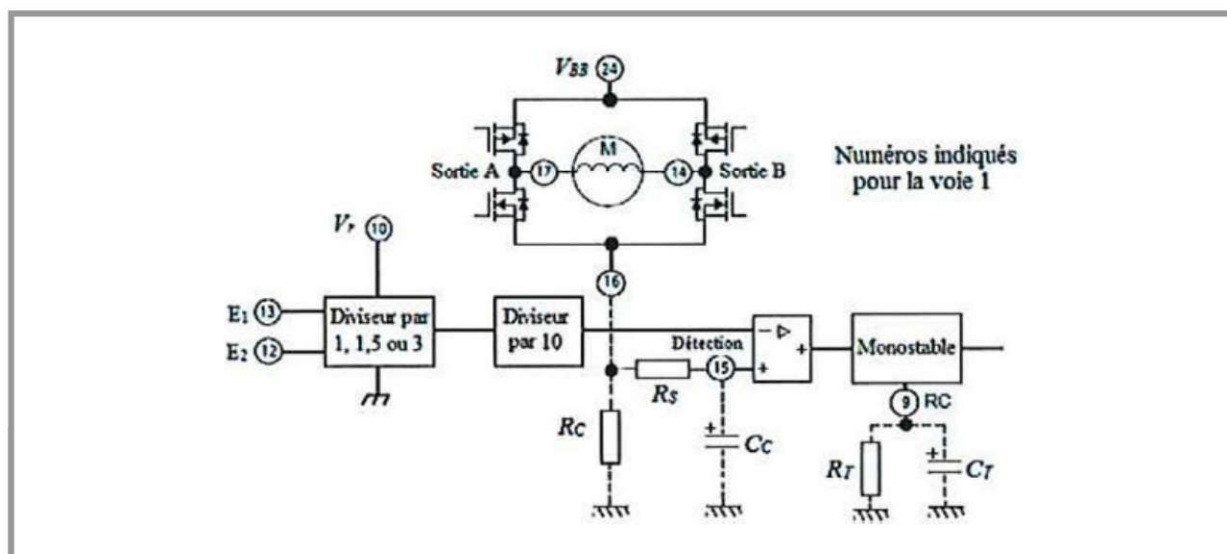


Figure 8.42 – Structure d'une voie d'alimentation pour un fonctionnement à pas réduit.

8.4.4 Alimentation pour fonctionnement en micro-pas

Le fabricant JRC a développé deux circuits intégrés permettant de réaliser simplement une commande en micro-pas : le circuit de commande de moteur pas-à-pas à deux phases NJM3771 est associé au double convertisseur numérique-analogique NJU 39610 (figure 8.43).

Le circuit NJM3771 contient une horloge, un ensemble de comparateurs et de bascules assurant la commande des commutations et deux ponts en H avec diodes de roue libre (figure 8.44). Deux tensions d'alimentation sont nécessaires : la première V_{CC} de 5 V pour la partie logique, la seconde, V_{MM} de 10 V à 45 V pour le moteur. Le courant maximal dans les phases du moteur est de 650 mA.

Le circuit NJU 39610 est un double convertisseur numérique-analogique, 7 bits plus le signe, conçu pour être utilisé avec le NJM3771 dans le fonctionnement en micro-pas. Il possède un ensemble de registres d'entrée reliés à un port de données de 8 bits pour un interfacement direct avec un microprocesseur (figure 8.45).



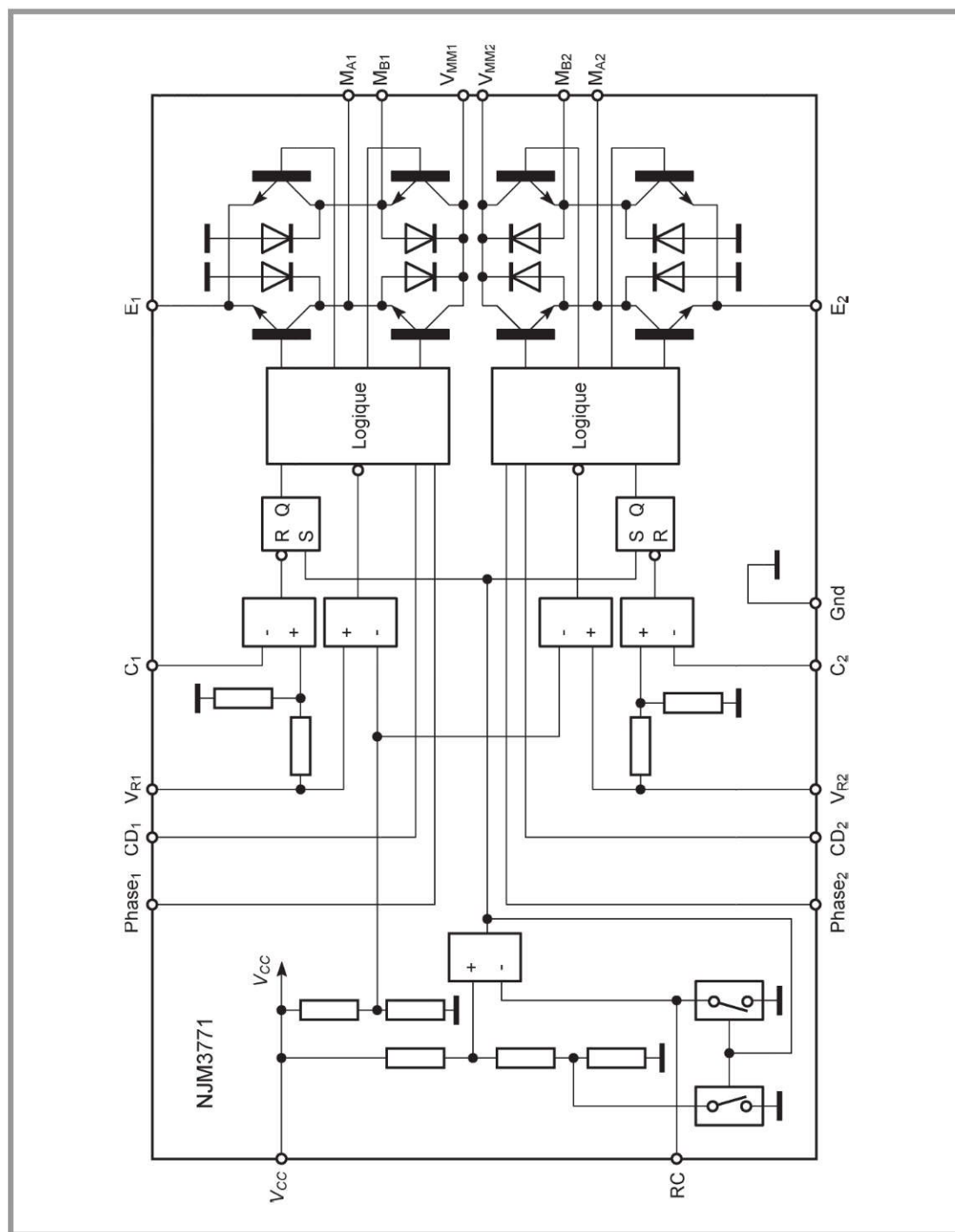


Figure 8.44 – Schéma fonctionnel du circuit intégré NJM3771.

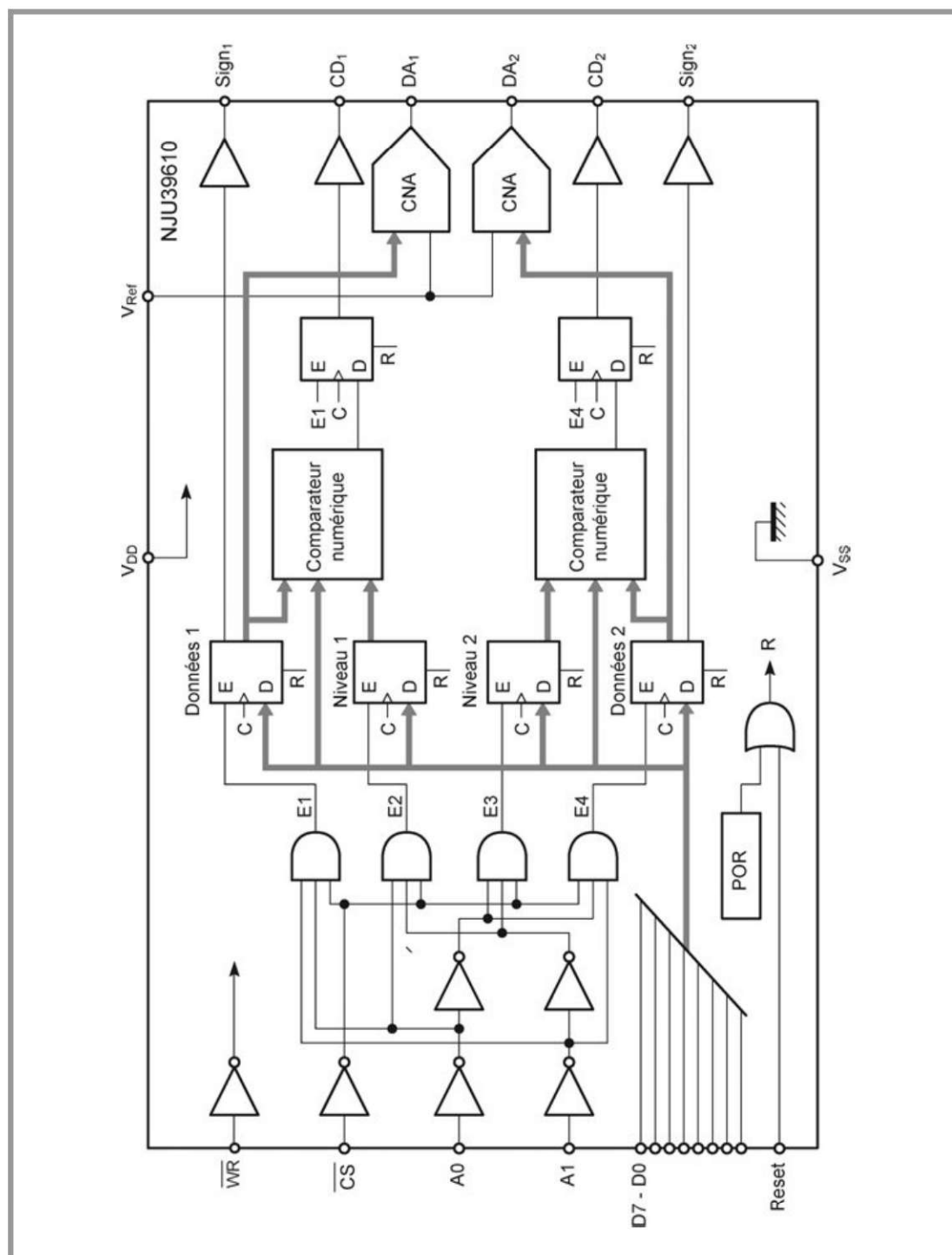


Figure 8.45 – Schéma fonctionnel du circuit intégré NJU39610.



ÉCANISMES ASSOCIÉS AUX MOTEURS

La liaison mécanique entre le moteur et sa charge est rarement directe, mais exige la plupart du temps la présence d'un mécanisme. Celui-ci est indispensable lorsque la charge est en translation car tous les moteurs produisent un mouvement de rotation. Même quand la charge est un dispositif tournant autour d'un axe, les gammes de vitesse et de couple ne sont pas en général adaptées à celles du moteur.

9.1 Réducteur de vitesse

9.1.1 Principe

Le réducteur est présent dans beaucoup de systèmes. En effet, les caractéristiques des moteurs ne sont pas bonnes pour les vitesses faibles, en particulier pour les machines à collecteur (ondulation en basse fréquence, mauvais rendement, refroidissement difficile...). Or, les charges doivent souvent pouvoir atteindre des vitesses réduites par exemple lors de positionnements précis ou pour s'adapter à un mécanisme transformant la rotation en translation.

De plus, la taille d'un moteur dépend essentiellement du couple fourni. Or, pour une puissance donnée, plus la vitesse est grande, plus le couple est petit. On a donc tout intérêt à adopter une vitesse élevée au niveau du moteur même si la charge tourne lentement. Seuls les moteurs pas-à-pas peuvent souvent se dispenser de réducteur grâce à leur principe différent qui les rend aptes à un positionnement précis ou à un déplacement lent.

Un réducteur élémentaire est formé de deux roues dentées de diamètres différents (*figure 9.1*). Si ω_m est la vitesse de rotation de l'arbre moteur et ω_c la vitesse de rotation de l'arbre de la charge, on définit le rapport de réduction par :

$$(1) \quad r = \frac{\omega_m}{\omega_c}$$

Ce rapport s'exprime en fonction des nombres de dents Z_1 et Z_2 des deux roues :

$$r = \frac{Z_2}{Z_1}$$

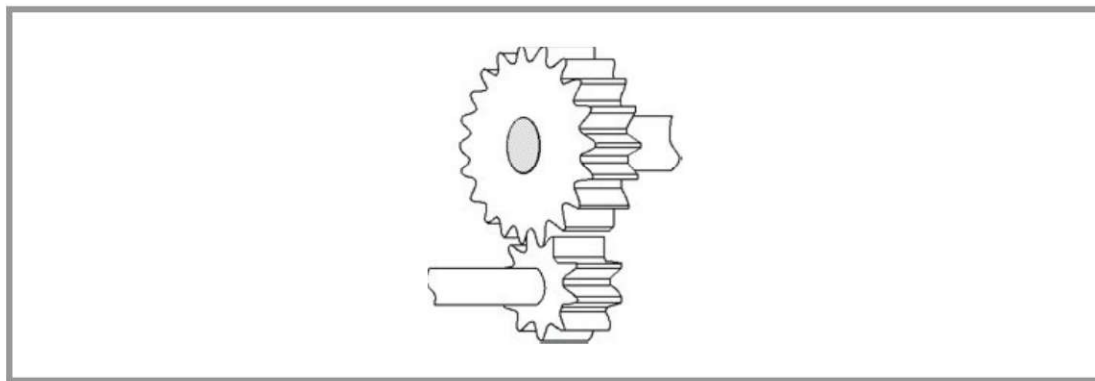


Figure 9.1 – Constitution d'un réducteur élémentaire.

Considérons un moteur dont le rotor a un moment d'inertie J_m , pas de frottements internes, et qui entraîne une charge de moment d'inertie J_c , opposant un couple résistant γ_c indépendant de la vitesse par l'intermédiaire d'un réducteur de rapport r (figure 9.2). Le moteur fournit l'énergie nécessaire au mouvement de la charge, ainsi que celle qui correspond aux pertes propres du mécanisme. Si γ_2 est le couple moteur que produit le réducteur sur l'arbre de la charge et γ_1 le couple résistant qu'oppose le réducteur au moteur, on peut définir le rendement du mécanisme par :

$$\eta = \frac{\gamma_2 \omega_c}{\gamma_1 \omega_m}$$

Ce rendement est mal connu. Il se définit en principe en régime permanent (vitesse constante), dans des conditions fixées. Or, le système ne sera pas en général utilisé ainsi. On estimera donc que le rendement s'applique à la puissance instantanée en régime variable et que la valeur indiquée dans la notice du réducteur reste valable alors que les conditions ne sont pas tout à fait celles correspondant à sa mesure. Cette approximation est toutefois préférable à celle qui consiste à ne tenir compte du rendement que sur les couples constants, ce qui est un cas plus favorable que la réalité. En tout état de cause, il faudra prendre une marge de sécurité suffisante à la fin du calcul pour le choix du couple nominal du moteur : une marge d'au moins 25 % semble nécessaire.

On peut alors écrire la relation entre les couples :

$$(2) \quad \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{1}{r \eta}$$

On peut également écrire le principe fondamental de la dynamique pour l'arbre du moteur puis pour l'arbre de la charge, en incluant dans J_m et J_c toutes les inerties présentes sur chacun des arbres :

$$(3) \quad J_m \frac{d\omega_m}{dt} = \gamma - \gamma_1$$

$$(4) \quad J_c \frac{d\omega_c}{dt} = \gamma_2 - \gamma_c$$

Le problème principal est de dimensionner le moteur pour une charge fixée. Une fois choisi le rapport de réduction r pour faire fonctionner la machine dans de bonnes conditions, il reste à déterminer le couple moteur nécessaire. On élimine les inconnues superflues entre les équations (1), (2), (3) et (4) :

$$\begin{aligned}\gamma &= \gamma_1 + J_m \frac{d\omega_m}{dt} \\ \gamma &= \frac{\gamma_2}{r\eta} + J_m \frac{d\omega_m}{dt} \\ \gamma &= \frac{\gamma_c}{r\eta} + \frac{J_c}{r\eta} \frac{d\omega_c}{dt} + J_m \frac{d\omega_m}{dt} \\ \gamma &= \frac{\gamma_c}{r\eta} + \left(\frac{J_c}{r\eta} + rJ_m \right) \frac{d\omega_c}{dt}\end{aligned}$$

On peut ainsi choisir le couple nominal du moteur en estimant la valeur du moment d'inertie J_m de son rotor.

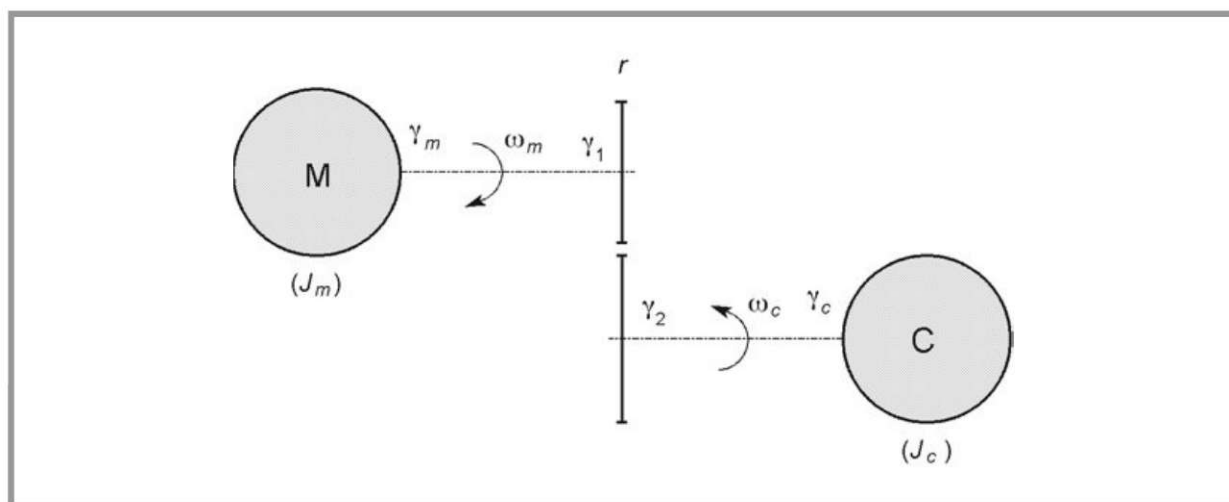


Figure 9.2 – Moteur accouplé à une charge par l'intermédiaire d'un réducteur.

9.1.2 Modèle du réducteur idéal

Pour une première étude approchée, nous pouvons simplifier les relations précédentes en estimant que le rendement est de 100 %, ce qui est quand même assez éloigné de la réalité. Dans ces conditions, on obtient, en ramenant toutes les grandeurs à l'arbre du moteur :

$$\gamma = \frac{\gamma_c}{r} + \left(\frac{J_c}{r^2} + J_m \right) \frac{d\omega_m}{dt}$$

Tout se passe comme si on avait écrit le principe fondamental de la dynamique sur l'arbre du moteur en tenant compte d'éléments de l'arbre de la charge « ramenés » par le réducteur : les couples sont divisés par r et les moments d'inertie par r^2 . Cela montre bien l'intérêt du réducteur : le couple de dimensionnement du moteur est diminué à la fois en régime permanent, mais aussi en régime transitoire grâce à la réduction des inerties.

9.1.3 Optimisation d'un réducteur

Quand le couple résistant et l'accélération maximale de la charge sont fixés, il existe une valeur du rapport de réduction qui minimise le couple du moteur. Pour la déterminer, il suffit d'annuler la dérivée de γ par rapport à r , ce qui conduit à :

$$J_m \frac{d\omega_c}{dt} - \frac{1}{\eta r^2} \left(J_c \frac{d\omega_c}{dt} + \gamma_c \right) = 0$$

On obtient alors la valeur optimale du rapport de réduction :

$$r_0 = \sqrt{\frac{J_c \frac{d\omega_c}{dt} + \gamma_c}{\eta J_m \frac{d\omega_c}{dt}}}$$

On constate que dans ce cas, les deux termes de la somme formant l'expression de γ_c sont égaux. On a ainsi :

$$\gamma = 2J_m r_0 \frac{d\omega_c}{dt}$$

L'expression du rapport optimal se simplifie lorsque la charge ne présente pas de couple résistant et que l'on considère le réducteur comme idéal :

$$r_0 = \sqrt{\frac{J_c}{J_m}}$$

ce qu'on peut écrire sous la forme :

$$J_m = \frac{J_c}{r_0^2}$$

Ainsi, le couple de dimensionnement de la machine est minimal lorsque le moment d'inertie de la charge ramené à l'axe du moteur est égal au moment d'inertie du rotor. Toutefois, la condition imposée ici n'est pas toujours réalisable à cause d'autres contraintes.

9.1.4 Réalisations industrielles

De nombreux types de réducteurs sont proposés par les constructeurs de moteurs ou les fabricants spécialisés. Les réducteurs à denture droite sont les dispositifs les plus simples et ont un bon rendement (60 à 90 %). Les réducteurs planétaires peuvent fournir des couples élevés et atteindre un rapport de réduction important. Leur prix est supérieur. Les motoréducteurs associent sous une forme compacte moteur et réducteur, ce qui permet d'obtenir de bonnes performances avec un encombrement limité et une réduction du coût.

9.1.5 Autre système de conversion entre mouvements de rotation

La transmission entre deux mouvements de rotation peut également être assurée par un système poulies et courroies crantées (*figure 9.3*). On peut ainsi éloigner

le moteur de l'axe de la charge, ce qui est parfois intéressant. Les formules applicables à ce dispositif sont les mêmes que celles que nous avons établies pour le réducteur. Le rapport de réduction est égal au rapport des rayons des deux poulies :

$$r = \frac{R_2}{R_1}$$

Pour des questions d'encombrement, la valeur que l'on peut donner à r est limitée à quelques unités.

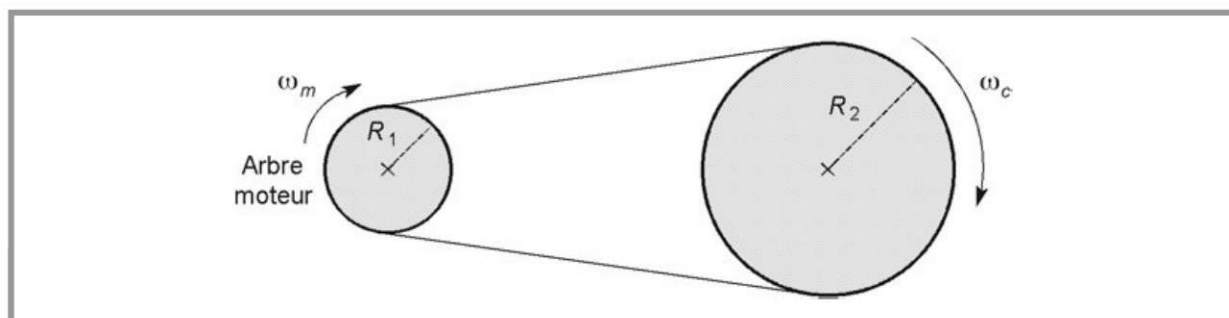


Figure 9.3 – Transmission entre deux mouvements de rotation par poulies et courroie crantée.

9.2 Mécanismes assurant la conversion d'un mouvement d'une rotation en translation

9.2.1 Système poulies et courroies crantées

On retrouve les mêmes éléments que pour la conversion entre deux mouvements circulaires, mais dans une configuration différente (figure 9.4).

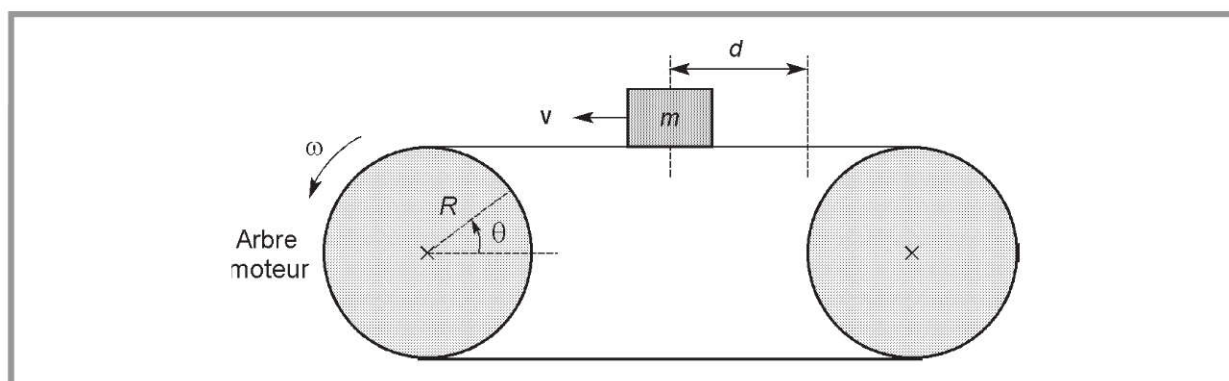


Figure 9.4 – Transformation d'un mouvement de rotation en mouvement de translation par un système poulies et courroies crantées.

On souhaite déplacer linéairement une charge de masse m , éventuellement soumise à une force résistante f_r . Une poulie de rayon R placée sur l'arbre du moteur entraîne une courroie crantée solidaire de la charge. Lorsque le moteur tourne d'un angle θ , la masse se déplace de :

$$d = R \theta$$

En dérivant, on obtient une relation entre la vitesse de translation v de la charge et la vitesse de rotation ω de l'arbre :

$$(5) \quad v = R \omega$$

f étant la force exercée par la courroie sur la poulie et γ_{rp} le couple résistant exercé par la poulie sur l'arbre moteur, le rendement du mécanisme est défini par :

$$\eta = \frac{f v}{\gamma_{rp} \omega}$$

ce qui donne :

$$(6) \quad \gamma_{rp} = \frac{f R}{\eta}$$

Le principe fondamental de la dynamique pour l'arbre du moteur conduit, en incluant toutes les inerties dans J_m , à :

$$(7) \quad J_m \frac{d\omega}{dt} = \gamma - \gamma_{rp}$$

Enfin, le principe fondamental de la dynamique appliqué à la charge en translation s'écrit :

$$(8) \quad m \frac{dv}{dt} = f - f_r$$

On détermine le couple nécessaire pour le moteur en éliminant les inconnues superflues entre les équations (5), (6), (7) et (8) :

$$\begin{aligned} \gamma &= J_m \frac{d\omega}{dt} + \gamma_{rp} \\ \gamma &= J_m \frac{d\omega}{dt} + \frac{f R}{\eta} \\ \gamma &= J_m \frac{d\omega}{dt} + \frac{m R}{\eta} \frac{dv}{dt} + \frac{f_r R}{\eta} \\ \gamma &= \left(\frac{J_m}{R} + \frac{m}{\eta} \right) \frac{dv}{dt} + \frac{f_r R}{\eta} \end{aligned}$$

On peut optimiser le mécanisme en minimisant le couple d'accélération du moteur (c'est-à-dire le couple en l'absence de force résistante). Pour cela, on dérive le premier terme de γ par rapport à R :

$$\left(-\frac{J_m}{R^2} + \frac{m}{\eta} \right) \frac{dv}{dt} = 0$$

ce qui donne le rayon optimal de la poulie :

$$R_0 = \sqrt{\frac{J_m \eta}{m}}$$

9.2.2 Système vis et écrou

Le système vis écrou est une autre possibilité pour convertir un mouvement de rotation en mouvement de translation (*figure 9.5*).

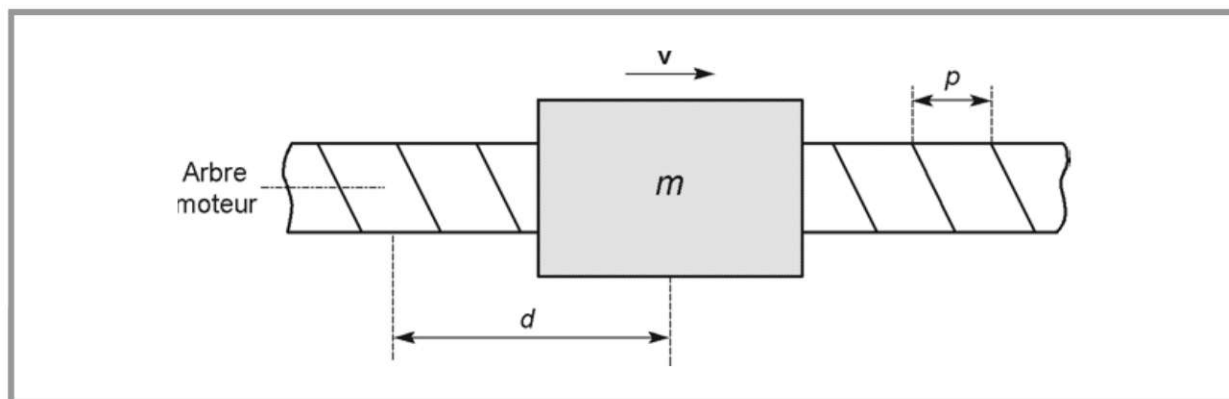


Figure 9.5 – Système vis et écrou.

Une charge de masse m soumise à une force résistante f_r parallèle à son déplacement est solidaire d'un écrou mobile sur une vis de pas p fixée sur l'arbre moteur. Des glissières, non représentées sur la figure, guident la charge pour imposer le mouvement de translation. L'écrou se déplace d'un pas à chaque tour de la vis. Si l'arbre moteur tourne d'un angle θ , la charge parcourt la distance :

$$d = p \frac{\theta}{2\pi}$$

En dérivant, on obtient une relation entre la vitesse linéaire v de la charge et la vitesse angulaire ω du moteur :

$$(9) \quad v = \frac{p}{2\pi} \omega$$

f étant la force exercée par la vis sur l'écrou et γ_v le couple résistant exercé par la vis sur le moteur, le rendement du mécanisme est défini par :

$$\eta = \frac{f v}{\gamma_v \omega}$$

ce qui donne :

$$(10) \quad \gamma_v = \frac{f p}{2\pi \eta}$$

Le moment d'inertie total est $J = J_m + J_v$, si J_v est le moment d'inertie de la vis. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'arbre moteur donne :

$$(11) \quad J \frac{d\omega}{dt} = \gamma - \gamma_v$$

La force résistante peut s'écrire $f_r = f_c + f_f$ avec f_c une éventuelle force de travail et f_f une inévitable force de frottement dans les glissières. Le principe fondamental appliqué à la charge conduit à :

$$(12) \quad m \frac{dv}{dt} = f - f_r$$

À partir des relations (9) à (12), on exprime le couple moteur nécessaire :

$$\gamma = J \frac{d\omega}{dt} + \gamma_v$$

$$\gamma = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{fp}{2\pi\eta}$$

$$\gamma = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{p}{2\pi\eta} m \frac{dv}{dt} + \frac{p}{2\pi\eta} f_r$$

$$\gamma = \left(\frac{2\pi}{p} J + \frac{p}{2\pi\eta} m \right) \frac{dv}{dt} + \frac{p}{2\pi\eta} f_r$$

Il existe une valeur optimale du pas qui permet de minimiser le couple d'accélération. On l'obtient en dérivant le premier terme de l'expression précédente par rapport à p :

$$\left(-\frac{2\pi}{p^2} J + \frac{m}{2\pi\eta} \right) \frac{dv}{dt} = 0$$

ce qui conduit à :

$$p_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J\eta}{m}}$$



CHAUFFEMENT DES MOTEURS

Les pertes dans une machine électrique entraînent une élévation de la température de ses différentes parties. Ce phénomène dépend directement du régime de fonctionnement imposé.

10.1 Généralités

10.1.1 Causes

Le fonctionnement d'un moteur s'accompagne d'un certain nombre de phénomènes qui conduisent à une transformation d'une partie de l'énergie électrique fournie par son alimentation en chaleur. En premier lieu, les frottements entraînent un échauffement des parties en contact. Par ailleurs, les matériaux ferromagnétiques soumis à des flux variables s'échauffent à cause des courants de Foucault et de l'hystérésis.

L'ensemble de ces pertes peut en général être considéré comme la somme d'un terme proportionnel à la vitesse de rotation et d'un terme proportionnel au carré de cette vitesse. Enfin, et c'est la cause majeure d'échauffement, les courants dans les enroulements provoquent une transformation d'énergie électrique en chaleur par effet Joule. La puissance qui correspond à tous ces phénomènes s'écrit :

$$P = \gamma_f \omega + k \omega^2 + RI^2$$

γ_f est le couple de frottements secs, k est le coefficient de frottements visqueux (ces deux paramètres englobant les pertes ferromagnétiques), ω est la vitesse de rotation, R la résistance de l'enroulement et I la valeur efficace du courant. Si plusieurs bobines sont alimentées, il faut faire la somme des puissances correspondantes.

Il faut noter que dans de nombreux cas (induit d'un moteur à courant continu alimenté par un hacheur, phase d'un moteur pas-à-pas avec régulation du courant par découpage...), le courant est ondulé autour d'une composante continue (*figure 10.1*). La valeur efficace I d'un tel courant est toujours supérieure à sa valeur moyenne I_0 . En effet, si I_a est l'intensité efficace de l'ondulation, on a :

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_a^2}$$

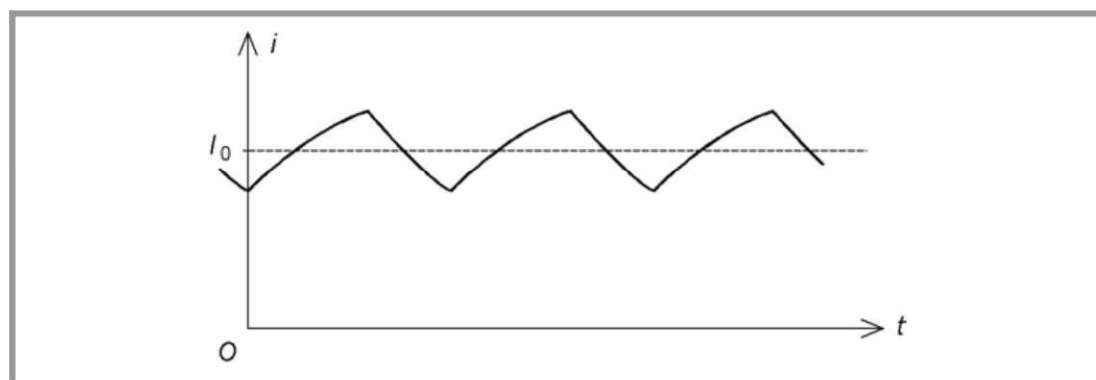


Figure 10.1 – Courant ondulé.

10.1.2 Conséquences

Un échauffement excessif peut amener la détérioration des matériaux isolants utilisés dans le moteur. La limite dépend à la fois de la température et de la durée pendant laquelle elle est atteinte. Dans un actionneur électrique, le régime de fonctionnement est très variable. Un courant important parcourt les bobinages pendant des durées réduites (phases d'accélération) alors que le courant est faible à d'autres moments (phases à vitesse constante). Il est donc nécessaire d'étudier précisément les échauffements variables qui en résultent.

10.2 Étude générale des échanges thermiques

10.2.1 Lois de base

Pour introduire les modèles thermiques, procédons au bilan énergétique d'un conducteur ohmique de résistance R parcouru par un courant d'intensité efficace I . Le conducteur est un corps homogène de masse m et de capacité calorifique massique c dont la température θ peut être considérée comme uniforme. Il est placé dans un milieu ambiant de température θ_a .

Le système considéré est le conducteur ohmique. Pendant la durée élémentaire dt , la variation élémentaire dU de l'énergie interne du conducteur est :

$$dU = m c d\theta$$

Le conducteur ohmique reçoit une puissance $P = RI^2$ de la part du reste du circuit. Le travail électrique élémentaire δW_e correspondant est :

$$\delta W_e = P dt = RI^2 dt$$

Les transferts thermiques peuvent s'effectuer selon trois processus distincts :

- la conduction (transmission sans mouvement de matière),
- la convection (déplacement d'un fluide),
- le rayonnement (émission d'énergie électromagnétique).

L'un ou l'autre de ces trois phénomènes peut être prépondérant suivant les conditions du transfert thermique. Les lois qui régissent les transferts thermiques sont différentes pour les trois processus. De façon générale, la caractéristique thermique (puissance P_e cédée par le corps au milieu extérieur en fonction de sa température θ) est une courbe (figure 10.2). Toutefois, lorsque l'écart de température n'est pas trop important (quelques dizaines de degrés Celsius), il est possible de procéder à une linéarisation qui conduit à écrire que la puissance P_e cédée est proportionnelle à l'écart de température entre le corps (θ) et le milieu ambiant (θ_a) :

$$P_e = hS(\theta - \theta_a)$$

Le coefficient de proportionnalité est égal au produit de la surface d'échange S et d'un paramètre h appelé coefficient de transfert thermique. Ce dernier ne peut être considéré comme constant que dans des conditions données.

Le conducteur est en contact thermique avec le milieu ambiant de température θ_a par sa surface extérieure S . Si les hypothèses de linéarisation sont satisfaites, le transfert thermique élémentaire δQ s'exprime par :

$$\delta Q = -hS(\theta - \theta_a) dt$$

Le signe $-$ provient du fait que l'on compte positivement les transferts thermiques reçus par le système.

Le travail des forces de pression peut être considéré comme nul si la dilatation du conducteur est négligeable. Le premier principe de la thermodynamique conduit donc à :

$$dU = \delta W_e + \delta Q$$

soit :

$$mc d\theta + hS(\theta - \theta_a) dt = P dt$$

ou encore :

$$mc \frac{d\theta}{dt} + hS(\theta - \theta_a) = P$$

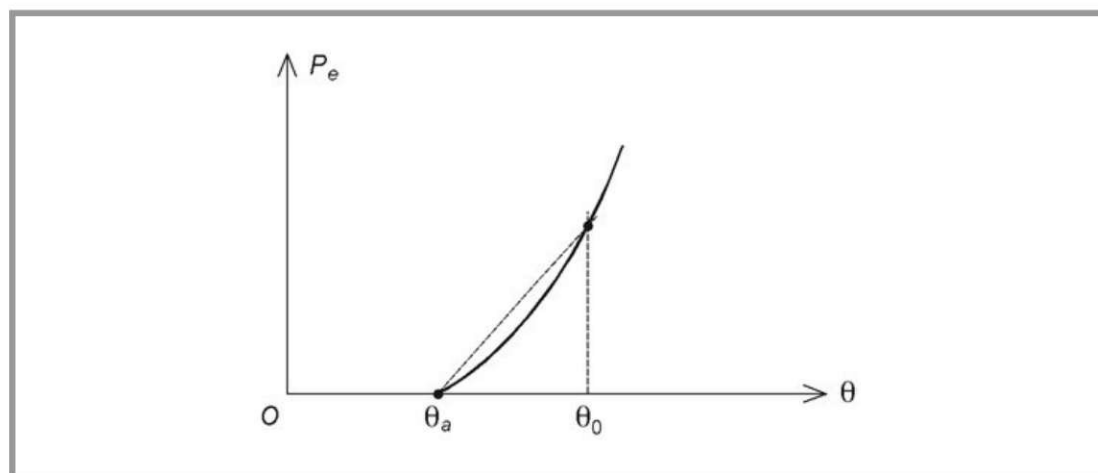


Figure 10.2 – Caractéristique thermique avec sa linéarisation.

En considérant l'écart de température $x = \theta - \theta_a$, l'équation devient :

$$m c \frac{dx}{dt} + h S x = P$$

10.2.2 Analogie électrique

Dans la relation précédente, on pose :

$$\mathcal{C} = m c$$

$$\mathcal{G} = h S$$

$\mathcal{C}$ est la capacité calorifique du corps (en joules par kelvin) et $\mathcal{G}$ est la conductance thermique entre le corps et le milieu ambiant (en watts par kelvin). On utilise souvent son inverse, la résistance thermique (en kelvins par watt) :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\mathcal{G}}$$

L'équation différentielle s'écrit alors :

$$\mathcal{C} \frac{d\theta}{dt} + \mathcal{G} (\theta - \theta_a) = P$$

On constate une analogie formelle entre les phénomènes thermiques et l'électrocinétique. Il suffit en effet de faire les correspondances du *tableau 10.1*.

Tableau 10.1 – Analogie électrique.

Échanges thermiques	Électrocinétique
Puissance thermique P	Intensité i
Température θ	Potentiel v
Différence de température $x = \theta - \theta_a$	Différence de potentiel (tension) $u = v_A - v_B$
Résistance thermique $\mathcal{R}$	Résistance R
Conductance thermique $\mathcal{G}$	Conductance G
Capacité thermique $\mathcal{C}$	Capacité C

Dans ces conditions, l'équation différentielle précédente est celle d'un circuit électrique analogue (*figure 10.3*). L'intérêt de cette représentation apparaît surtout lorsque les échanges thermiques se produisent entre plusieurs corps. On peut alors tracer des schémas électriques qui traduisent les différentes équations puis raisonner comme en électrocinétique. On utilise la loi des nœuds, la loi des mailles, mais aussi les formules d'association d'éléments en série ou en parallèle, le théorème de Thévenin, etc. Cela facilite beaucoup l'étude et permet à l'électronicien ou à l'électrotechnicien de retrouver des méthodes familières. Il ne faut cependant pas oublier que la réalité physique est un peu plus complexe à cause de la non-linéarité de la caractéristique thermique lorsque les phénomènes de convection et de rayonnement sont en jeu. Les résultats obtenus par l'application sans discernement de l'analogie électrique peuvent alors être erronés.

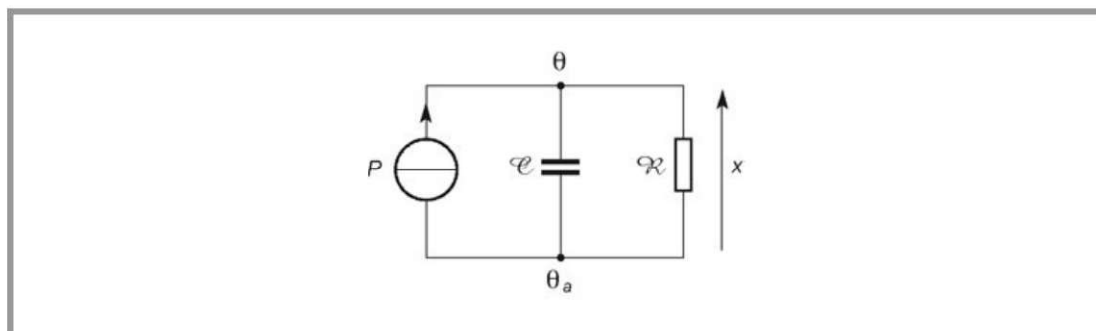


Figure 10.3 – Circuit électrique analogue.

10.3 Modélisation thermique des moteurs

10.3.1 Machine pouvant être considérée comme un système à un corps

Les moteurs portant des bobinages uniquement sur leur stator (machines à courant continu sans balais, moteurs pas-à-pas) sont pratiquement des systèmes à un corps, la chaleur étant évacuée directement vers le milieu ambiant. De manière approchée, les moteurs à courant continu de construction classique (enroulement placé sur un rotor ferromagnétique) peuvent également entrer dans ce cadre. Le schéma électrique analogue est alors du premier ordre (*figure 10.3*). On appelle constante de temps thermique du moteur la grandeur :

$$\tau_t = \mathcal{R}\mathcal{C}$$

$\mathcal{R}$ et τ_t sont donnés dans la fiche technique de la machine.

10.3.2 Machine pouvant être considérée comme un système à deux corps

Dans un moteur à courant continu, la chaleur créée par les bobinages placés sur le rotor est d'abord transmise au stator avant d'atteindre le milieu ambiant. Il faut donc représenter le comportement thermique de la machine par un schéma électrique analogue du deuxième ordre (*figure 10.4*). Les résistances thermiques sont $\mathcal{R}_{rs}$ pour l'échange rotor-stator et $\mathcal{R}_{sa}$ pour l'échange stator-milieu ambiant. Les capacités thermiques sont $\mathcal{C}_r$ pour le rotor et $\mathcal{C}_s$ pour le stator. On peut définir deux constantes de temps :

$$\tau_{tr} = \mathcal{R}_{rs} \mathcal{C}_r$$

$$\tau_{ts} = \mathcal{R}_{sa} \mathcal{C}_s$$

$\mathcal{R}_{rs}$, $\mathcal{R}_{sa}$, τ_{tr} et τ_{ts} sont précisés dans la notice du moteur. L'approximation du paragraphe précédent (assimilation à un système à un corps) est valable lorsque τ_{ts} est nettement plus faible que τ_{tr} . C'est le cas des moteurs de construction classique car le rotor ferromagnétique porteur du bobinage a une masse importante. Par contre, dans de nombreux actionneurs, on cherche à minimiser le moment d'inertie du rotor et donc sa masse. En particulier, avec un rotor sans fer, c'est τ_{tr} qui est très inférieure à τ_{ts} . Dans ce cas, il faut obligatoirement considérer que le

système est formé de deux corps. On peut écrire les équations qui correspondent à deux lois des nœuds sur le schéma analogue. Par commodité, on emploie les conductances thermiques plutôt que les résistances :

$$P = \mathcal{C}_r \frac{d\theta_r}{dt} + \mathcal{C}_{rs} (\theta_r - \theta_s)$$

$$0 = \mathcal{C}_s \frac{d\theta_s}{dt} + \mathcal{C}_{sa} (\theta_s - \theta_a) + \mathcal{C}_{rs} (\theta_s - \theta_r)$$

θ_r et θ_s sont les températures du rotor et du stator. On s'intéresse en priorité à l'échauffement du bobinage, c'est-à-dire du rotor. En posant $x = \theta_r - \theta_a$ et en éliminant θ_s entre les deux équations, on arrive à :

$$\mathcal{C}_r \mathcal{C}_s \frac{d^2 x}{dt^2} + (\mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_r + \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_s + \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r) \frac{dx}{dt} + \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_{sa} x = (\mathcal{C}_{rs} + \mathcal{C}_{sa}) P$$

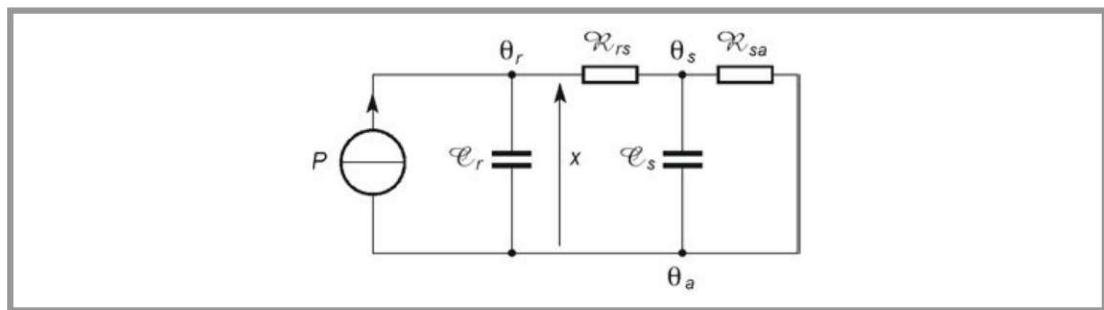


Figure 10.4 – Circuit électrique analogue.

10.4 Régimes de fonctionnement thermique

10.4.1 Régime continu

On considère que le moteur est utilisé en permanence avec les mêmes conditions de fonctionnement. La puissance P est donc une constante P_0 . En régime permanent, la température se stabilise à une valeur qui correspond à un échauffement x_M . Pour un moteur pouvant être assimilé à un système à un corps, on a :

$$x_M = \mathcal{R} P_0$$

Si le moteur doit être considéré comme un système à deux corps, on a une formule du même type, mais avec :

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_{rs} + \mathcal{R}_{sa}$$

Au départ, quand on applique la puissance P_0 au système en équilibre thermique avec le milieu ambiant, on a un régime transitoire d'échauffement. Avec un système du premier ordre, on doit résoudre l'équation différentielle avec second membre constant :

$$\tau_t \frac{dx}{dt} + x = x_M$$

La solution est exponentielle (figure 10.5). La valeur initiale de x est nulle car l'échauffement ne peut pas présenter de discontinuité du fait de la capacité thermique du moteur :

$$x = x_M \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_t}} \right)$$

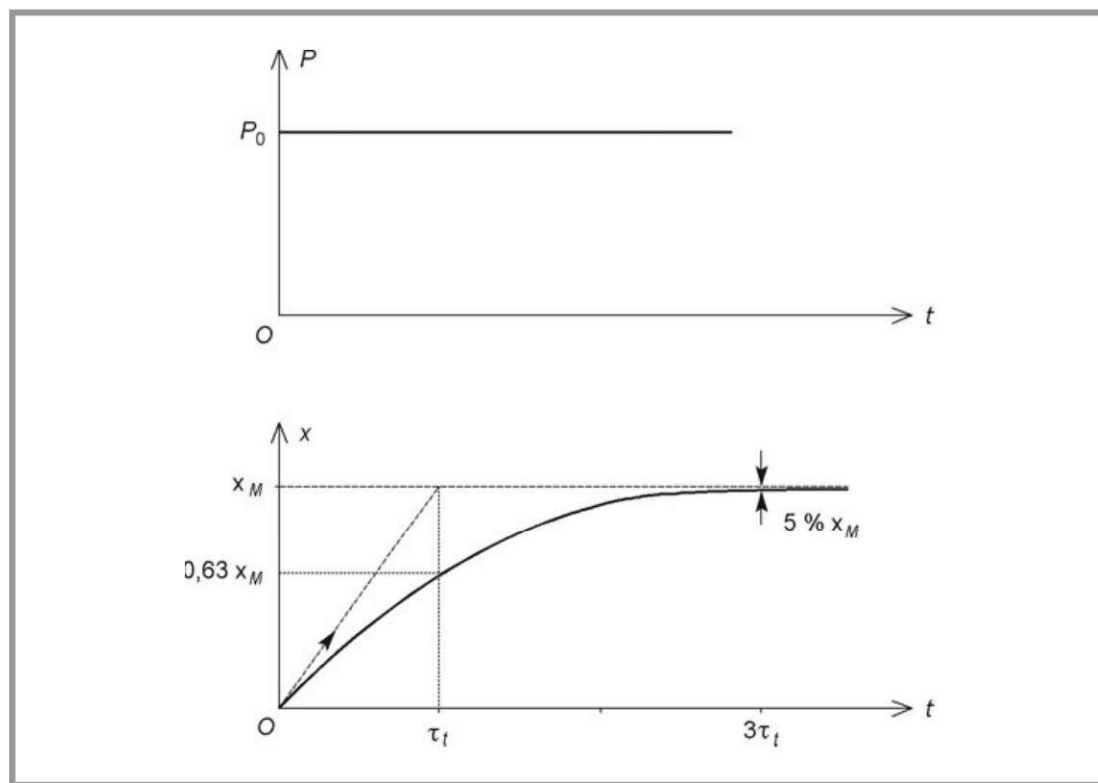


Figure 10.5 – Montée en température d'un système à un corps.

Quand on cesse d'appliquer la puissance P_0 au système, il se produit un régime transitoire de refroidissement. L'équation différentielle est alors :

$$\tau_t \frac{dx}{dt} + x = 0$$

La solution est également exponentielle (figure 10.6) :

$$x = x_M e^{-\frac{t}{\tau_t}}$$

Si le système doit être considéré comme formé de deux corps, l'équation différentielle est du deuxième ordre. Pour la montée en température, on a :

$$\mathcal{C}_r \mathcal{C}_s \frac{d^2 x}{dt^2} + (\mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_r + \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_s + \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r) \frac{dx}{dt} + \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_{sa} x = (\mathcal{C}_{rs} + \mathcal{C}_{sa}) P_0$$

L'équation caractéristique est :

$$\mathcal{C}_r \mathcal{C}_s r^2 + (\mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_r + \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_s + \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r) r + \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_{sa} = 0$$

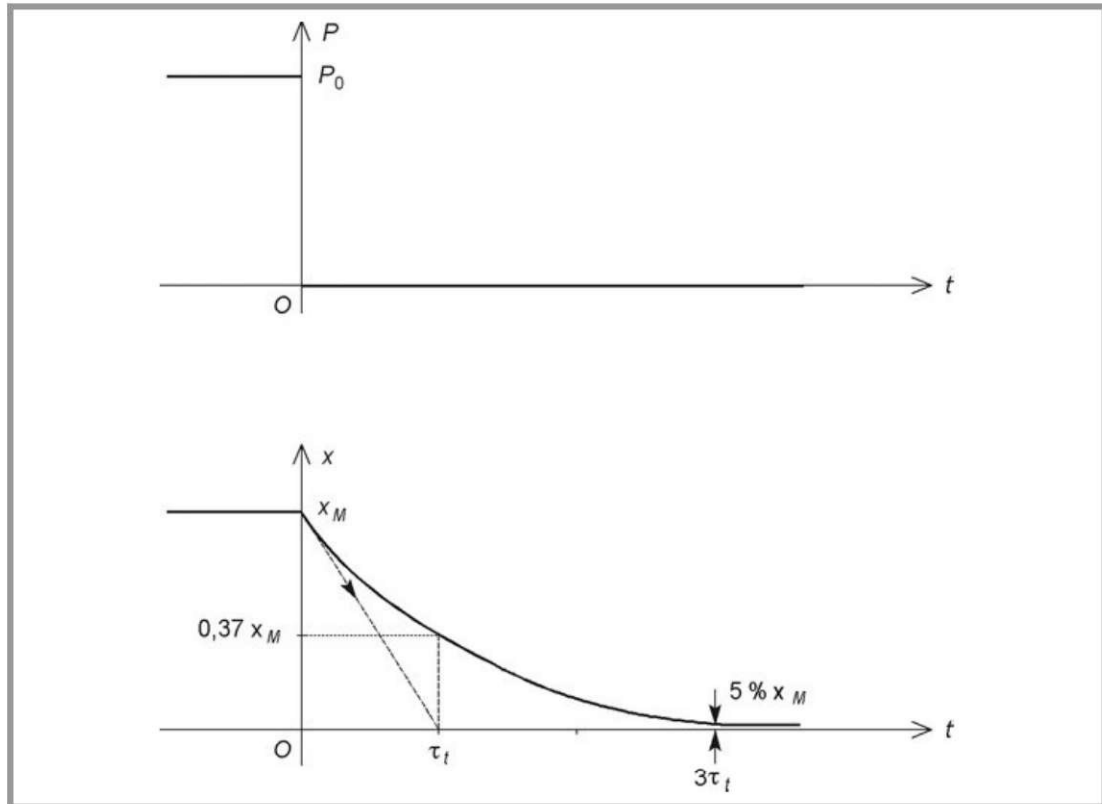


Figure 10.6 – Refroidissement d'un système à un corps.

Son discriminant s'écrit :

$$\Delta = \mathcal{C}_{rs}^2 \mathcal{C}_r^2 + \mathcal{C}_{rs}^2 \mathcal{C}_s^2 + \mathcal{C}_{sa}^2 \mathcal{C}_r^2 + 2 \mathcal{C}_{rs}^2 \mathcal{C}_r \mathcal{C}_s + 2 \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r^2 + 2 \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_s \mathcal{C}_r - 4 \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r \mathcal{C}_s$$

soit :

$$\Delta = \mathcal{C}_{rs}^2 \mathcal{C}_r^2 + (\mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_s - \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r)^2 + 2 \mathcal{C}_{rs}^2 \mathcal{C}_r \mathcal{C}_s + 2 \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r^2$$

On constate que Δ est toujours positif. L'équation caractéristique a donc deux solutions réelles :

$$r_1 = \frac{-(\mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_r + \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_s + \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r) - \sqrt{\Delta}}{2 \mathcal{C}_r \mathcal{C}_s}$$

$$r_2 = \frac{-(\mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_r + \mathcal{C}_{rs} \mathcal{C}_s + \mathcal{C}_{sa} \mathcal{C}_r) + \sqrt{\Delta}}{2 \mathcal{C}_r \mathcal{C}_s}$$

Ces deux racines étant négatives, on peut poser :

$$r_1 = -\frac{1}{\tau_1}$$

$$r_2 = -\frac{1}{\tau_2}$$

La solution générale de l'équation sans second membre est alors :

$$x_1 = A e^{-\frac{t}{\tau_1}} + B e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

On obtient la solution de l'équation complète en ajoutant une solution particulière :

$$x_2 = x_M = \mathcal{R}P_0$$

Cela donne :

$$x = A e^{-\frac{t}{\tau_1}} + B e^{-\frac{t}{\tau_2}} + x_M$$

Les deux constantes A et B sont imposées par les conditions initiales. D'une part, la valeur de x à $t = 0$ est nulle du fait de la capacité thermique du rotor. D'autre part, l'échauffement initial du stator est également nul à cause de la capacité thermique de cette armature. On en déduit la valeur de la dérivée de x à partir de la première loi des nœuds écrite plus haut pour le schéma analogue :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{P_0}{\mathcal{C}_r}$$

On obtient donc deux équations pour A et B :

$$\begin{aligned} A + B + x_M &= 0 \\ -\frac{A}{\tau_1} - \frac{B}{\tau_2} &= \frac{P_0}{\mathcal{C}_r} \end{aligned}$$

La résolution de ce système d'équations donne les valeurs de A et B . On peut alors tracer la courbe de x en fonction de t (figure 10.7).

Dans tous les cas, on constate que les conditions les plus défavorables pour l'échauffement sont obtenues en régime permanent. Il suffit donc de considérer ce dernier lors de la conception du dispositif.

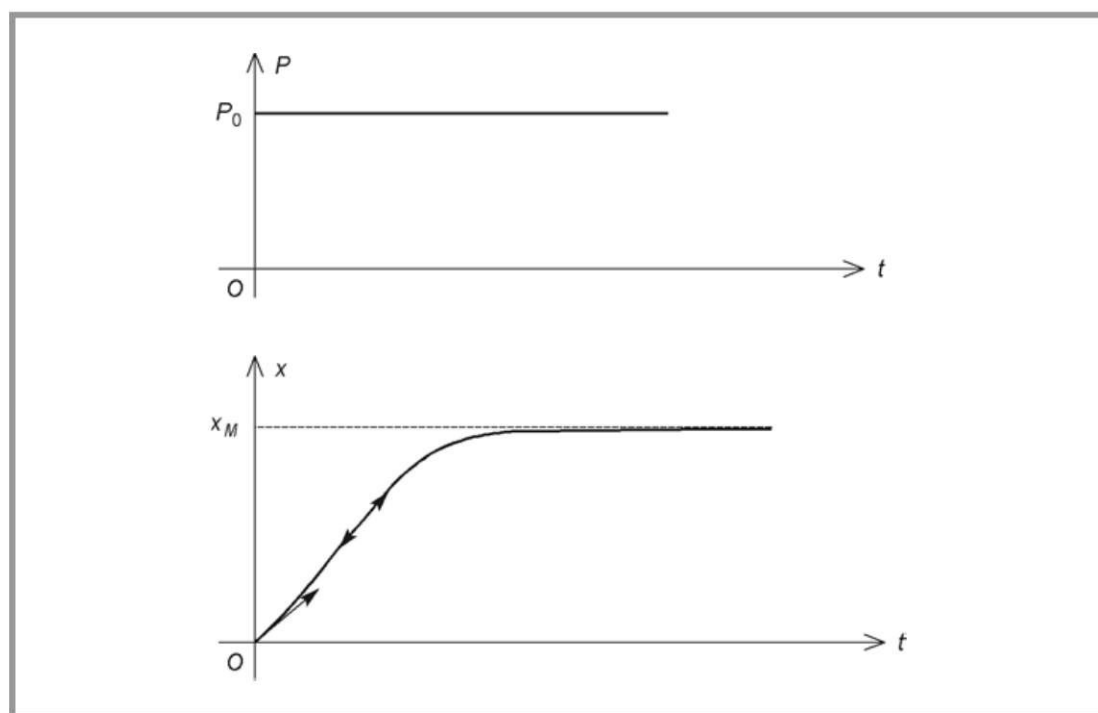


Figure 10.7 – Montée en température d'un système à deux corps.

10.4.2 Régime temporaire

Beaucoup d'actionneurs électriques ne fonctionnent pas en continu. L'échauffement se produit pendant des durées limitées suivies de phases de refroidissement. Lorsque la température du moteur revient pratiquement à la température du milieu, on qualifie le régime de fonctionnement de temporaire. La montée en température s'interrompt avant que l'asymptote ne soit atteinte (figure 10.8).

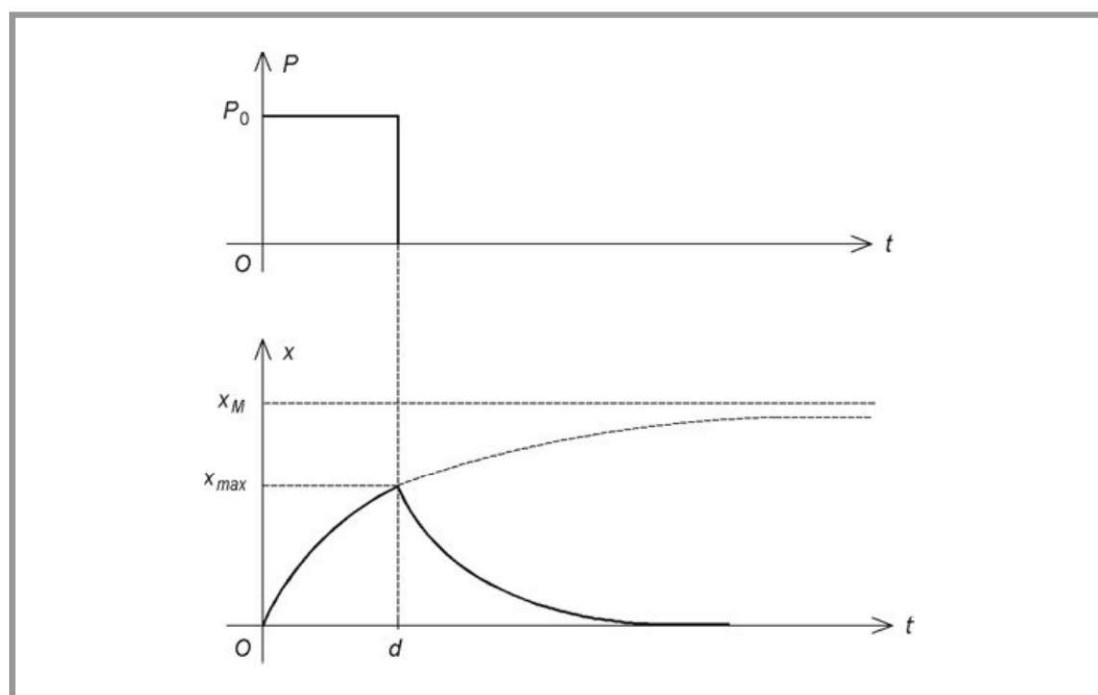


Figure 10.8 – Échauffement en régime temporaire.

La valeur maximale de x dépend de la durée d de la phase d'échauffement. En considérant un système à un corps, on a :

$$x_{\max} = x_M \left(1 - e^{-\frac{d}{\tau_c}} \right)$$

En régime temporaire, on peut utiliser une puissance plus grande qu'en régime permanent. Si P_0 est la puissance en régime continu qui permet d'atteindre l'échauffement maximal x_M , on peut déterminer la puissance P'_0 qui peut être utilisée pendant une durée d . L'ordonnée de l'asymptote visée est :

$$x'_M = x_M \frac{P'_0}{P_0}$$

En tolérant le même échauffement maximal x_M , on a :

$$x_M = x_M \frac{P'_0}{P_0} \left(1 - e^{-\frac{d}{\tau_c}} \right)$$

On en déduit :

$$P'_0 = \frac{P_0}{1 - e^{-\frac{d}{\tau_c}}}$$

Inversement, on peut calculer la durée d pendant laquelle on accepte une surcharge correspondant à la puissance P'_0 :

$$d = \tau_t \ln \frac{P'_0}{P'_0 - P_0}$$

10.4.3 Régime intermittent

Dans ce cas, le cycle de fonctionnement est périodique. Chaque période T comprend une phase de durée t_1 pendant laquelle la puissance est constante et une phase de repos de durée t_2 . On chiffre l'importance relative des phases de travail par le facteur de marche :

$$\alpha = \frac{t_1}{T}$$

Lorsque la puissance constante P_0 est appliquée, l'écart de température augmente exponentiellement vers l'asymptote d'ordonnée x_M . Pendant les phases de repos, l'écart de température diminue exponentiellement avec comme asymptote l'axe des temps. Lors du régime transitoire de montée en température, les points de départ des différentes phases sont tous différents (figure 10.9).

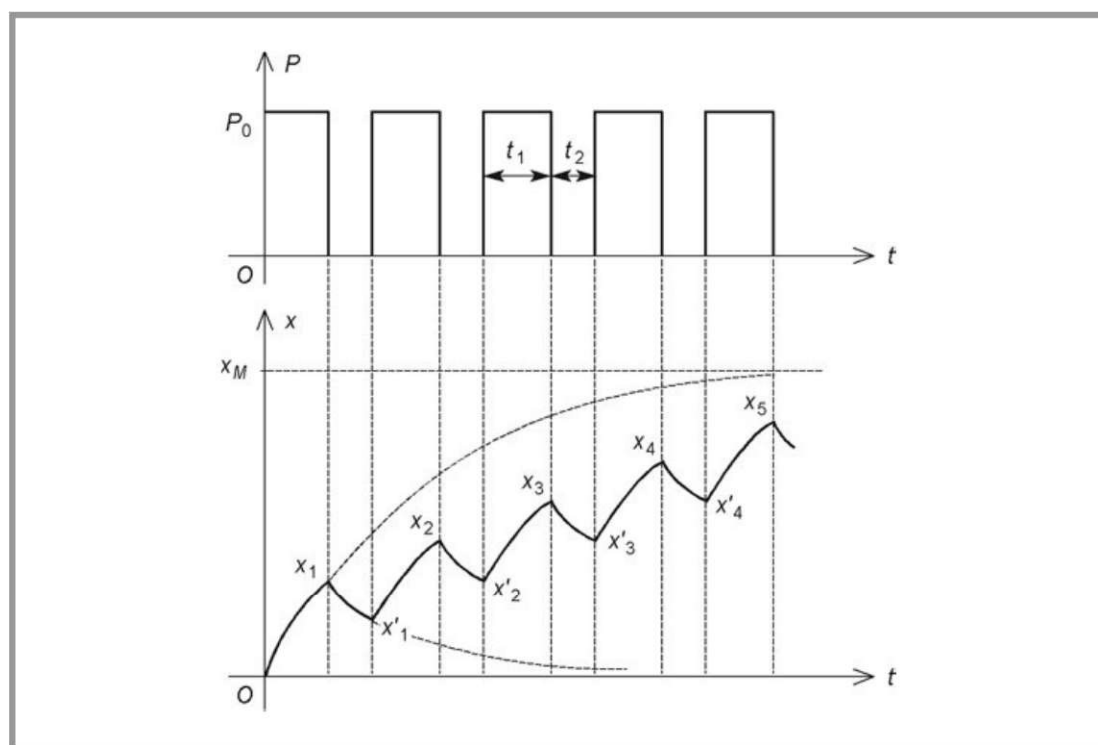


Figure 10.9 – Échauffement en régime intermittent (montée en température).

En considérant un système à un corps, la mise en équation des exponentielles permet d'écrire des relations concernant les minimums et les maximums relatifs de la fonction :

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_M \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right) \\
x'_1 &= x_1 e^{-\frac{t_2}{\tau}} \\
x_2 &= (x'_1 - x_M) e^{-\frac{t_1}{\tau}} + x_M \\
x'_2 &= x_2 e^{-\frac{t_2}{\tau}} \\
&\dots
\end{aligned}$$

De façon générale, on peut donner deux relations de récurrence liant les suites (x_n) et (x'_n) :

$$\begin{aligned}
x_n &= (x'_{n-1} - x_M) e^{-\frac{t_1}{\tau}} + x_M = x_1 + x'_{n-1} e^{-\frac{t_1}{\tau}} \\
x'_n &= x_n e^{-\frac{t_2}{\tau}}
\end{aligned}$$

En combinant ces deux formules, on obtient une relation de récurrence pour (x_n) :

$$x_n = x_1 + x_{n-1} e^{-\frac{T}{\tau}}$$

Si la suite converge vers une limite X , celle-ci doit vérifier la relation :

$$X = x_1 + X e^{-\frac{T}{\tau}}$$

On en déduit :

$$X = \frac{x_1}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} = x_M \frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}$$

Pour démontrer la convergence, il suffit d'écrire par différence des relations précédentes :

$$\begin{aligned}
x_n - X &= (x_{n-1} - X) e^{-\frac{T}{\tau}} \\
x_{n-1} - X &= (x_{n-2} - X) e^{-\frac{T}{\tau}} \\
&\dots \\
x_2 - X &= (x_1 - X) e^{-\frac{T}{\tau}}
\end{aligned}$$

On en déduit :

$$x_n - X = (x_1 - X) e^{-(n-1)\frac{T}{\tau}}$$

Lorsque n tend vers l'infini, l'exponentielle tend vers 0 : la suite (x_n) converge donc vers X . À partir des équations liant les deux suites, on montre que (x'_n) converge vers une limite X' qui s'exprime par :

$$X' = X e^{-\frac{t_2}{\tau}} = x_M \frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} e^{-\frac{t_2}{\tau}}$$

Il résulte de ce qui précède que l'échauffement en régime permanent évolue entre deux valeurs extrêmes X et X' (figure 10.10). En admettant dès le départ que l'échauffement en régime permanent est une fonction périodique, on peut trouver

plus simplement les expressions des deux limites. Il suffit d'écrire les équations des deux branches d'exponentielles de chaque période, ce qui donne :

$$X = (X' - x_M) e^{-\frac{t_1}{\tau_t}} + x_M$$

$$X' = X e^{-\frac{t_2}{\tau_t}}$$

Le cas le plus défavorable pour l'échauffement est le régime permanent : c'est donc la valeur maximale X qu'il faut considérer. Dans de nombreux cas, la période T du cycle est beaucoup plus faible que la constante de temps thermique τ_t . On peut alors approcher les exponentielles par leur développement limité au premier ordre :

$$X \approx x_M \frac{1 - \left(1 - \frac{t_1}{\tau_t}\right)}{1 - \left(1 - \frac{T}{\tau_t}\right)} = x_M \frac{t_1}{T}$$

soit :

$$X \approx \alpha x_M$$

On peut donc utiliser une puissance plus importante en régime intermittent qu'en régime continu. Pour un même échauffement maximal x_M , le moteur supporte une puissance P'_0 telle que :

$$x_M = \alpha x_M \frac{P'_0}{P_0}$$

soit :

$$P'_0 = \frac{P_0}{\alpha}$$

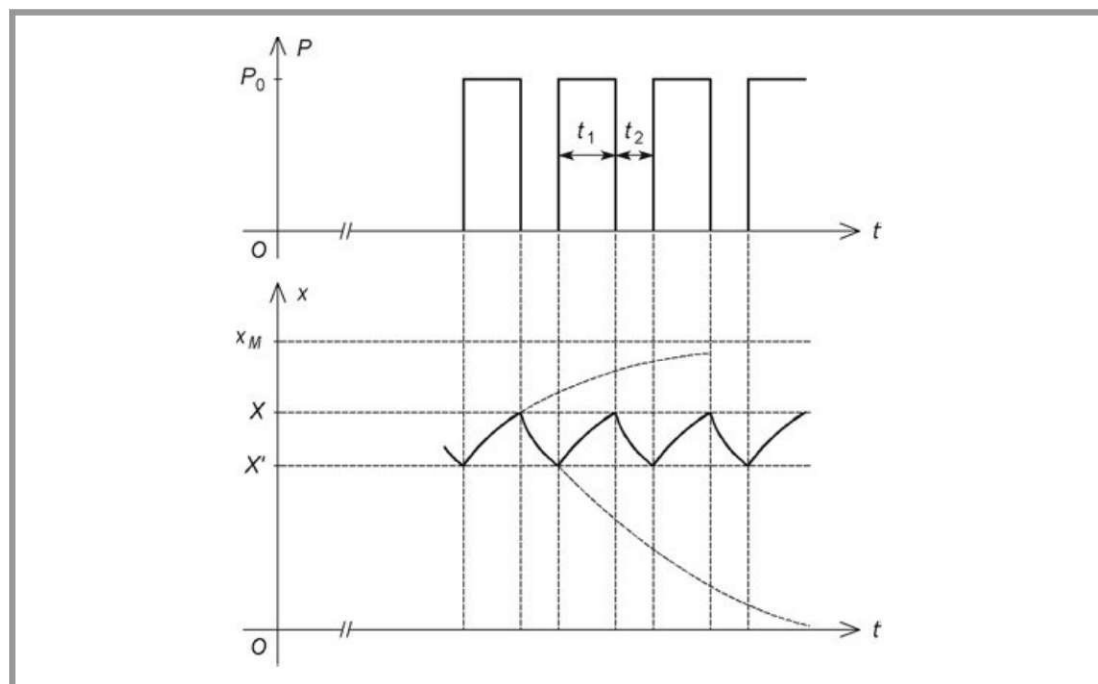


Figure 10.10 – Échauffement en régime intermittent (régime permanent).

10.5 Couple thermiquement équivalent

C'est essentiellement l'échauffement qui limite la capacité d'un moteur à délivrer un couple. Pour une machine en régime continu, le moment γ du couple doit être inférieur à sa valeur nominale Γ_n .

Lorsqu'un moteur développe un couple qui évolue dans le temps selon un cycle dont la durée est courte par rapport à la constante de temps thermique, on définit la notion de couple thermiquement équivalent. Il s'agit du couple constant fictif qui produirait le même échauffement que le couple variable considéré.

Pour un cycle de durée T , le moment Γ_t du couple thermiquement équivalent est défini par :

$$\Gamma_t = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \gamma^2 dt}$$

Si le cycle comporte n phases de durées respectives $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots$ pendant lesquelles le moment du couple moteur prend des valeurs constantes $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ (*figure 10.11*), l'expression du moment Γ_t du couple thermiquement équivalent se ramène à :

$$\Gamma_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \Gamma_i^2 \Delta t_i}$$

Dans ce cas, c'est le moment Γ_t du couple thermiquement équivalent qui doit être inférieur au couple nominal Γ_n .

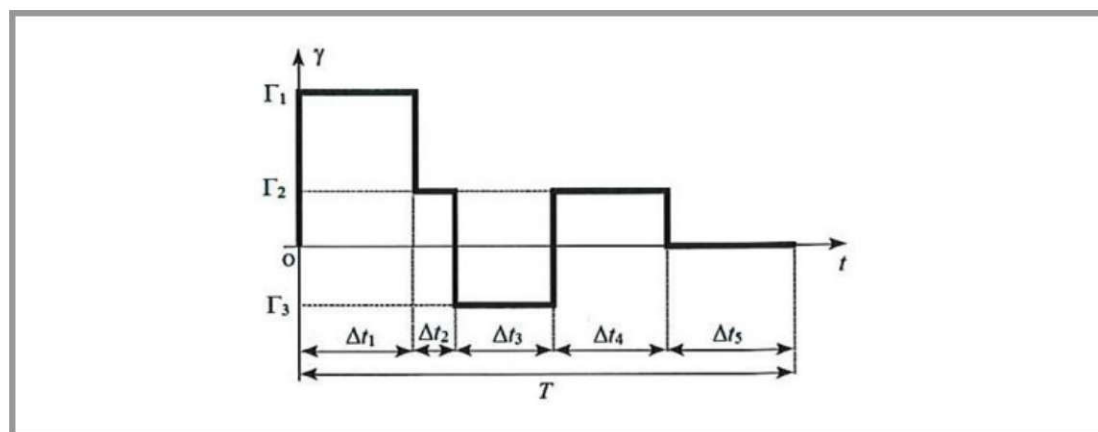


Figure 10.11 – Évolution du moment du couple.

MESURE DES PARAMÈTRES D'UN MOTEUR

On décrit dans ce chapitre quelques méthodes expérimentales simples qui permettent à l'utilisateur de déterminer les paramètres essentiels d'un moteur.

11.1 Matériel de mesure

11.1.1 Banc de test

Pour tester un moteur, il faut d'abord lui fournir l'énergie électrique nécessaire à son fonctionnement par une alimentation adaptée. Dans le cas d'un moteur à courant continu, l'induit est directement relié à une source de tension continue ou à une source de courant continu suivant les essais à effectuer. Il faut donc disposer d'un générateur muni à la fois d'une régulation de tension et d'une régulation de courant : c'est une alimentation à caractéristique rectangulaire (*figure 11.1*). On peut ainsi obtenir un fonctionnement à tension constante avec limitation de courant ou alors un fonctionnement à courant constant avec limitation de tension. De tels générateurs sont facilement disponibles pour des tensions maximales de quelques dizaines de volts et des courants maximaux de quelques ampères, ce qui suffit pour beaucoup de petites machines.

Pour des moteurs appelant un courant plus important, il peut être plus difficile de se procurer une alimentation régulée. On se contente alors d'une alimentation non régulée qui fait appel à un redressement et un filtrage d'une tension sinusoïdale issue du secteur. Deux inconvénients apparaissent alors. Tout d'abord, on n'obtient pas parfaitement du continu, ce qui modifie certaines caractéristiques. Ensuite, la valeur moyenne de la tension n'est pas indépendante du courant débité, ce qui entraîne la nécessité d'un contrôle et d'un réglage permanent de la tension appliquée à la machine.

Dans le cas des moteurs à courant continu sans balais et des moteurs pas-à-pas, on a également besoin d'une source de tension continue. Pour certaines mesures, ce générateur peut être utilisé pour l'alimentation d'un enroulement, mais pour obtenir une rotation normale de la machine, il faut l'associer à son électronique de commutation, elle-même alimentée par la source de tension continue.

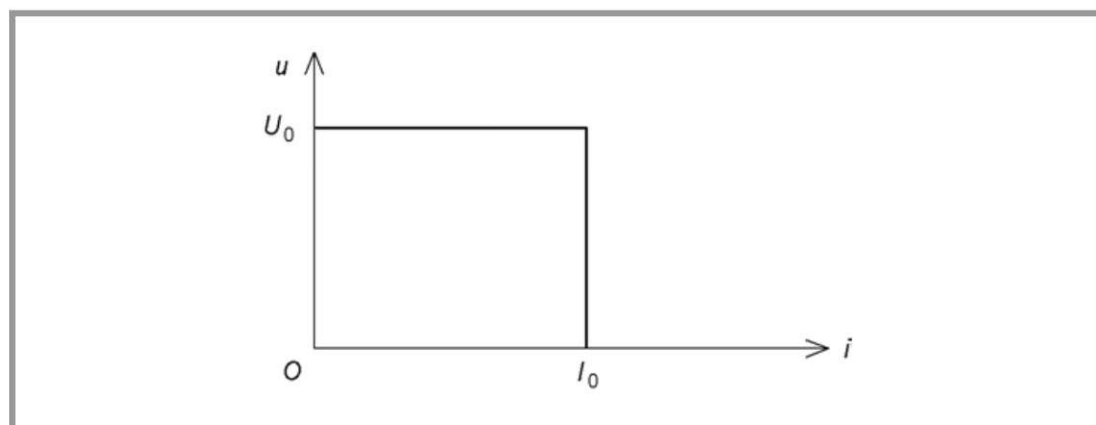


Figure 11.1 – Caractéristique rectangulaire d'une alimentation.

Le deuxième dispositif à associer au moteur est mécanique. Pour pouvoir opposer un couple résistant réglable à la machine, on la charge par une génératrice ou un frein. La difficulté est d'assurer un bon accouplement mécanique entre moteur et charge. Pour cela, il existe des bancs de mesure adaptés à un type de moteur donné. Un support permet de placer correctement le moteur et la charge prévue pour lui. Malheureusement, on doit souvent essayer un moteur sans disposer d'un banc adapté. Il faut alors se passer d'essais en charge.

Il est également parfois intéressant d'utiliser le moteur en génératrice. Il faut alors disposer d'un moteur auxiliaire permettant d'entraîner la machine à étudier. Cela ne pose pas de problème sur un banc de mesure muni d'une génératrice de charge, cette machine étant réversible et pouvant donc jouer le rôle de moteur d'entraînement. En l'absence d'un tel dispositif, on se contente d'essais en moteur.

11.1.2 Mesures électriques

Les tensions et les courants continus sont mesurés avec un voltmètre et un ampèremètre. Le choix de ces appareils ne pose aucun problème : tout multimètre utilisé en position continu donne un résultat correct. Par contre, il faut noter qu'un multimètre ordinaire en position alternatif est de peu d'utilité ici car il ne donne un résultat correct qu'en sinusoïdal et qu'il n'y a pas beaucoup de signaux de ce type dans notre domaine d'application.

Un multimètre appelé « valeur efficace vraie », c'est-à-dire mesurant une valeur efficace quelle que soit la forme du signal peut donner un résultat correct pour des tensions ou des courants non sinusoïdaux, mais il est peu employé dans les méthodes de mesure car on ne s'intéresse pas beaucoup aux valeurs efficaces. Ces dernières ne servent en fait qu'à chiffrer l'échauffement des enroulements lorsque les courants ne sont pas continus car les pertes par effet Joule sont proportionnelles au carré de l'intensité efficace du courant. Dans ce cas, il ne faut pas oublier de vérifier que le multimètre utilisé est à liaison continue car un appareil à liaison alternative ne donnerait que la valeur efficace de l'ondulation du courant.

En dehors de ce cas, on s'intéresse à la tension instantanée. Pour la relever, il faut utiliser un oscilloscope. Dans les essais en régime permanent, les tensions sont périodiques et un oscilloscope ordinaire convient. Par contre, dans les essais en régime transitoire, un appareil à mémoire est indispensable. On trouve aujourd'hui des oscilloscopes à mémoire numérique parfaitement adaptés à ce type d'applications. Une carte d'acquisition associée à un ordinateur convient aussi. Pour des signaux à variation lente, on peut également employer une table traçante analogique. Lorsqu'on s'intéresse à un courant, il faut d'abord le convertir en tension en plaçant une résistance dans la connexion concernée. Cette résistance doit avoir une valeur assez faible pour ne pas modifier le fonctionnement de manière notable. Il faut évidemment prendre en compte la puissance maximale dissipée dans cet élément, mais on doit éviter les résistances bobinées dont l'inductance risque de fausser certaines mesures.

11.1.3 Mesures mécaniques

Les moteurs sont souvent déjà équipés d'un capteur de vitesse (génératrice tachymétrique, codeur optique...). Ce dispositif peut être utilisé pour la mesure des vitesses de rotation. L'intérêt de la génératrice tachymétrique est de délivrer une tension image de la vitesse qui peut être appliquée à un oscilloscope ou à une table traçante. En l'absence de capteur, on peut procéder à une mesure manuelle de la vitesse avec un tachymètre optique ou un stroboscope. Il faut éviter d'ajouter un capteur sur l'arbre d'un petit moteur car il en résulterait une modification non négligeable de ses caractéristiques. Pour la mesure des couples, on ne dispose pas en général de capteur fourni avec le moteur. Quand on utilise un banc de mesure, la détermination du couple est prévue (dynamomètre, capteur à jauges extensométriques...). Quand on ne dispose pas de banc adapté, on devra se passer de mesures de couple.

11.2 Mesure de la constante du moteur

11.2.1 Cas du moteur à courant continu

Le paramètre essentiel d'un moteur à courant continu est la constante de proportionnalité λ qui apparaît dans la formule liant la force contre-électromotrice à la vitesse et dans celle qui relie le couple électromagnétique et le courant. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour sa détermination. Quand on peut le faire, l'idéal est un essai en génératrice (*figure 11.2*). Le moteur auxiliaire entraîne la machine étudiée qui fonctionne en génératrice. L'induit est refermé sur un voltmètre de grande résistance interne (10 M Ω pour la plupart des appareils électroniques), ce qui fait que le courant est pratiquement nul.

Un capteur de vitesse permet la lecture de la vitesse de rotation ω_v de la génératrice à vide. On calcule alors :

$$\lambda = \frac{e_v}{\omega_v}$$

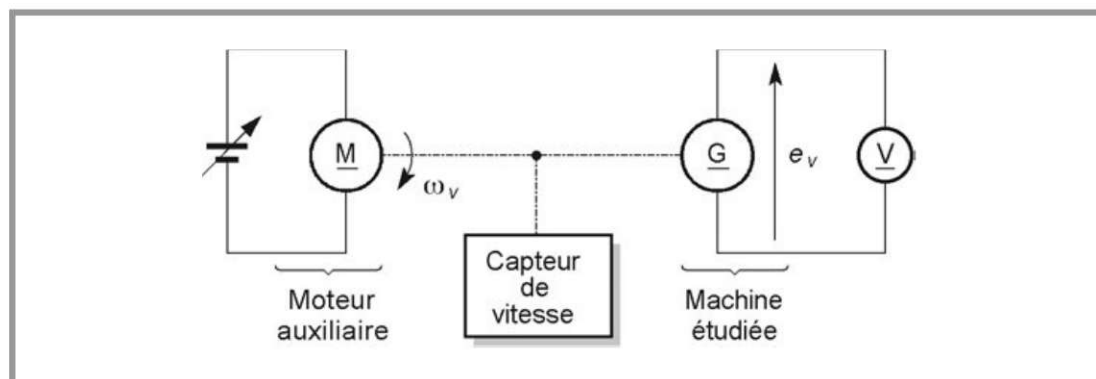


Figure 11.2 – Essai en génératrice à vide.

Lorsqu'on ne dispose pas d'un moteur d'entraînement, on peut procéder à un essai en moteur à vide (figure 11.3). La machine étudiée est alimentée par une source de tension U_0 . Un voltmètre permet la mesure de la tension appliquée tandis qu'un ampèremètre donne l'intensité i_v du courant appelé par le moteur. Aucune charge mécanique n'est accouplée. Un capteur indique la vitesse de rotation ω_v . La résistance R de l'induit ayant été déterminée par un essai préalable, on calcule :

$$\lambda = \frac{U_0 - R i_v}{\omega_v}$$

Il faut noter que la valeur de λ dépend de la température qui influe sur les caractéristiques des aimants. La mesure doit donc être effectuée lorsque le moteur a atteint son équilibre thermique.

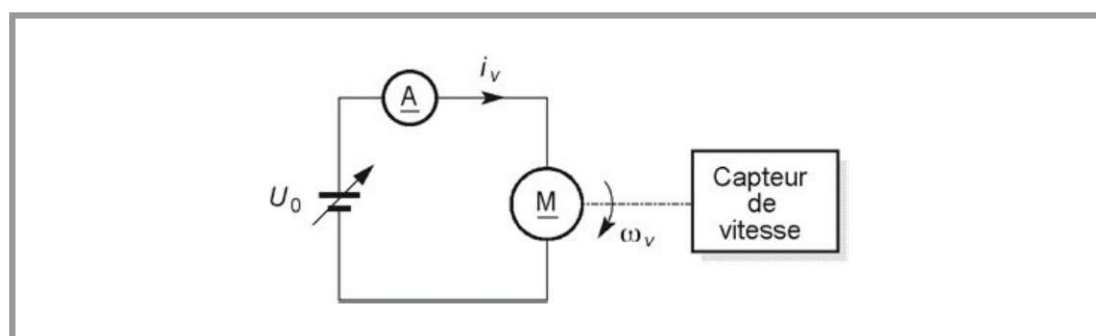


Figure 11.3 – Essai en moteur à vide.

On peut aussi mesurer λ à partir d'un essai en charge si le matériel le permet (figure 11.4). Le moteur étudié est alimenté par une source de tension que l'on ajustera de façon à maintenir la vitesse de rotation constante. Un ampèremètre permet la mesure du courant dans l'induit. Une charge mécanique oppose un couple résistant réglable. Un capteur de couple fournit la valeur du couple de charge γ_c .

On trace la courbe du courant i en fonction du couple γ_c (figure 11.5). On obtient une droite. En effet, on a :

$$\gamma = \lambda i$$

$$\gamma = \gamma_c + \gamma_f + k \omega$$

donc :

$$i = \frac{\gamma_c}{\lambda} + \frac{\gamma_f + k \omega}{\lambda}$$

La vitesse étant maintenue constante, cette équation est bien celle d'une droite de pente $1/\lambda$. On a donc :

$$\lambda = \frac{\Delta \gamma_c}{\Delta i}$$

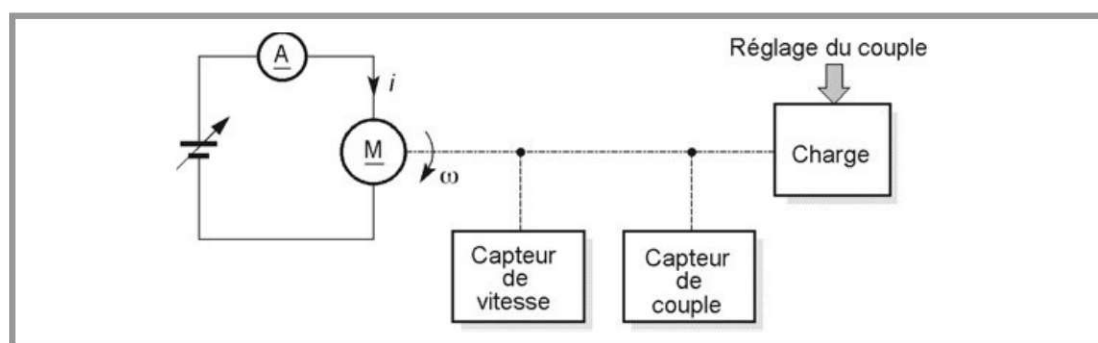


Figure 11.4 – Essai du moteur en charge.

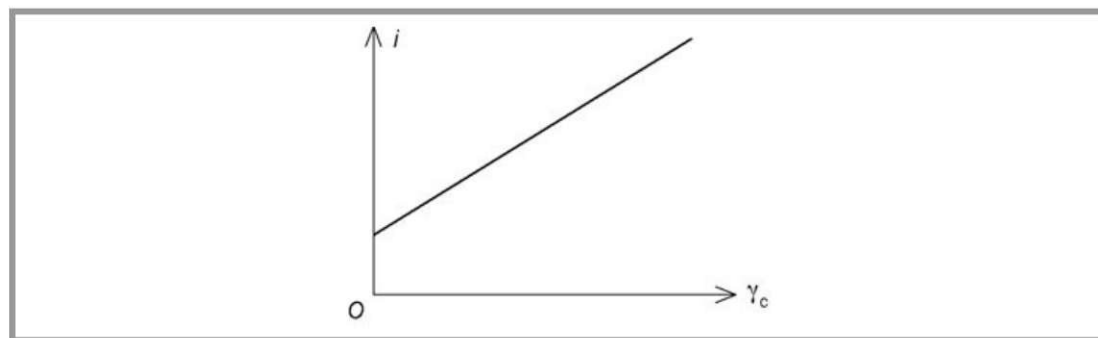


Figure 11.5 – Variations du courant en fonction du couple, à vitesse constante.

11.2.2 Cas du moteur à courant continu sans balais

Dans ce cas, le problème est un peu différent. Les forces électromotrices induites dans chaque enroulement sont variables. Si la machine est entraînée à vitesse constante (l'électronique de commande étant débranchée), la variation est pratiquement trapézoïdale. L'amplitude E_M étant proportionnelle à la vitesse de rotation, on peut obtenir la constante de force électromotrice pour un enroulement par :

$$\lambda_1 = \frac{E_M}{\omega}$$

On peut penser visualiser la force électromotrice d'une phase à l'oscilloscope et ainsi mesurer E_M . La difficulté est que les deux bornes d'un enroulement ne sont en général pas accessibles. Un moteur à trois phases a par exemple trois bornes pour l'alimentation des enroulements, les autres connexions étant internes. De plus, la constante λ_1 n'est pas significative pour le fonctionnement global du moteur. La constante λ apparaissant dans les relations externes dépend à la fois de λ_1 et du mode de couplage des enroulements. On préfère donc mesurer directement ce paramètre λ .

Pour cela, on doit faire appel à un essai en charge. Le moteur est muni de son électronique de commutation et il est chargé par un frein (figure 11.6). Le courant demandé par l'alimentation électronique des enroulements est pratiquement continu. Il est mesuré par un ampèremètre. On utilise par ailleurs un capteur pour mesurer le couple sur l'arbre. On trace alors la caractéristique du courant i en fonction du couple de charge γ_c . On obtient une droite comme pour le moteur à courant continu et on peut encore calculer la constante par :

$$\lambda = \frac{\Delta \gamma_c}{\Delta i}$$

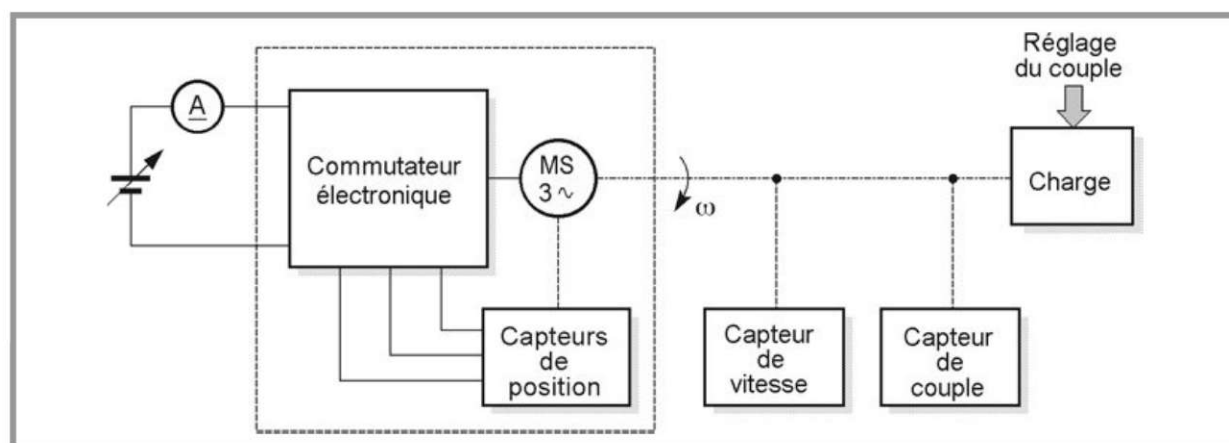


Figure 11.6 – Essai en charge d'un moteur à courant continu sans balais.

11.3 Mesure des paramètres électriques

11.3.1 Résistance

Les résistances des bobinages des petites machines sont de l'ordre de quelques ohms à quelques dizaines d'ohms. Une mesure à l'ohmmètre peut donner un résultat lorsque l'enroulement considéré est accessible directement comme une phase de moteur pas-à-pas. Par contre, cette méthode est inapplicable dans le cas de l'induit d'un moteur à courant continu car l'enroulement n'est accessible que par l'intermédiaire des balais et du collecteur qui forment une résistance non linéaire.

Il faut alors nécessairement faire appel à une méthode voltmètre-ampèremètre. Le moteur est alimenté par une source de tension continue, le rotor étant bloqué. On mesure la tension par un voltmètre et le courant par un ampèremètre (*figure 11.7*). On utilise obligatoirement le branchement aval sinon le résultat est faussé par la résistance de l'ampèremètre. La tension du générateur est réglée de façon à obtenir le courant nominal. Le moteur à l'arrêt est équivalent en continu à une simple résistance R . La lecture de la tension U_0 et de l'intensité I_0 permet donc de calculer :

$$R = \frac{U_0}{I_0}$$

La résistance dépendant de la température, la mesure doit être faite rapidement sur un moteur au repos depuis assez longtemps pour être à la température ambiante. On peut ensuite utiliser la formule donnant la résistance en fonction de la température pour déterminer la résistance dans les conditions de fonctionnement.

Il est également possible de faire une mesure à chaud en ayant fait tourner la machine au préalable pendant une durée suffisante. Le problème est qu'on ne connaît pas bien la température atteinte et qu'on ne peut donc pas utiliser la formule de correction pour obtenir le résultat dans des conditions différentes. Par ailleurs, la résistance mesurée dépend un peu de la position du rotor à cause de l'influence de la place des balais par rapport aux lames du collecteur. On a donc intérêt à effectuer plusieurs mesures pour différentes positions du rotor et à calculer la moyenne des résultats.

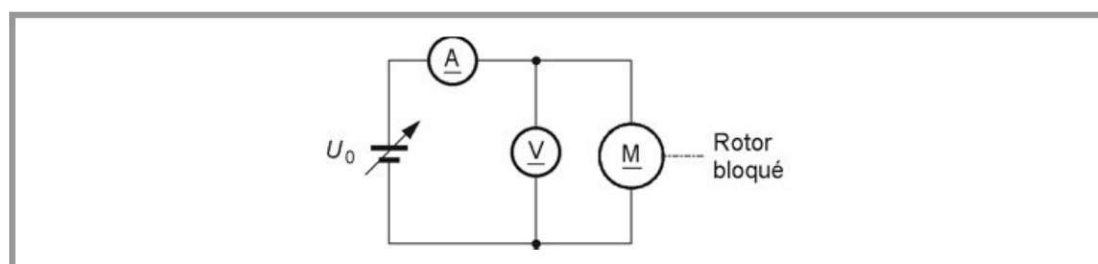


Figure 11.7 – Mesure de la résistance de l'induit d'un moteur à courant continu.

11.3.2 Inductance

Pour la mesure de l'inductance d'un enroulement, plusieurs méthodes sont possibles. On peut d'abord faire une mesure d'impédance en régime sinusoïdal. Considérons par exemple l'induit d'un moteur à courant continu (*figure 11.8*). Le rotor est bloqué et on applique une tension sinusoïdale issue du secteur dont on a rendu l'amplitude réglable grâce à un autotransformateur à rapport variable. On branche un ampèremètre et un voltmètre alternatifs toujours en montage aval pour minimiser les perturbations. Les appareils peuvent être de n'importe quel type puisque les grandeurs à mesurer sont sinusoïdales. La lecture de la tension efficace U et de l'intensité efficace I permet de calculer le module de l'impédance :

$$Z = \frac{U}{I}$$

Le moteur étant à l'arrêt, le schéma équivalent de son induit est un circuit série RL . On a donc :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$$

On peut ainsi déterminer l'inductance :

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{Z^2 - R^2}$$

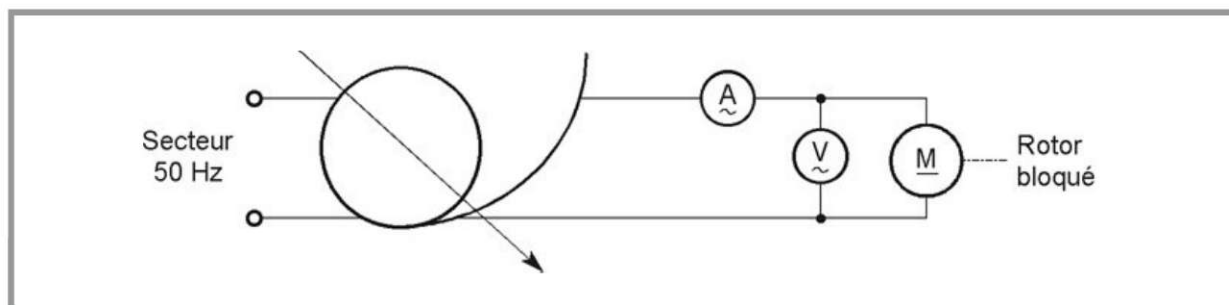


Figure 11.8 – Mesure de l'impédance de l'induit d'un moteur à courant continu.

Une deuxième méthode consiste à faire un essai en régime indiciel du moteur à l'arrêt (*figure 11.9*). La source de tension U_0 est réglée de façon à obtenir le courant nominal en régime permanent. Une résistance de mesure r est branchée en série avec le moteur de façon à pouvoir observer les variations du courant d'induit i avec un oscilloscope numérique. On choisit r suffisamment faible devant la résistance R de l'induit pour ne pas modifier le fonctionnement. Lorsqu'on ferme l'interrupteur K , le courant évolue exponentiellement (*figure 11.10*). L'ordonnée de l'asymptote est :

$$I_\infty = \frac{U_0}{R}$$

La constante de temps s'exprime par :

$$\tau_e = \frac{L}{R}$$

On peut donc retrouver la valeur de R par :

$$R = \frac{U_0}{I_\infty}$$

Quant à la valeur de L , elle se calcule par :

$$L = R\tau_e$$

La constante de temps τ_e est déterminée sur la courbe, sachant que le courant atteint 63 % de sa valeur asymptotique à l'instant τ_e . Si la résistance r n'est pas parfaitement négligeable devant R , on corrige les formules qui deviennent :

$$I_\infty = \frac{U_0}{R + r}$$

$$\tau_e = \frac{L}{R + r}$$

Enfin, une troisième méthode s'applique pour les enroulements accessibles sans collecteur ni balais : le pont de mesure alternatif.

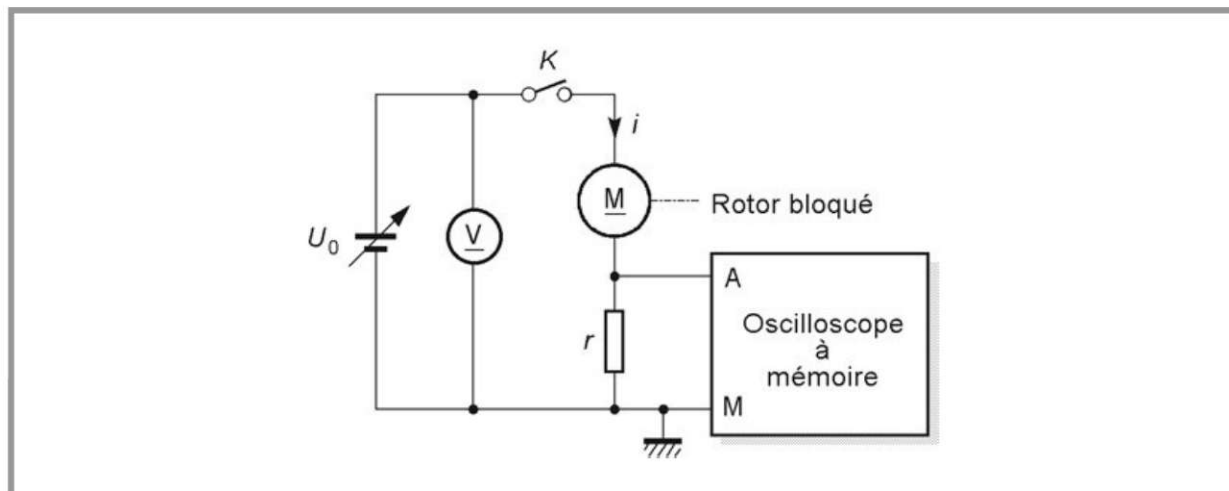


Figure 11.9 – Mesure de la constante de temps électrique d'un moteur à courant continu.

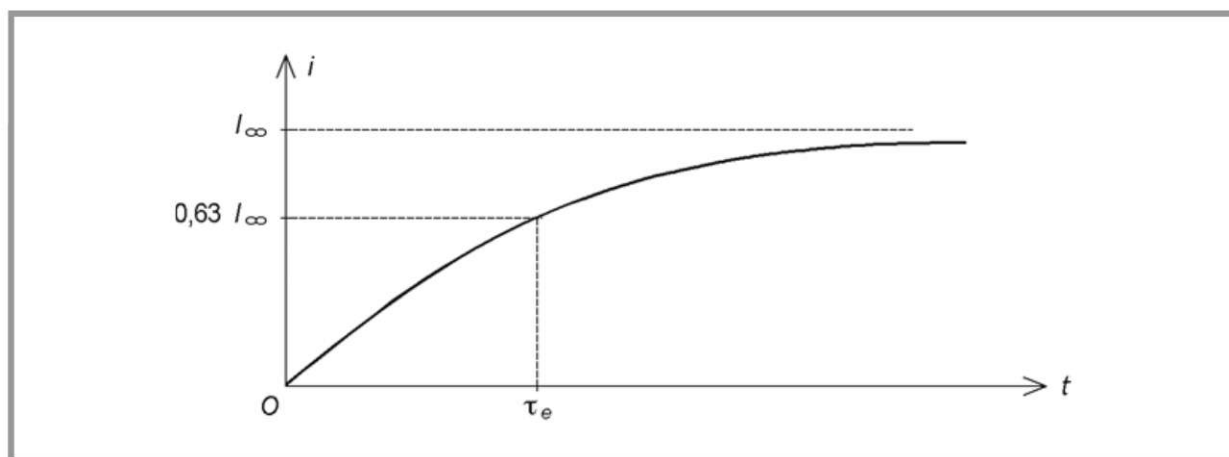


Figure 11.10 – Évolution du courant dans l'induit d'un moteur à courant continu quand on lui applique une tension, le rotor étant bloqué.

11.4 Mesure des paramètres mécaniques

11.4.1 Couple de pertes

On procède à un essai à vide du moteur tel que celui qui a été décrit pour la mesure de la constante λ (figure 11.3). On fait varier la tension U_0 et on note pour chaque point la vitesse de rotation ω et le courant d'induit i . Connaissant la constante du moteur, on peut calculer le couple qui n'est dû qu'aux pertes mécaniques et ferromagnétiques dans un fonctionnement à vide. On a ainsi :

$$\gamma_p = \lambda i$$

On trace ensuite la courbe de γ_f en fonction de ω . Cette courbe n'est pas très éloignée d'une droite. On choisit alors la meilleure linéarisation possible dans l'intervalle de valeurs de vitesse utilisé. L'équation de la droite obtenue est :

$$\gamma_p = \gamma_f + k \omega$$

k est la pente de la droite et γ_f l'ordonnée du point d'intersection avec l'axe des couples (*figure 11.11*).

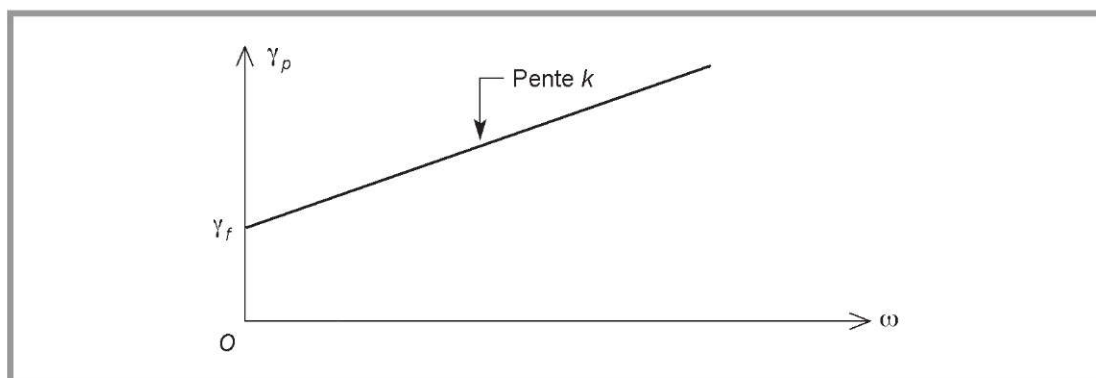


Figure 11.11 – Linéarisation de la courbe du couple de pertes en fonction de la vitesse.

11.4.2 Moment d'inertie

Plusieurs méthodes sont possibles. La plus fréquente consiste en un essai de ralentissement (*figure 11.12*). Le moteur tournant à une vitesse ω_0 fixée, on coupe son alimentation en ouvrant l'interrupteur K . On suit les variations de la vitesse en appliquant la tension issue du capteur à un oscilloscope numérique. Pour certains petits moteurs, les frottements secs sont prépondérants et on obtient une chute de vitesse pratiquement linéaire (*figure 11.13*). En effet, comme le courant est nul, on a, en négligeant les frottements visqueux :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = -\gamma_f$$

et donc :

$$\omega = \omega_0 - \frac{\gamma_f}{J_m} t$$

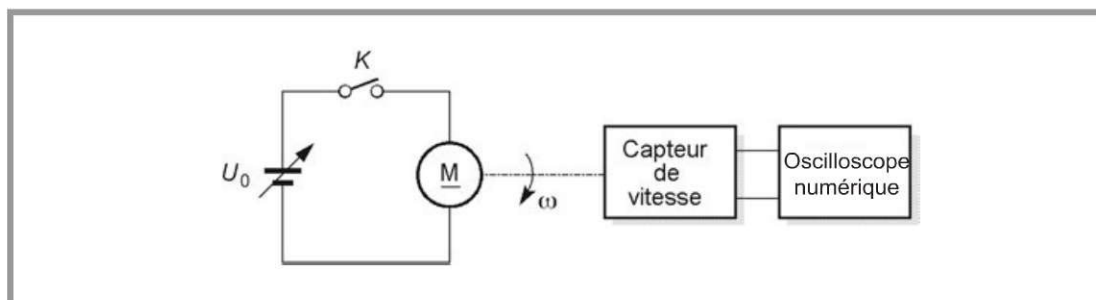


Figure 11.12 – Essai de ralentissement d'un moteur.

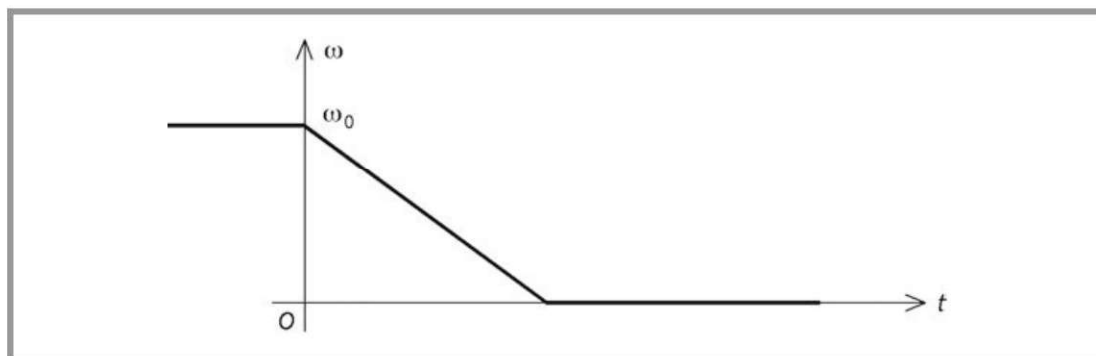


Figure 11.13 – Décroissance linéaire de la vitesse lorsque les frottements visqueux sont négligeables.

La mesure de la pente $\Delta\omega/\Delta t$ du segment oblique permet de calculer le moment d'inertie J_m , connaissant le couple de frottements secs γ_f par un essai préalable :

$$J_m = \frac{-\gamma_f}{\frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

Le plus souvent, les frottements visqueux ne peuvent pas être négligés. On a montré au chapitre 3 que la décroissance de la vitesse est alors exponentielle (figure 11.14). On a alors :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = -\gamma_f - k\omega$$

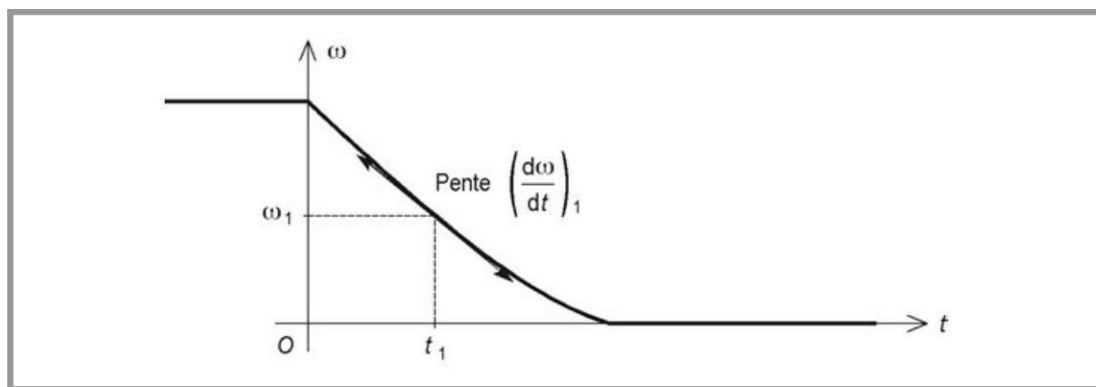


Figure 11.14 – Décroissance exponentielle de la vitesse lorsque les frottements visqueux ne sont pas négligeables.

Sur la courbe relevée sur papier (impression d'écran d'oscilloscope numérique), on trace la tangente en un point correspondant à une vitesse donnée ω_1 et on mesure son coefficient directeur $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_1$. Connaissant γ_f et k grâce à un essai à vide préalable, on peut calculer :

$$J_m = \frac{-\gamma_f - k\omega_1}{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_1}$$

L'inconvénient de cette méthode est que le résultat dépend beaucoup des éléments γ_f et k du couple de pertes qui ne sont pas connus avec une grande précision puisqu'ils résultent d'une linéarisation de courbe.

Quand le moteur est muni d'un capteur de couple, il est plus intéressant de placer la tangente au début du ralentissement. Comme la vitesse ne peut pas être discontinue, le moment γ_p du couple de pertes est toujours égal à la valeur mesurée par le capteur en régime permanent. On calcule alors :

$$J_m = \frac{-\gamma_p}{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_1}$$

La précision est améliorée, mais elle reste cependant très moyenne car l'opération qui consiste à placer une tangente sur une courbe déjà tracée est soumise à une certaine incertitude.

Une autre méthode consiste à procéder à un démarrage à courant constant (figure 11.15).

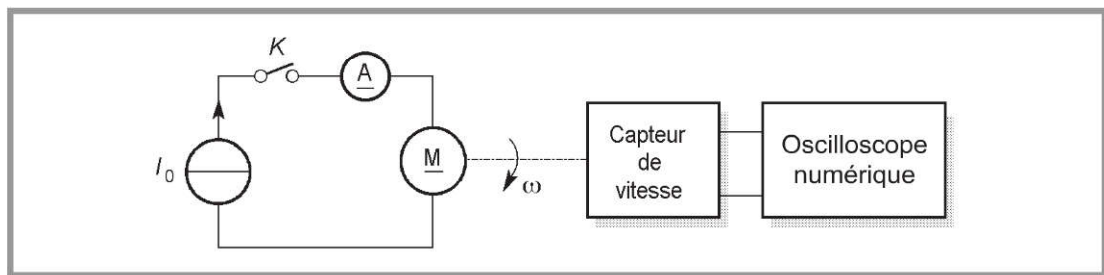


Figure 11.15 – Essai de démarrage à courant constant.

La seule difficulté est qu'il faut faire appel à une alimentation régulée en courant adaptée au moteur. Une source de courant constant I_0 est appliquée au moteur à l'arrêt lorsqu'on ferme l'interrupteur K . On relève les variations de la vitesse sur un oscilloscope numérique. La courbe observée est un segment de droite jusqu'à l'apparition de la limitation de tension de l'alimentation (figure 11.16). On a en effet :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} = \lambda I_0 - \gamma_p$$

Le couple γ_p étant faible devant λI_0 si on a choisi I_0 assez élevé (en respectant évidemment les limites absolues du moteur), on peut le négliger ou mieux l'approcher en ne tenant compte que des frottements secs :

$$J_m \frac{d\omega}{dt} \approx \lambda I_0 - \gamma_f$$

On a alors :

$$J_m = \frac{\lambda I_0 - \gamma_f}{\frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

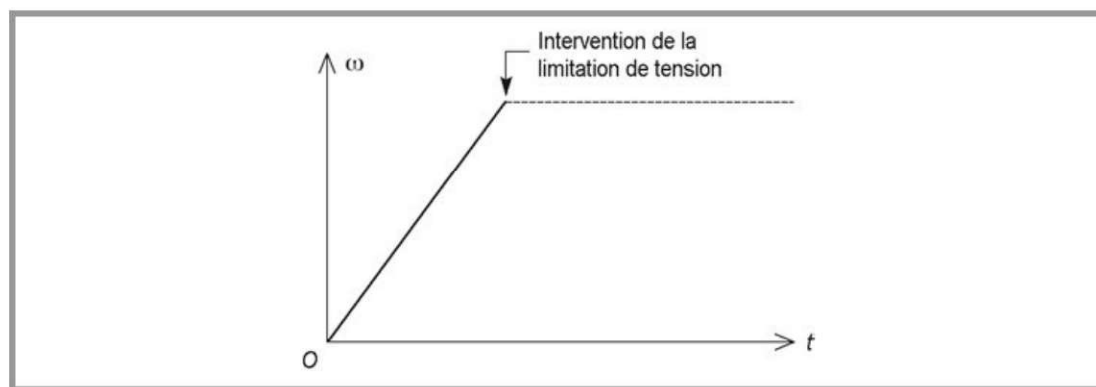


Figure 11.16 – Évolution de la vitesse lors d'un démarrage à courant constant.

La lecture de la pente $\Delta\omega/\Delta t$ permet de calculer J_m . Le résultat n'est pas totalement indépendant de γ_f ni de k (car on a négligé $k\omega$), mais l'imprécision de ces paramètres n'influe que sur un terme petit devant λI_0 . Si l'approximation qui consiste à ne pas prendre en compte les frottements visqueux n'était pas valable, la montée en vitesse ne serait pas linéaire (ce serait un arc d'exponentielle). La méthode perdrait alors son intérêt avec la valeur de I_0 choisie.

Une dernière méthode possible fait appel à un démarrage du moteur sous tension constante qui permet la détermination de la constante de temps électromécanique τ_m (figure 11.17). On applique une tension U_0 au moteur à l'arrêt en fermant l'interrupteur K . On relève les variations de la vitesse en appliquant la tension issue d'un capteur à une voie d'un oscilloscope numérique et les variations du courant en appliquant la tension aux bornes d'une résistance de mesure à la deuxième voie de l'appareil. Si le moteur n'est pas muni d'un capteur de vitesse, la méthode reste applicable car le relevé du courant est suffisant. Nous avons montré au chapitre 3 que si l'effet de l'inductance est négligeable, la vitesse et le courant varient exponentiellement (figure 11.18). On peut alors mesurer la constante de temps τ_m : c'est l'instant où la vitesse a atteint 63 % de sa valeur en régime permanent et où le courant est tombé à 37 % de sa variation totale au-dessus de son asymptote. On peut alors calculer :

$$J_m = \frac{(\lambda^2 + kR) \tau_m}{R}$$

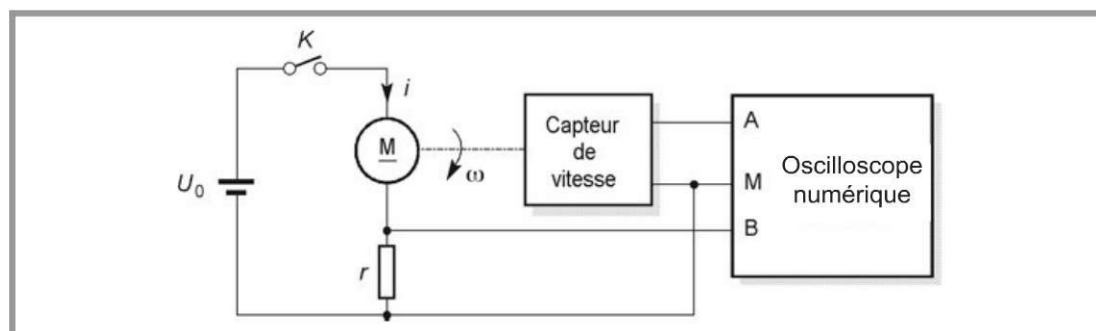


Figure 11.17 – Essai de démarrage à tension constante.

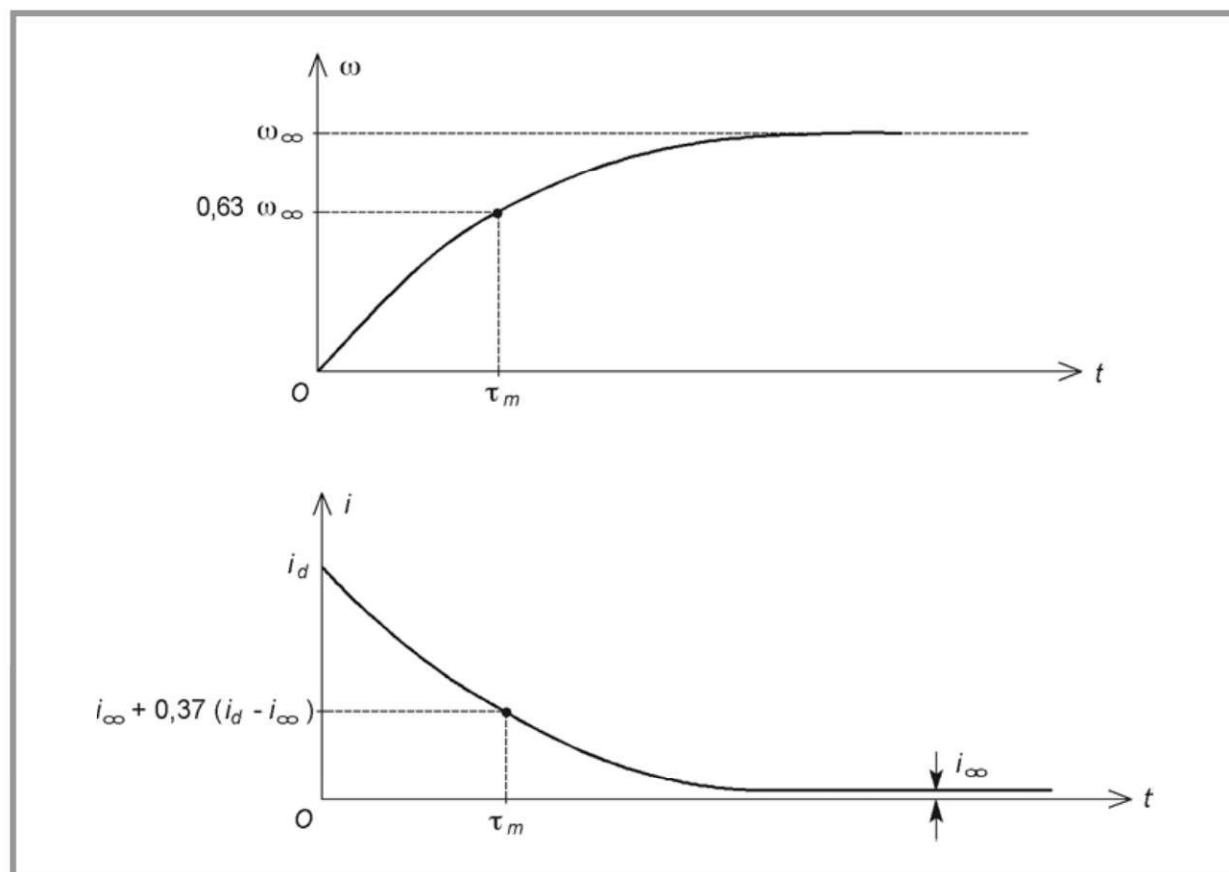


Figure 11.18 – Évolution de la vitesse et du courant lors d'un démarrage sous tension constante.

Si cette méthode est applicable aux moteurs assez lents où la constante de temps électromécanique τ_m est très élevée devant la constante de temps électrique τ_e , elle n'est plus correcte pour les moteurs rapides, pour lesquels on ne peut pas négliger l'effet de l'inductance de l'induit sur le comportement mécanique. La validité de l'hypothèse simplificatrice n'est pas facile à vérifier sur la courbe de vitesse dont la forme reste globalement similaire tant que $4\tau_e < \tau_m$ (voir chapitre 3), ce qui est de loin le cas le plus fréquent. Par contre, on voit immédiatement l'effet de l'inductance sur la courbe du courant. En effet, si l'écart entre τ_e et τ_m n'est plus suffisant pour pouvoir considérer le moteur comme un système du premier ordre, la montée initiale du courant se fait progressivement alors que l'étude simplifiée donne une discontinuité à l'origine.

Le cas le plus fréquent est celui où τ_e est nettement plus faible que τ_m , sans pour autant être négligeable (*figure 11.19*). À $t = 0$, le courant est nul. Après l'application de la tension constante U_0 , le courant croît progressivement. Le début de la courbe est pratiquement une exponentielle de constante de temps τ_e car la vitesse du moteur est encore faible et donc la force électromotrice e' est négligeable devant U_0 . Au fur et à mesure que le moteur accélère, e' augmente et la courbe s'éloigne de l'exponentielle précédente. Au bout d'une durée qu'on peut évaluer

à $5\tau_e$, le terme en $\exp(-t/\tau_e)$ est devenu parfaitement négligeable. La courbe se confond alors avec une exponentielle de constante de temps τ_m . Après une durée de l'ordre de $5\tau_m$, le courant est devenu pratiquement constant, égal à la valeur qui correspond aux pertes du moteur. L'instant $t = \tau_m$ se situe dans la partie de courbe assimilable à une exponentielle de constante de temps τ_m . On peut donc utiliser la même méthode que précédemment : on repère l'instant où le courant passe par la valeur :

$$i = i_\infty + 0,37 (i_d - i_\infty)$$

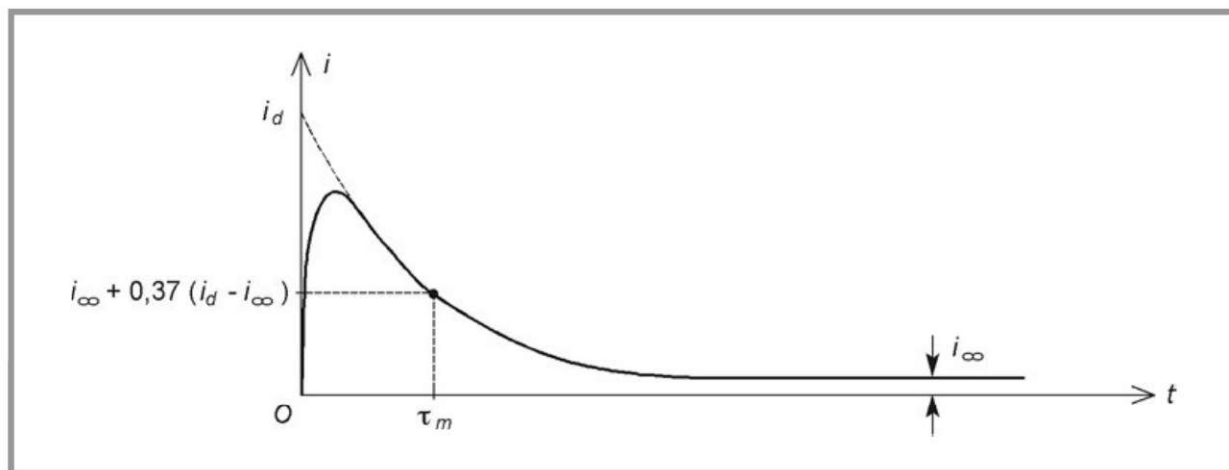


Figure 11.19 – Modification de la courbe du courant lorsque l'effet de l'inductance n'est pas négligeable.

La différence est que le courant i_d n'est pas apparent sur la courbe car au départ, celle-ci s'écarte de l'exponentielle de constante de temps τ_m . En effet, i_d ne représente rien physiquement dans ce cas. Il ne s'agit que de la valeur du courant de démarrage qui serait atteinte en l'absence d'inductance. Il reste cependant possible d'obtenir une valeur théorique :

$$i_d = \frac{U_0}{R}$$

On applique alors la méthode décrite sans difficulté.

ASSERVISSEMENT DE LA VITESSE ET DE LA POSITION

Les moteurs à courant continu (avec ou sans balais) sont pratiquement toujours asservis. En effet, si la vitesse est commandée par la tension, elle est également sensible aux perturbations comme le couple résistant de la charge. Par ailleurs, la position du rotor n'est pas fixée directement, elle n'est que la conséquence d'une commande de vitesse.

12.1 Asservissement de vitesse

12.1.1 Nécessité

Quand on veut régler la vitesse d'un moteur à courant continu, il suffit de faire varier la tension à ses bornes. Si la commande est manuelle, on peut utiliser un potentiomètre suivi d'un amplificateur de tension et d'un amplificateur de puissance (figure 12.1). La tension de commande u_c amplifiée est appliquée au moteur :

$$u = A u_c$$

La vitesse est alors fixée. Si le moteur est à vide et qu'on néglige le couple de pertes, elle vaut, en régime permanent :

$$\omega_0 = \frac{u}{\lambda}$$

Mais quand on charge le moteur avec un couple résistant γ_c , la vitesse chute :

$$\omega = \frac{u}{\lambda} - \frac{R \gamma_c}{\lambda^2}$$

Prenons un exemple pour chiffrer le phénomène. Un moteur a une constante de force contre-électromotrice $\lambda = 0,04 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ et une résistance d'induit $R = 10 \text{ } \Omega$. Sous une tension de 12 V, la vitesse à vide vaut :

$$\omega_0 = \frac{12}{0,04} = 300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Avec un couple résistant $\gamma_c = 12 \text{ mN} \cdot \text{m}$, la diminution de vitesse est :

$$\frac{R \gamma_c}{\lambda^2} = \frac{10 \times 12 \times 10^{-3}}{0,04^2} = 75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cela correspond à une variation de 25 %. La vitesse du moteur est donc très sensible aux perturbations provoquées par le couple de charge. D'autres sources d'erreur existent : les variations de tension d'alimentation de l'amplificateur de puissance, les écarts de température, le vieillissement des composants, etc. Pour maintenir une vitesse invariable pour une tension de consigne donnée, il faut donc munir le moteur d'un asservissement de vitesse.

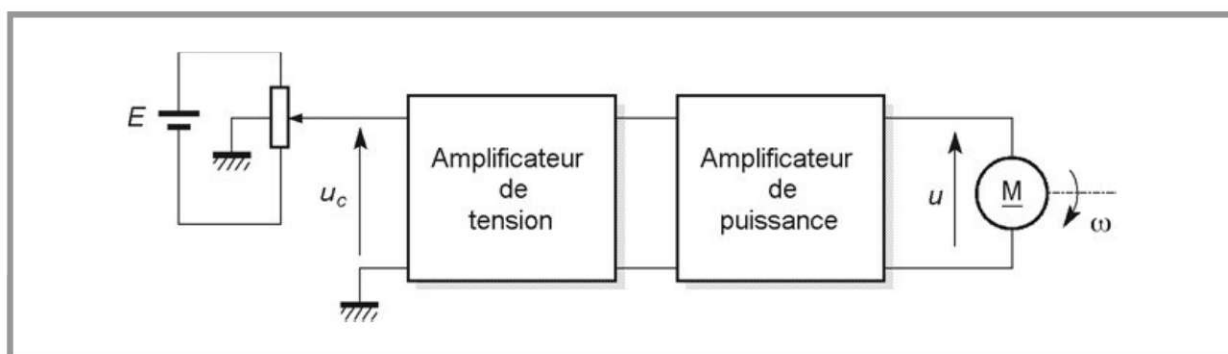


Figure 12.1 – Commande de vitesse d'un moteur à courant continu.

12.1.2 Description du système

Un capteur (génératrice tachymétrique, transducteur optique...) permet de surveiller l'évolution de la vitesse (figure 12.2). Il délivre une tension proportionnelle à la vitesse de rotation :

$$u_r = \mu \omega$$

L'amplificateur de tension est transformé en amplificateur de différence et la tension appliquée au moteur est :

$$u = A(u_c - u_r)$$

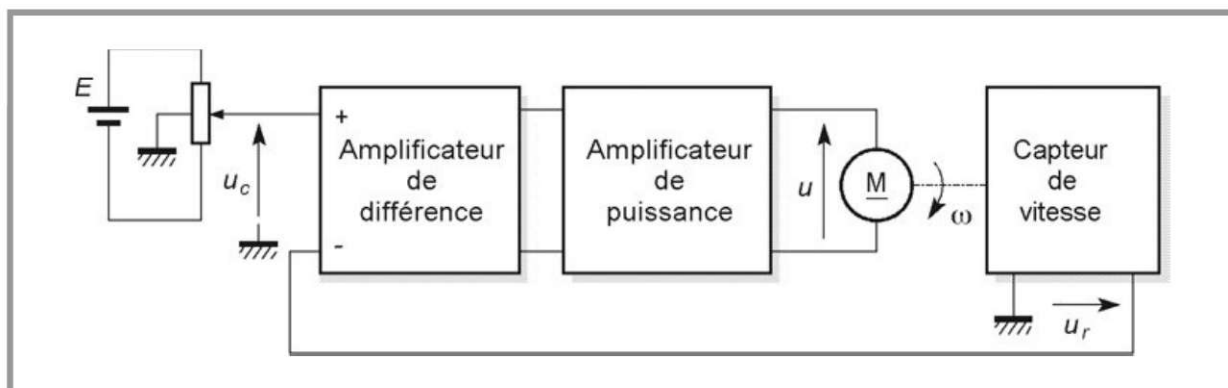


Figure 12.2 – Asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu.

12.1.3 Principe de fonctionnement

Si une perturbation fait chuter la vitesse de rotation, la tension de sortie u_r du capteur diminue. Il en résulte une augmentation de la tension u appliquée au moteur et donc une remontée de la vitesse qui compense la chute initiale. Par exemple, si la perturbation est due à l'apparition d'un couple résistant γ_c , la vitesse est toujours donnée par la formule :

$$\omega = \frac{u}{\lambda} - \frac{R \gamma_c}{\lambda^2}$$

Mais la tension aux bornes du moteur s'exprime maintenant par :

$$u = A (u_c - \mu \omega)$$

Si l'on veut imposer une vitesse constante égale à la vitesse à vide ω_0 , la tension de commande doit être :

$$u_c = \frac{\lambda \omega_0}{A} + \mu \omega_0$$

On a ainsi :

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{A}{\lambda} \left(\frac{\lambda \omega_0}{A} + \mu \omega_0 - \mu \omega \right) - \frac{R \gamma_c}{\lambda^2} \\ \omega \left(1 + \frac{A \mu}{\lambda} \right) &= \omega_0 \left(1 + \frac{A \mu}{\lambda} \right) - \frac{R \gamma_c}{\lambda^2} \\ \omega &= \omega_0 - \frac{\frac{R \gamma_c}{\lambda^2}}{1 + \frac{A \mu}{\lambda}} \end{aligned}$$

La chute de vitesse est réduite par le facteur $1 + A \mu / \lambda$. Cette amélioration est d'autant plus importante que A est grand. Pour chiffrer, reprenons l'exemple précédent. Le moteur est muni d'un capteur de vitesse dont la constante est $\mu = 0,08 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ et l'amplification de la chaîne vaut $A = 10$. La chute de vitesse est alors :

$$\frac{R \gamma_c}{1 + \frac{A \mu}{\lambda}} = \frac{75}{1 + \frac{10 \times 0,08}{0,04}} = 3,57 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cela correspond à une variation de 1,2 %, ce qui est tout à fait raisonnable. On pourrait penser améliorer les choses en augmentant encore la valeur de A , mais il faut prendre garde au fait que la tension de commande nécessaire risque d'être très petite. De plus, le fait de réaliser un système bouclé modifie toutes les performances du dispositif. Une étude précise de l'asservissement est nécessaire pour s'assurer tout d'abord de sa stabilité puis vérifier que sa précision et sa rapidité sont suffisantes.

12.1.4 Exemples de réalisations

Asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu alimenté par une source de courant à amplificateur opérationnel de puissance

Le moteur est alimenté en courant par un montage utilisant un amplificateur opérationnel de puissance A_2 qui a été étudié au chapitre 4 (*figure 12.3*). Une génératrice tachymétrique délivre une tension proportionnelle à la vitesse de rotation. Un amplificateur opérationnel ordinaire A_1 fait en sorte que la tension issue du capteur soit égale à l'opposé de la tension d'entrée. Deux résistances et deux condensateurs assurent la correction de l'asservissement afin d'assurer sa stabilité.

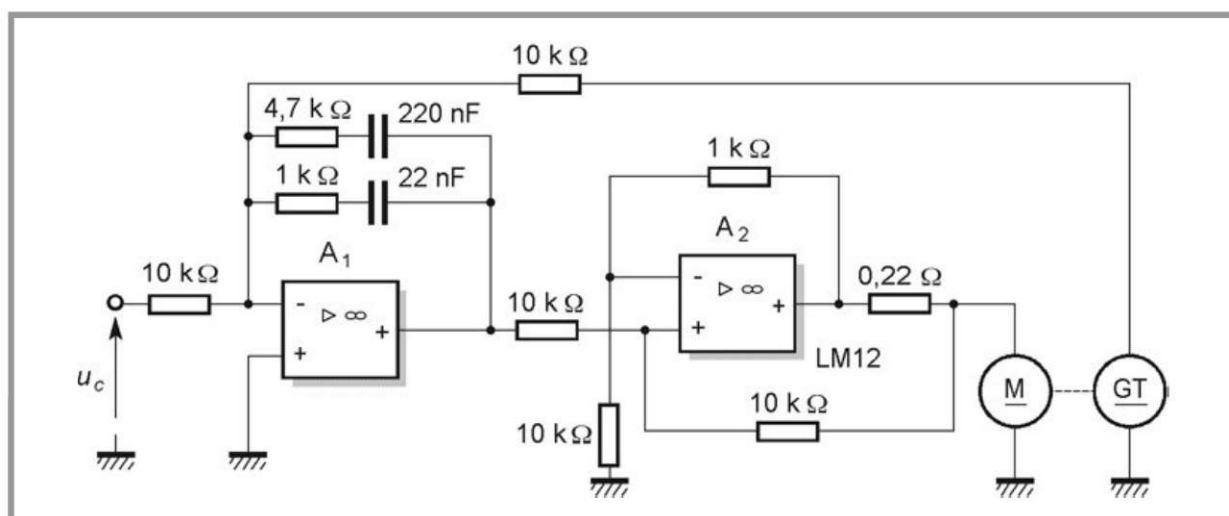


Figure 12.3 – Asservissement de vitesse avec alimentation linéaire.

Asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu alimenté par une source de courant à découpage

On garde le même principe que ci-dessus, mais on remplace la source de courant à amplificateur opérationnel de puissance par un montage réalisé à partir d'un circuit intégré L292 que nous avons également étudié au chapitre 4 (*figure 12.4*). Dans la boucle de réaction de la génératrice tachymétrique, on a partagé la résistance en deux parties et placé un condensateur entre le point commun à ces deux éléments et la masse pour filtrer la tension image de la vitesse.

12.2 Asservissement de position

12.2.1 Nécessité

On peut commander manuellement la position (angle θ) de l'arbre d'une machine tournante (*figure 12.5*). Un réducteur est placé entre le moteur et la charge afin de

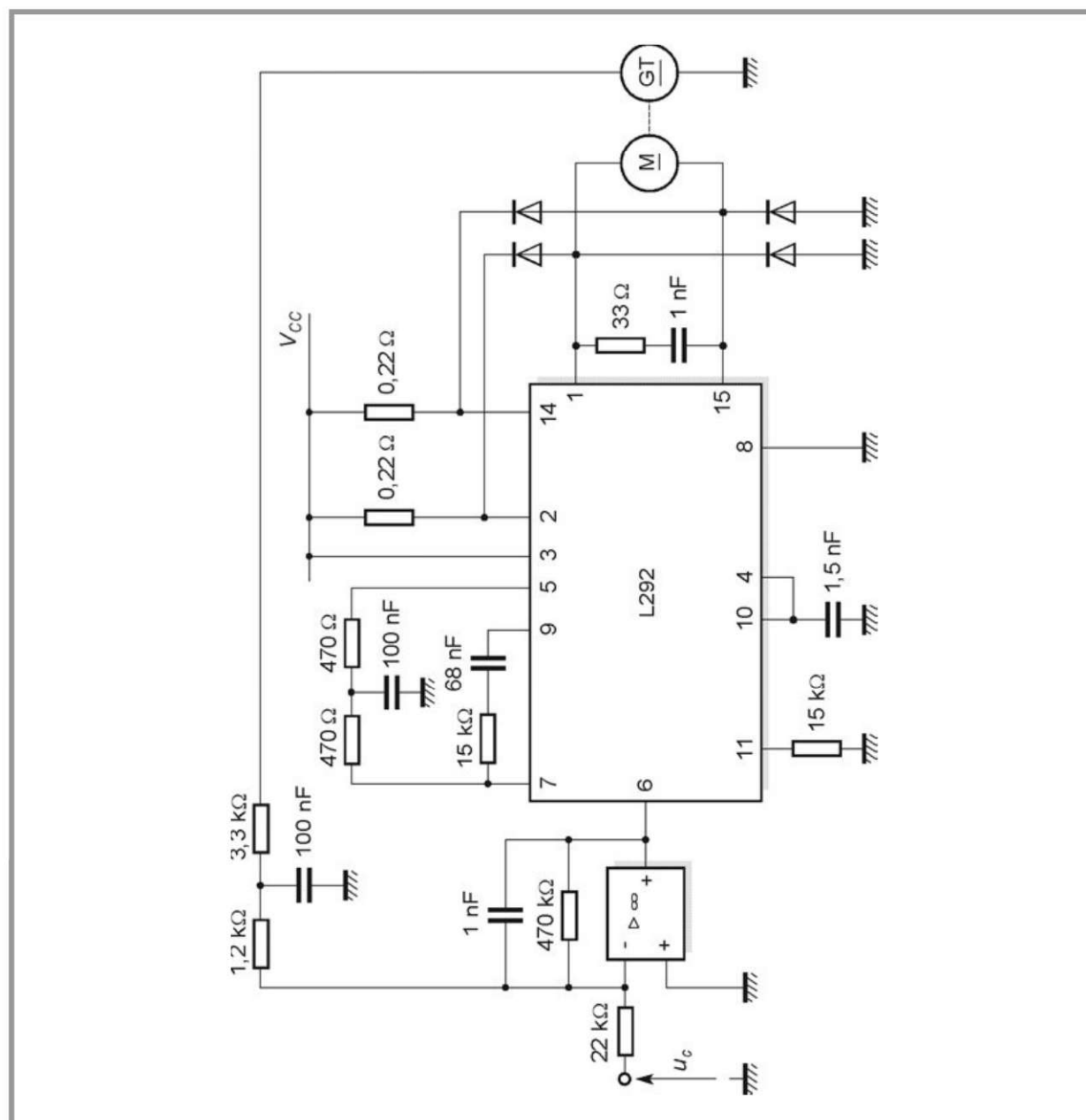


Figure 12.4 – Asservissement de vitesse avec alimentation à découpage.

démultiplier le mouvement. Un potentiomètre suivi d'un amplificateur de tension et d'un amplificateur de puissance permet de régler la tension appliquée au moteur. Lorsque le curseur est au point milieu du potentiomètre, la tension est nulle et le moteur est à l'arrêt. Si le curseur est déplacé d'un côté ou de l'autre de ce point milieu, le moteur tourne dans un sens ou dans l'autre.

Pour fixer un angle θ égal à une valeur de consigne θ_c , l'opérateur agit sur le potentiomètre pour faire tourner le moteur jusqu'à la position désirée. Cette intervention est délicate. Si l'on annule la tension au moment où l'angle atteint la valeur désirée, le moteur continue à tourner à cause de l'inertie et s'arrête un peu

plus loin. Il faut donc ensuite revenir en arrière et régler la bonne position par tâtonnements successifs. L'opération est lente et peu précise. Pour remédier à ce problème, il faut réaliser un asservissement de position.

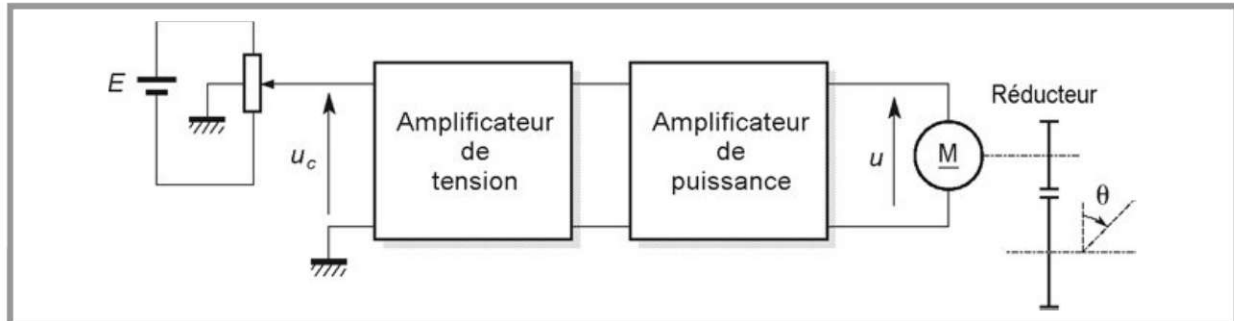


Figure 12.5 – Commande de position d'un moteur à courant continu.

12.2.2 Description du système

Un capteur (potentiomètre, dispositif optique...) détecte la position du rotor (*figure 12.6*). Il délivre une tension proportionnelle à la position angulaire :

$$u_r = k \theta$$

Un amplificateur de différence élabore la tension appliquée au moteur :

$$u = A(u_c - u_r)$$

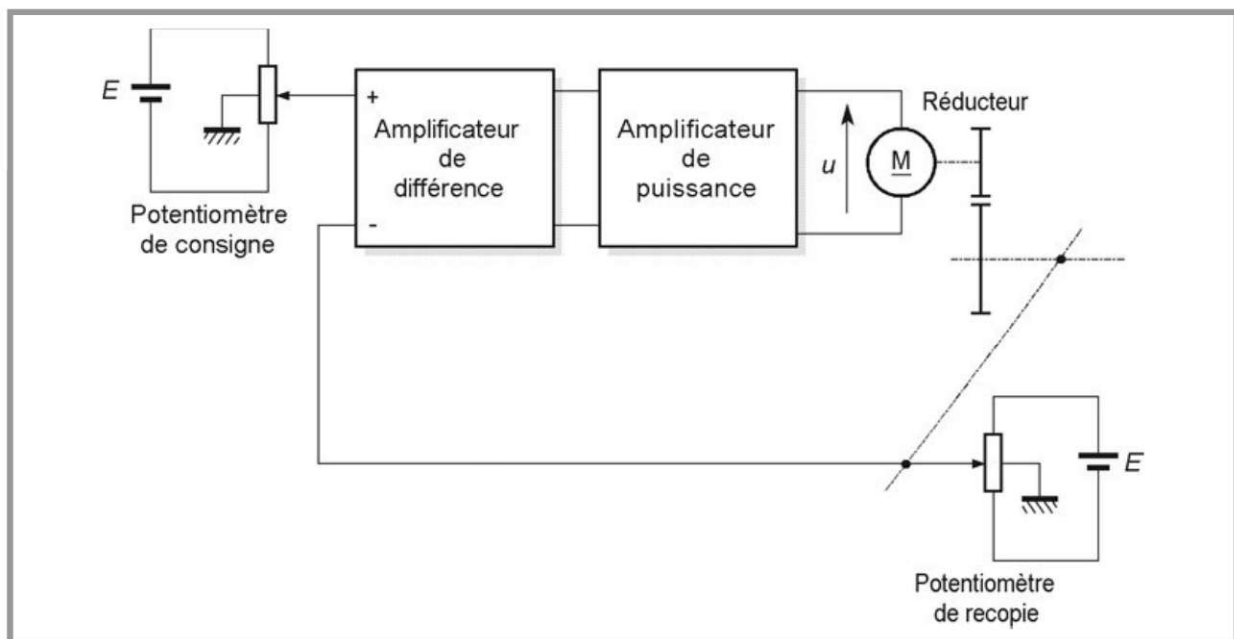


Figure 12.6 – Asservissement de position d'un moteur à courant continu.

12.2.3 Principe de fonctionnement

En supposant que le capteur de position est un potentiomètre identique à celui qui fixe la consigne, on a :

$$u_c = k \theta_c$$

ce qui conduit à :

$$u = A k (\theta_c - \theta)$$

Si la position réelle θ de l'arbre est différente de sa valeur de consigne θ_c , le moteur se met en rotation. Par exemple, si θ est inférieur à θ_c , la tension u est positive et le moteur se met à tourner dans le sens qui augmente θ (à condition que les deux bornes de l'induit soient branchées dans le sens nécessaire). Lorsque θ atteint la valeur θ_c , la tension u s'annule. Toutefois, compte tenu de l'inertie, le moteur ne s'arrête pas immédiatement. La valeur de θ dépasse donc θ_c et la tension u devient négative. Le moteur retourne en arrière. Après quelques oscillations, la position se stabilise de façon que $\theta = \theta_c$ puisqu'on a alors $u = 0$.

12.3 Servomoteur

12.3.1 Description

Un servomoteur est un ensemble mécanique et électronique comprenant dans le même boîtier (*figure 12.7*) :

- un moteur à courant continu ou un moteur à courant continu sans balais ;
- un réducteur placé sur l'arbre de ce moteur diminuant la vitesse et augmentant le couple ;
- un capteur de position (en général un potentiomètre) qui délivre une tension proportionnelle à la position angulaire de l'arbre de sortie ;
- un dispositif électronique d'asservissement de position.



Figure 12.7 – Servomoteur.

Les servomoteurs sont très utilisés en robotique et en modélisme. Ils permettent de simplifier la conception du système et ils s'adaptent très bien à une commande par microcontrôleur.

12.3.2 Commande

Un servomoteur est accessible par trois fils (*figure 12.8*). Le premier est à relier à la borne négative de l'alimentation continue qui sert aussi de référence des potentiels (masse), le deuxième doit être connecté à la borne positive de cette alimentation et le troisième reçoit le signal de commande.



Figure 12.8 – Connecteur de servomoteur.

Pour faire tourner un servomoteur, on envoie sur son fil de commande des impulsions dont la durée fixe l'angle de rotation (*figure 12.9*). Ce signal est en général fourni par un microcontrôleur.

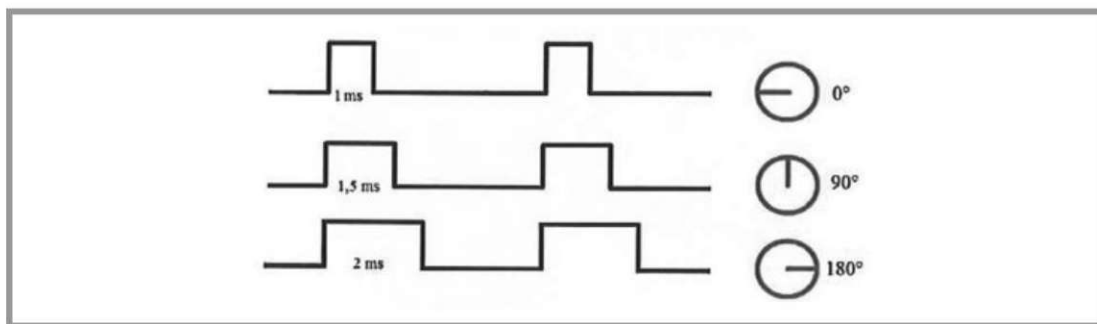


Figure 12.9 – Impulsions de commande.

A NNEXE

On trouvera ci-après la notice technique de trois machines :

- un moteur à courant continu à rotor sans fer muni d'un bobinage oblique auto-portant du type escap 28L28 (extrait du catalogue *API Portescap*) ;
- un moteur à courant continu sans balais à enroulements triphasés en triangle et muni de capteurs à effet Hall du type 1628. B (extrait du catalogue *Minimotor*) ;
- un moteur à aimant disque en terre rare du type escap P310 (extrait du catalogue *API Portescap*).

Documentation des constructeurs

Pour les données techniques, on a tout intérêt à consulter les documentations des constructeurs. On y trouvera de nombreuses fiches de spécifications comme celles qui sont présentées en annexe de cet ouvrage, mais aussi quelques notes d'application très utiles. Ces ressources peuvent être facilement consultées sur Internet aux adresses précisées entre parenthèses dans la liste. On est ainsi sûr de disposer de la dernière version parue.

Moteurs

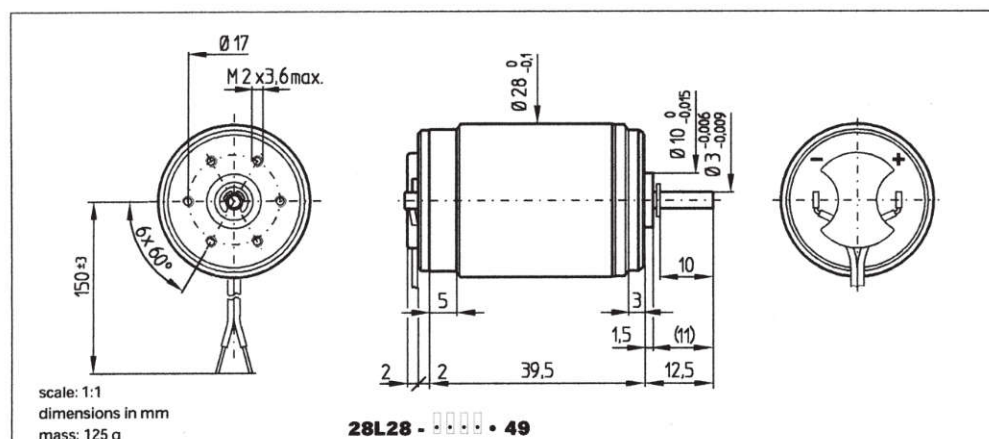
Crouzet (www.crouzet.com)
Minimotor (www.minimotor.ch)
Nippon Pulse Motor
(www.nipponpulse.com)
Parvex (www.parvex.com)
Phytron (www.phytron.com)
Portescap (www.portescap.com)

Circuits électroniques

Allegro (www.allegromicro.com)
JRC (www.njr.com)
NXP (www.nxp.com)
ON Semiconductor (www.onsemi.com)
Infineon (www.infineon.com)
ST (www.st.com)
Texas Instrument (www.ti.com)
Trinamic (www.trinamic.com)

escap® 28L28

Precious metal commutation system - 9 segments

**D.C. Motor
11 Watt**

Winding types		28L28...-49	○	■	■	■	○
			-219P	-219	-416E	-413E	-410E
Measured values							
1	Measuring voltage	V	6	12	24	28	36
2	No-load speed	rpm	5300	5300	5600	5300	5000
3	Stall torque	mNm (oz-in)	43 (6.08)	43 (6.11)	50 (7.08)	42 (5.96)	34 (4.87)
4	Average no-load current	mA	40	20	10	8	6
5	Typical starting voltage	V	0.05	0.1	0.15	0.2	0.4
Max. recommended values							
6	Max. continuous current	A	1.5	0.95	0.53	0.40	0.28
7	Max. continuous torque	mNm (oz-in)	15.6 (2.20)	20 (2.83)	21 (2.97)	19.70 (2.79)	18.30 (2.59)
8	Max. angular acceleration	10 ³ rad/s ²	48	48	30	36	42
Intrinsic parameters							
9	Back-EMF constant	V/1000 rpm	1.12	2.24	4.26	5.20	7.10
10	Torque constant	mNm/A (oz-in/A)	10.7 (1.51)	21.4 (3.03)	40.7 (5.76)	49.7 (7.03)	67.8 (9.60)
11	Terminal resistance	ohm	1.5	6	19.5	33	71
12	Motor regulation R/k ²	10 ³ Nms	13	13	12	13	15
13	Rotor inductance	mH	0.1	0.5	2.4	3.2	5.2
14	Rotor inertia	kgm ² · 10 ⁻⁷	10.4	10.4	17.5	13.5	11
15	Mechanical time constant	ms	14	14	21	18	17
Thermal parameters							
16	Thermal time constant	rotor s	17	17	27	20	15
17		stator s	760	760	760	760	760
18	Thermal resistance	rotor-body °C/W	5	5	5	5	5
19		body-ambient °C/W	12	12	12	12	12

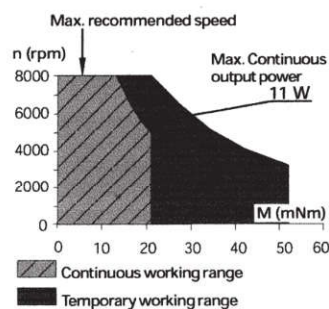
■ Preferred ▲ Standard ○ On request

This motor series is also available in the following combinations:

- with DC tachometer (motor-tacho unit 28HL18), see p. 41
- with reduction gearboxes as shown below:

28L28	R 22	R 32	K 38	RG 1/8	RG 1/4	K 40	L 10
-219P	○	○	○	○	○	○	○
-219	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲
-416E	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲
-413E	○	▲	▲	▲	▲	▲	▲
-410E	○	○	○	○	○	○	○
see page	95	98	99	100	101	102	105

- Motor fitted with sleeve bearings (ball bearings optional)
- Viscous damping constant: 0.5×10^{-6} Nms
- Max. rated coil temperature: 100 °C (210 °F)
- Recom. ambient temperature range: -30 °C to +65 °C (-22 °F to +150 °F)
- Max. axial static force for press-fit: 250 N
- End play: $\leq 100 \mu\text{m}$
- Radial play: $\leq 18 \mu\text{m}$
- Shaft runout: $\leq 10 \mu\text{m}$
- Max. side load at 5 mm from mounting face: sleeve bearings 6 N, ball bearings 8 N



Specifications subject to change without prior notice

© Portescap

Minimotor SA
6980 Croglio, Switzerland

Tel. +41 91 611 31 00
Fax +41 91 611 31 10

MINIMOTOR®

FAULHABER
DC MOTORS

Brushless DC-Servomotors Internal rotor motor

**Gearheads
Encoders
Servo Amplifiers**

Type 1628 ... B

Electronic Commutation

Type 16/7
Type 10/09B, 10/09BP
Type BLD 3502, 5604, 5603, MCBL

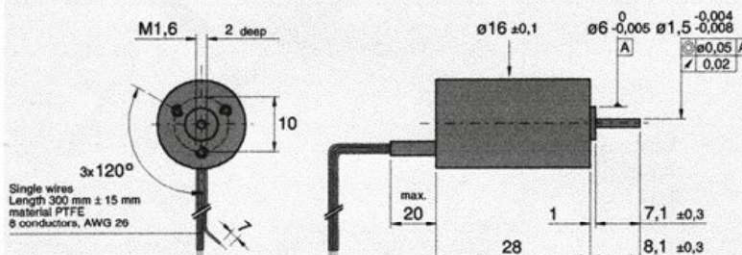
Motor type	1628 T	012 B	024 B	
1. Nominal voltage	U_N	12	24	Volt
2. Terminal resistance, phase to phase	R	4,3	15,1	Ω
3. Output power ¹⁾	$P_{2 \text{ max.}}$	10	11	W
4. Efficiency	$\eta_{\text{max.}}$	68	68	%
5. No-load speed	n_0	28 650	29 900	rpm
6. No-load current (with shaft $\varnothing$ 1,5 mm)	I_0	0,098	0,052	A
7. Stall torque	M_H	11	12	mNm
8. Friction torque	C_v	0,15	0,15	mNm
9. Viscous damping factor	C_v	$8,0 \cdot 10^{-6}$	$8,0 \cdot 10^{-6}$	mNm/rpm
10. Speed constant	k_n	2 474	1 287	rpm/V
11. Back-EMF constant	k_E	0,404	0,777	mV/rpm
12. Torque constant	k_M	3,86	7,42	mNm/A
13. Current constant	k_i	0,259	0,135	A/mNm
14. Slope of n-M curve	$\Delta n / \Delta M$	2 737	2 610	rpm/mNm
15. Terminal inductance, phase to phase	L	141	525	μH
16. Mechanical time constant	τ_m	15	14	ms
17. Rotor inertia	J	0,54	0,54	gcm ²
18. Angular acceleration	$\alpha_{\text{max.}}$	198	217	10^3 rad/s^2
19. Thermal resistance	R_{th1} / R_{th2}	7,8 / 30,1		K/W
20. Thermal time constant	τ_{w1} / τ_{w2}	8 / 379		s
21. Operating temperature range		-30 ... +125		°C
22. Commutation		electronically commutated		
23. Shaft bearings		ball bearings, preloaded		
24. Shaft load max.				
– radial at 3 000 / 20 000 rpm (3,5 mm from bearing)		17 / 10		N
– axial at 3 000 / 20 000 rpm (axial push-on only)		10 / 6		N
– axial at standstill (axial push-on only)		20		N
25. Shaft play				
– radial	$\leq$	0,015		mm
– axial		0		mm
26. Magnet material		SmCo		
27. Housing material		aluminium, black anodized		
28. Weight		31		g
29. Direction of rotation		electronically reversible		

¹⁾ at 40 000 rpm

²⁾ thermal resistance R_{th2} by 55% reduced

Recommended values for continuous operation

30. Speed up to ²⁾	$n_{\text{e max.}}$	65 000	65 000	rpm
31. Torque up to ^{1) 2)}	$M_{\text{e max.}}$	2,5	2,6	mNm
32. Current up to ^{1) 2)}	$I_{\text{e max.}}$	0,77	0,41	A



Motor design

- 2 pole magnet
- 3 phase delta connected coil
- 3 Hall sensors with 120° electrical phasing

Cable connection

Colour	Function
brown	A Phase
orange	B Phase
yellow	C Phase
black	GND Logical
red	+5V Logical supply
grey	C Hall sensor
blue	B Hall sensor
green	A Hall sensor

For notes on technical data refer to Technical Information

Specifications subject to change without notice

MINIMOTOR®

FAULHABER
MOTORS

Brushless DC-Servomotors 1628 ... B



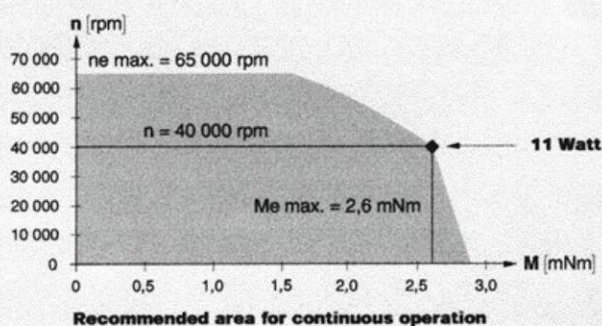
- Outer diameter 16 mm
- Length 28 mm
- Shaft diameter 1,5 mm
- Electronic commutation
- Nominal voltage 12 and 24 Volt
- No-load speed 29 900 rpm
- Stall torque 12 mNm
- Output power 11 Watt

Brushless DC-Servomotor 1628 T

	>>>	012 B	024 B	
1. Nominal voltage	U_N	12	24	Volt
2. Terminal resistance, phase to phase	R	4,3	15,1	Ω
3. Output power ¹⁾	$P_2 \text{ max.}$	10	11	W
4. Efficiency	$\eta \text{ max.}$	68	68	%
5. No-load speed	n_0	28 650	29 900	rpm
6. No-load current (with shaft $\varnothing$ 1,5 mm)	I_0	0,098	0,052	A
7. Stall torque	M_H	11	12	mNm
8. Friction torque	C_0	0,15	0,15	mNm
9. Viscous damping factor	C_v	$8,0 \cdot 10^{-6}$	$8,0 \cdot 10^{-6}$	mNm/rpm
10. Speed constant	K_n	2 474	1 287	rpm/V
11. Back-EMF constant	k_E	0,404	0,777	mV/rpm
12. Torque constant	k_M	3,86	7,42	mNm/A
13. Current constant	k_i	0,259	0,135	A/mNm
14. Slope of n-M curve	$\Delta n / \Delta M$	2 737	2 610	rpm/mNm
15. Terminal inductance, phase to phase	L	141	525	μH
16. Mechanical time constant	τ_m	15	14	ms
17. Rotor inertia	J	0,54	0,54	gcm^2
18. Angular acceleration	$\alpha_{\text{max.}}$	198	217	$\cdot 10^3 \text{ rad/s}^2$
19. Thermal resistance	R_{th1} / R_{th2}	7,8 / 30,1		K/W
20. Thermal time constant	τ_{w1} / τ_{w2}	8 / 379		s
21. Operating temperature range		-30 ... +125		$^{\circ}\text{C}$
22. Commutation		electronically commutated		
23. Shaft bearings		ball bearings, preloaded		
24. Shaft load max.				
- radial at 3 000 / 20 000 rpm (3,5 mm from bearing)		17 / 10		N
- axial at 3 000 / 20 000 rpm (axial push-on only)		10 / 6		N
- axial at standstill (axial push-on only)		20		N
25. Shaft play				
- radial	$\leq$	0,015		mm
- axial		0		mm
26. Magnet material		SmCo		
27. Housing material		aluminium, black anodized		
28. Weight		31		g
29. Direction of rotation		electronically reversible		

Recommended values for continuous operation

30. Speed up to ²⁾	$n_e \text{ max.}$	65 000	65 000	rpm
31. Torque up to ^{1) 2)}	$M_e \text{ max.}$	2,5	2,6	mNm
32. Current up to ^{1) 2)}	$I_e \text{ max.}$	0,77	0,41	A

¹⁾ at 40 000 rpm, ²⁾ thermal resistance R_{th2} by 55% reduced

For notes on technical data refer to Technical Information

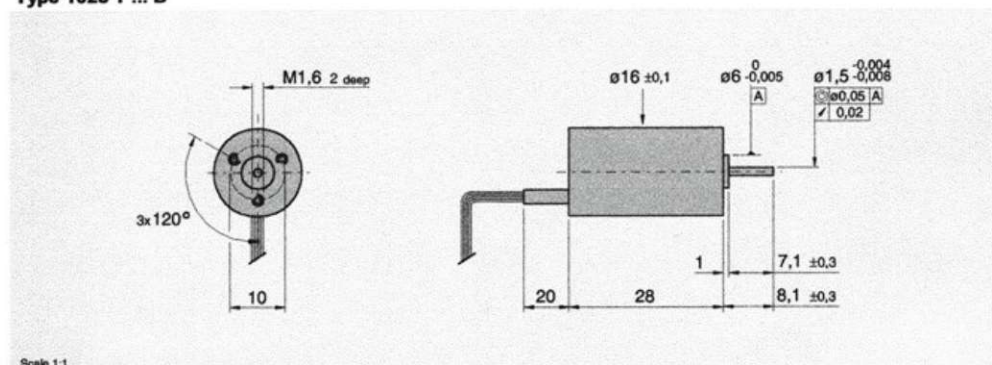
Specifications subject to change without notice

MINIMOTOR® **Brushless DC-Servomotors 1628 ... B**

FAULHABER
MOTORS

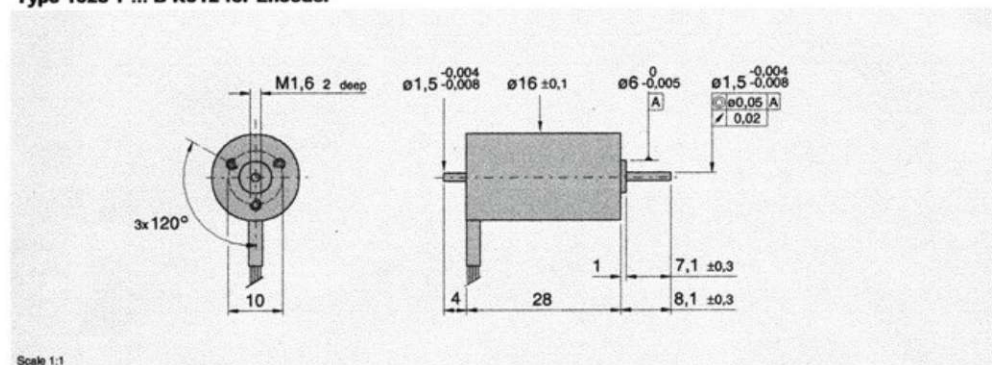
		
Servo Amplifiers	Optical Encoders	Planetary Gearheads
BLD 3502 BLD 5604 MCBL-40V-5A	108, 098, 108P, 098P	16/7

Type 1628 T ... B



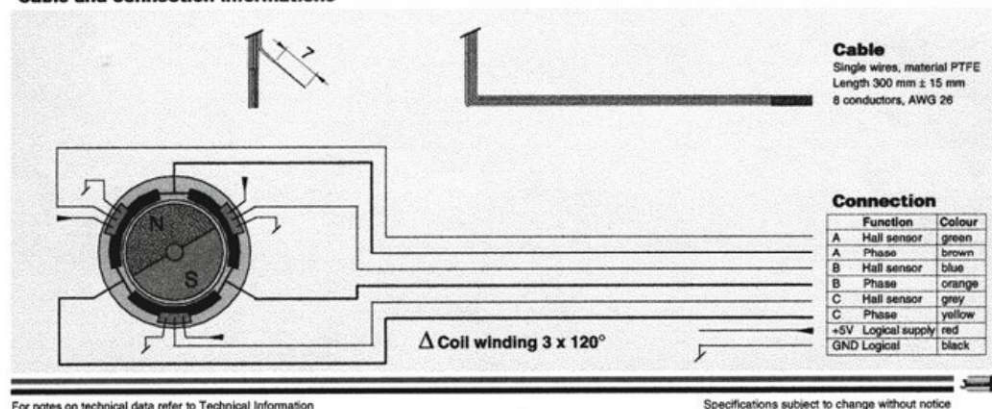
Scale 1:1

Type 1628 T ... B K312 for Encoder



Scale 1:1

Cable and connection informations



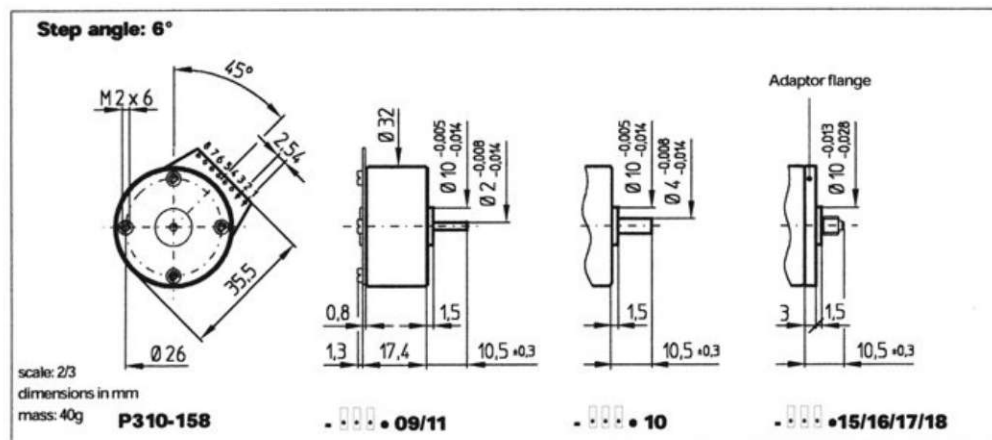
For notes on technical data refer to Technical Information

Specifications subject to change without notice

escap[®] P 310

Suitable for microstep operation

Stepper motor



Windings available from stock

Windings available from stock		... 170 •		... 170 •		... 005 •		... 005 •						
		coils in series		coils in parallel		coils in series		coils in parallel						
COIL DEPENDENT PARAMETERS			min	typ	max	min	typ	max	min	typ	max			
1	Phase resistance	ohm	312	332	352	78	83	88	9.6	10.5	11.6	2.4	2.6	2.9
2	Phase inductance (1 kHz)	mH		190		48				6.4			1.6	
3	Nominal phase current (2 ph. on)	A		0.06		0.12				0.36			0.72	
4	Nominal phase current (1 ph. on)	A		0.09		0.17				0.51			1	
5	Back-EMF amplitude	V/kst/s	13.6	16	18.4	6.8	8	9.2	2.4	2.8	3.2	1.2	1.4	1.6
COIL INDEPENDENT PARAMETERS ⁽¹⁾														
Torque parameters			min			typ			max					
6	Holding torque (nominal current)	mNm (oz-in)	10.2 (1.5)			12 (1.7)			13.8 (2)					
7	Holding torque (twice nominal current) ⁽²⁾	mNm (oz-in)	20.4 (2.9)			24 (3.4)			27.6 (3.9)					
8	Detent torque amplitude and friction	mNm (oz-in)	1.4 (0.2)			2.5(0.3)			3 (0.4)					
Thermal parameters														
9	Thermal resistance coil-ambient ⁽³⁾	°C/W	25											
10	Coil temperature	°C										130		
11	Operating ambient temperature	°C	-20									50		
Angular accuracy														
12	Absolute accuracy (2 ph. on full-step mode)	% full-step	±3.5									±5		
Mechanical parameters														
13	Rotor inertia	kgm ² · 10 ⁻⁷	0.86											
14	Radial load ⁽⁴⁾	N	1											
15	Axial load ⁽⁵⁾	N	0.5											
16	Radial shaft play (0.3 N) ⁽⁶⁾	µm	35											
17	Axial shaft play (0.3 N) ⁽⁶⁾	µm	100											
Other parameters														
18	Test voltage (1 min)	V _{RMS}	500											
19	Natural resonance frequency (nominal current)	Hz	230											
20	Electrical time constant	ms	0.6											
21	Angular acceleration (nominal current)	rad/s ²	140 000											
22	Power rate (nominal current)	kW/s	1.7											

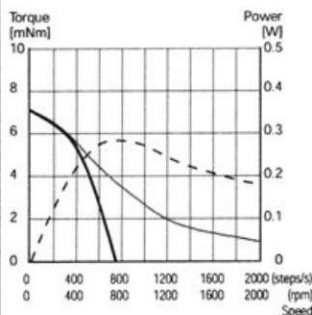
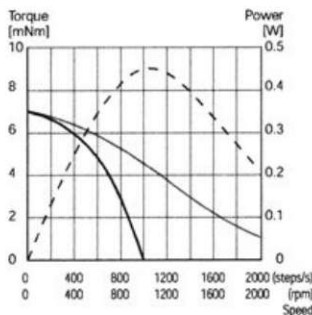
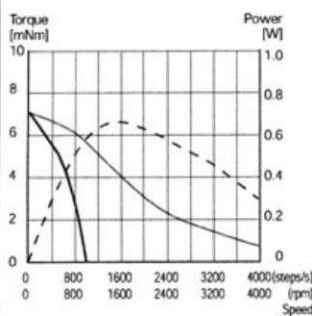
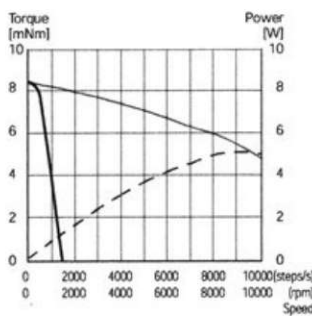
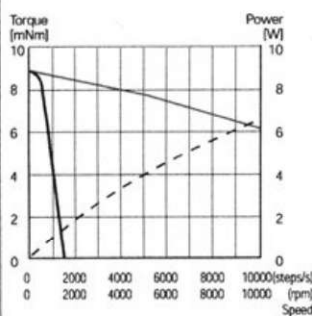
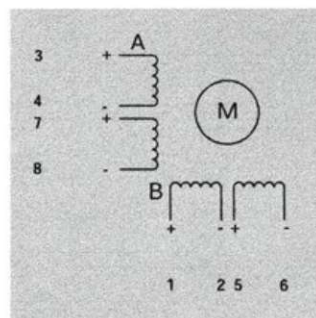
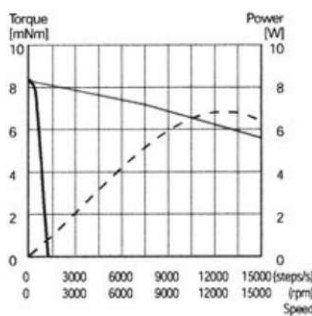
⁽¹⁾ Bipolar driver⁽²⁾ The maximum coil temperature must be respected⁽³⁾ Motor unmounted⁽⁴⁾ Sleeve bearing version. Load applied at 8 mm from mounting face⁽⁵⁾ Sleeve bearing version. Shaft must be supported for press-fitting a pulley or pinion⁽⁶⁾ Sleeve bearing version.

Executions: • 09 sleeve bearings
• 10 / • 11 ball bearings
• 15 pinion for K24 and K27
• 16 / • 17 / • 18 pinion for R22
• 19 pinion for L10
• 22 pinion for RG1/8

The P310 motor is also available from stock with the L10 linear actuator (p.105) and the K24, K27, RG1/8 and R22 gearboxes (p.96, 97, 100 and 95). Particular versions include options such as series or parallel connections prewired on the PC board, special shafts (hollow shaft), windings, and so forth.

escap® P 310

Stepper motor

P310-158-005Coils in series
Driver L/R, 7V**P310-158-170**Coils in series
escap® ELD-200
56Ω series resistor, 24V**P310-158-170**Coils in parallel
escap® ELD-200
120Ω series resistor, 24V**P310-158-005**Coils in parallel
escap® EDM-453, 24V**P310-158-005**Coils in parallel
escap® ESD-1200, 24V**P310-158-005**Coils in series
escap® ESD-1200, 45V

Motor connections

— Pull-in range
 — Pull-out range
 - - - - - Power output

Notes

The high power/size ratio and high peak speed dedicate this motor to the most demanding fields of applications. Its extended pull-in range and excellent efficiency are benefits for straight forward battery driven operation. The speed scale is indicated in full-steps/s for all drive modes. The motor is driven in half-steps unless otherwise specified. The motor is energised with nominal current unless otherwise specified. Pull-in is measured with a load inertia equal to the rotor inertia. The following escap® drive circuits are recommended with the P310 motor, depending on the drive mode and the dynamic performance required: ELD-200, EDM-453, ESD-1200. The P310-154-005 can also be driven in stepper or brushless DC mode by using the driver ETD3002, please ask our application engineer for more information. Please refer to pages 108/109 for more information on terminology and definitions.

Specifications subject to change without notice

© Proteus

Les documentations des constructeurs de moteurs et de circuits électroniques sont le plus souvent en langue anglaise. Une liste des termes techniques rencontrés dans le domaine étudié pourra aider à la compréhension de ces informations capitales pour l'utilisateur.

Accuracy : précision

Air gap : entrefer

Armature : induit

Back e.m.f. : force contre-électromotrice

Bipolar : bipolaire

Brake : frein

Bridge : pont

Brush : balai

Brushless DC motor (BLDC) : moteur à courant continu sans balais

Close-loop : boucle fermée

Coil : bobine

Control : commande

Controller : circuit de commande

Current : courant

DC motor : moteur à courant continu

Direction : sens de rotation

Driver : circuit d'attaque

Efficiency : rendement

Feedback : réaction

Ferrite : ferrite

Field : champ

Friction : frottement

Flux : flux

Half-bridge : demi-pont

Half-stepping : fonctionnement en demi-pas

Holding torque : couple de maintien

Hybrid : hybride

Inductance : inductance

Inertia : inertie

Input : entrée

Inrunner : moteur à rotor interne

Load : charge

Loop : boucle

Losses : pertes

Magnetic field : champ magnétique

Microstepping : fonctionnement en micropas

Motion : mouvement

One-shot : monostable

Open-loop : boucle ouverte

Output : sortie

<i>Outrunner</i> : moteur à rotor externe	<i>Speed</i> : vitesse
<i>Permanent magnet</i> : aimant permanent	<i>Stator</i> : stator
<i>Phase</i> : phase	<i>Step</i> : pas
<i>Pole</i> : pôle	<i>Stepper motor</i> : moteur pas-à-pas
<i>Power</i> : puissance	<i>Supply</i> : alimentation
<i>Pulse-width modulation</i> (PMW) : modulation de largeur d'impulsions (MLI)	<i>Switch</i> : interrupteur
<i>Rare-earth magnet</i> : aimant en terres rares	<i>Switching sequence</i> : séquence de commutation
<i>Resistance</i> : résistance	<i>Tooth</i> (pluriel : <i>teeth</i>) : dent
<i>Revolution per minute</i> (RPM) : tour par minute (tr/min)	<i>Time constant</i> : constante de temps
<i>Rotor</i> : rotor	<i>Tin-can motor</i> : moteur « boîte de conservation »
<i>Sensor</i> : capteur	<i>Torque</i> : couple
<i>Shaft</i> : arbre	<i>Unipolar</i> : unipolaire
<i>Slot</i> : encoche	<i>Voltage</i> : tension
	<i>Winding</i> : enroulement

IBLIOGRAPHIE

ANDRÉ P., KAUFFMANN J.-M., LHOTE F., TAILLARD J.-P. — *Les robots*. Tome 4, Paris, Hermès, 1986.

GIRARD M. — *Électronique industrielle*. Paris, Mc Graw-Hill, 1987.

GRELLET G., CLERC G. — *Actionneurs électriques*. Paris, Eyrolles, 1997.

HANS H., FILIPPINI J., GUYENOT P. — *Asservissements numériques*. Paris, Eyrolles, 1991.

HANSELMAN D. — *Brushless permanent-magnet motor design*. New York, Mc Graw-Hill, 1994.

JUFER M. — *Transducteurs électromécaniques*. Lausanne, Presses polytechniques romandes, 1985.

KANT M. — *Les actionneurs électriques pas-à-pas*. Paris, Hermès. 1989.

KENJO T., NAGAMORI S. — *Permanent-magnet and brushless DC motors*. Oxford, Clarendon press, 1985.

LACROUX G. — *Les actionneurs électriques*. Paris, Technique et documentation, 1994.

SOKIRA T., JAFFE W. — *Brushless DC motors*. Blue Ridge Summit, Tab books, 1990.

A

aimant, 60, 170
 en anneau, 142
 en tuile, 142
 permanent, 19
 alimentation, 92, 145, 194
 à deux niveaux, 206
 bidirectionnelle, 129, 147, 196
 en courant, 94, 196
 en tension, 92, 196
 régulée, 252
 unidirectionnelle, 130, 146, 196
 Alnico, 26
 Ampère (théorème d'~), 11
 ampèremètre, 253
 amplificateur opérationnel, 96
 de puissance, 98
 analogie électrique, 18, 241
 asservissement
 de position, 270
 de vitesse, 267
 du courant, 114

B

balais, 40
 banc de test, 252
 bascule à hystérésis, 218
 Bode (diagramme de ~), 107

C

capacité calorifique, 241
 capteurs, 145, 148

 à effet Hall, 125
 caractéristique rectangulaire, 252
 caractéristiques magnétiques, 11
 carré, 138
 champ magnétique, 4
 rémanent, 13
 charge, 79
 circuit
 logique, 145
 magnétique, 16
 magnétique multiple, 175
 magnétique simple, 172
 monostable, 209, 220
 coefficient
 d'amortissement, 187
 d'amortissement réduit, 88
 de température, 56, 70
 coénergie, 16
 collecteur, 39
 commande « bang-bang », 188
 commutateur, 108, 146, 194
 commutation, 102
 comparateur, 210
 compensation de pôle, 119
 condition de saturation, 109
 conductance thermique, 241
 constante de couple, 128
 constante de temps
 dominante, 91
 électrique, 84
 électromécanique, 72
 mécanique, 78
 thermique, 242
 constante du moteur, 51, 55, 254
 contre-réaction, 96
 conversion électromécanique, 26

couple, 178, 182, 191
 de détente, 159, 177
 de pertes, 52, 260
 électromagnétique, 50
 thermiquement équivalent, 251
 utile, 66
 courant
 constant, 76
 de démarrage, 74
 courbe de première aimantation, 11
 courroies crantées, 233, 234
 cycle
 d'hystérésis, 12
 de recul, 21

D

démarrage, 71, 84
 demi-pas, 164
 demi-pont, 112
 dents, 173
 diagramme de Bode, 107
 diode
 de roue libre, 109, 198
 Zener, 202
 dissipateur thermique, 102
 droite de recul, 20

E

échanges thermiques, 239
 échauffement, 238
 écrou, 236
 effet Joule, 58, 74, 78
 encoches, 140
 énergie, 59
 cinétique, 186
 libre, 16
 magnétique, 15
 enroulement, 36, 42
 autoporteur, 64
 bifilaire, 199, 204

enthalpie libre, 16
 entrefer, 36
 étoile, 129, 135
 excitation
 coercitive, 12
 double, 30
 multiple, 32
 simple, 30

F

facteur de marche, 248
 Faraday (loi de $\sim$), 9
 ferrites, 26
 flux, 9
 magnétique, 6
 total, 9
 fonctionnement
 dynamique établi, 190
 quasi dynamique, 189
 force contre-électromotrice, 9, 54, 181, 184
 de rotation, 35
 de transformation, 35
 force électromotrice, 9
 force magnétomotrice, 17
 frein, 187, 253
 fréquence de découpage, 106, 216
 frottements
 secs, 53
 visqueux, 53

G

génératrice, 253
 tachymétrique, 254

H

hacheur, 102, 212
 Hopkinson (loi de $\sim$), 16

I

impédance, 258
 impulsions, 194
 inductance, 30, 57, 178, 258
 induction électromagnétique, 9
 induit, 36
 intensité efficace, 238

L

Laplace (loi de $\sim$), 6
 ligne neutre, 38
 lignes de champ, 5
 logique de commande, 150

M

machine triphasée, 126
 marge de phase, 120
 Maxwell (règle de $\sim$), 6
 mécanismes associés, 230
 mesure, 252
 micro-pas, 168
 milieux ferromagnétiques, 10
 MLI, 110
 modulation de largeur d'impulsion, 110, 220
 moment d'inertie, 51, 261
 montage Darlington, 109, 198
 MOS, 109
 moteur
 à courant continu, 36
 à courant continu sans balais, 125
 hybride, 176
 pas-à-pas, 157
 pas-à-pas à aimant, 159
 pas-à-pas à réductance variable, 172

N

NPN, 109

O

ondulation, 106
 oscillations, 187
 oscilloscope, 254
 numérique, 254

P

pas, 157, 161, 173, 177
 réduit, 166
 perméabilité magnétique, 14
 perméance, 17, 178, 181
 propre, 182
 pertes
 ferromagnétiques, 19
 par courant de Foucault, 19
 par hystérésis, 19
 phase, 139
 pièces polaires, 49, 61, 142
 plots, 173
 PNP, 109
 pôles, 44
 saillants, 140, 159
 pont, 113, 212
 position
 angulaire, 74
 d'équilibre, 184
 poulie, 233, 234
 premier ordre, 71, 81
 pseudo-pulsation, 187
 puissance
 électromagnétique, 58
 utile, 66
 pulsation propre, 88

R

rapidité, 121
 rapport
 cyclique, 104, 114
 de réduction, 230

réaction d'induit, 45
récupération, 203
réducteur, 230
régime
 apériodique, 86
 continu, 243
 critique, 86
 intermittent, 248
 oscillant amorti, 87
 permanent, 65
 temporaire, 247
 transitoire, 71, 83
réluctance, 17
 variable, 178
rendement, 59, 69, 231
réseau de compensation, 210
résistance, 56, 257
 thermique, 241
résolution, 157
rotor, 36, 142, 159, 170
 bloqué, 83
 en cloche, 63
 plat, 62

S

schéma-bloc, 81, 90, 117
second ordre, 83
sens de rotation, 95
séquence
 des commutations, 161
séquenceur, 194
servomoteur, 273
source de courant, 76, 100
spire, 40

stabilité, 120
stator, 36, 140, 159, 170
structure inversée, 143
surcharge, 248

T

temps de coupure constant, 218
terres rares, 26
transfert thermique, 239
transistor, 92, 146
 bipolaire, 198
 d'aiguillage, 212
 de découpage, 212
 MOS, 198
transmittance, 81, 90
triangle, 133

V

valeur efficace, 108
vecteur
 aimantation, 10
 excitation magnétique, 11
vis, 236
voltmètre, 253

Z

zone
 d'entraînement, 191
 de démarrage, 191
 morte, 96